

Bruchkurvenmodellierung von kohlenstofffaser- verstärkten Kunststoffen bei mehrachsig nichtproportionaler Ermüdungsbeanspruchung

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von

Marc Dominik Möller

aus Köln

genehmigt von der
Fakultät für Natur- und Materialwissenschaften
der Technischen Universität Clausthal

Tag der mündlichen Prüfung
16.12.2020

Dekan

Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Spitzer

Vorsitzende der Promotionskommission

Prof. Dr.-Ing. Babette Tonn

Betreuer

Prof. Dr.-Ing. Gerhard Ziegmann

Gutachter

Prof. Dr.-Ing. Jochen Blaurock

Gutachter

Prof. Dr.-Ing. Alfons Esderts

Vorwort und Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Institut für Allgemeinen Maschinenbau und im Institut für Fahrzeugtechnik an der Technischen Hochschule Köln im Zeitraum Oktober 2014 bis Oktober 2020.

Für die Möglichkeit während meiner Projekt- und Lehrtätigkeit an der Technischen Hochschule Köln auf eine kooperative Promotion hinzuarbeiten und für die Übernahme der Rolle als Zweitgutachter gilt mein herzlicher Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Jochen Blaurock. Die vielfältigen Aufgaben und Diskussionen, die mich persönlich und fachlich weiterentwickelt haben, bedeuten mir sehr viel. Für die Übernahme der Betreuung der Promotion gilt mein ganz besonderer Dank an dieser Stelle natürlich Herrn Prof. Dr.-Ing. Gerhard Ziegmann. Ich habe sowohl die fachlichen Diskussionen aus werkstofftechnischer Sicht als auch die persönlichen Gespräche während meiner Zeit in Clausthal-Zellerfeld immer sehr geschätzt.

Weiterhin gilt mein herzlicher Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Alfons Esderts, welcher sich zur Übernahme der Rolle als Drittgutachter bereit erklärte und mir für fachliche Fragestellungen im Rahmen der Betriebsfestigkeit zur Seite stand.

Ebenfalls möchte ich mich sowohl bei meinen Kollegen an der Technischen Hochschule Köln als auch den Kollegen an der Technischen Universität Clausthal für den fachlichen Austausch und die Unterstützung bei den unterschiedlichsten Aufgaben bedanken.

Nicht zuletzt gilt mein größter Dank meiner Familie und besonders meiner Frau Josefine, welche viel Verständnis für mich und meine Ziele in dieser sicherlich nicht immer einfachen und intensiven Promotionszeit aufgebracht hat. Danke für die Unterstützung, die Geduld und alle motivierenden Worte.

“Alles in der Welt endet durch Zufall und Ermüdung.”

— Heinrich Heine

Kurzfassung

Steigende Rahmenbedingungen infolge von Leitinitiativen und Gesetzesanforderungen um Klimaziele und dem damit verbundenen Übergang zu einer ressourcenschonenderen Wirtschaft erhöhen den Stellenwert des werkstofflichen Leichtbaus und der effektiven Werkstoffausnutzung in verschiedenen Wirtschaftsbranchen. Aufgrund ihrer ausgezeichneten spezifischen Steifigkeit und Festigkeit erfahren Leichtbaumaterialien, wie faserverstärkte Kunststoffe, daher auch in weiteren Wirtschaftssektoren, wie z. B. der Automobilindustrie, in den letzten Jahren zunehmende Beachtung. Obwohl Faser-Kunststoff-Verbunde in anderen Branchen, wie der Windenergie oder der Luft- und Raumfahrt, bereits seit mehreren Dekaden etabliert sind, ist die Auslegung von Bauteilen in ihrem ganzheitlichen Verhalten unter zyklischen Beanspruchungen noch eine große Herausforderung. Verschiedene Richtlinien, welche zum Beispiel auf Basis maximal zulässiger Grenzdehnungen für bestimmte Materialkonfigurationen arbeiten, ermöglichen dem Konstrukteur eine konservative Abschätzung unter Ermüdungsbeanspruchungen. Eine umfassende Lebensdauervorhersage beliebiger mehrschichtiger Verbundarchitekturen unter realen Last-Zeit-Verläufen ist jedoch noch nicht in sich geschlossen möglich. Einige Vorgehensweisen beruhen auf Ermüdungslebensdauermodellen, die sich bei metallischen Werkstoffen etabliert haben, wie der Schadensakkumulationen nach Miner. Diese werden dem Werkstoff jedoch nicht gerecht und erfordern viele experimentelle Untersuchungen, welche nur für den bestimmten Lageraufbau hilfreich sind. In der vorliegenden Arbeit wird ein progressives Berechnungsmodell fokussiert, welches von mikro- und mesoskopischen Kennwerten der einzelnen Schichten auf das Verhalten des Verbundes schließt. Das Modell basiert auf einer schichten- und lastspielweisen Berechnung der tatsächlichen physikalischen Schädigungen und Schadensfortschritte innerhalb der Einzelschichten des Verbundes und den daraus entstehenden Konsequenzen bezüglich der Tragfähigkeit. Um das progressive Modell den stochastischen Last-Zeit-Verläufen näherzubringen, erfährt besonders die Bruchkurvenmodellierung eine zentrale Betrachtung. Innerhalb der Arbeit werden vor allem die dimensionierenden Zwischenfaserbrüche betrachtet, so dass primär außerachsig beanspruchte Verbunde untersucht werden, bei welchen die Belastungen nicht hauptsächlich in Faserlängsrichtung, sondern in Faserquerrichtung stattfinden. Im Vordergrund steht eine restfestigkeitsbasierte Modellierung der Zwischenfaserbruchkurve. Besondere Bedeutung finden die mehrachsig nichtproportionalen Beanspruchungen, bei welchen die Spannungsverhältnisse der zugrundeliegenden Beanspruchungskomponenten unterschiedlich sind. Das Modell wird an verschiedenen mehrachsigen Beanspruchungen mit konstanten und variablen Amplituden bezüglich der Lebensdauerprognose und Restfestigkeit validiert. Es zeigt sich, dass die Berechnungen zu sehr guten Ergebnissen im Vergleich mit experimentellen Versuchen führen. Die gewonnen Erkenntnisse heben das Potential des Modells auf Basis der restfestigkeitsbasierten Bruchkurvenmodellierungen für die Berechnung von Faser-Kunststoff-Verbunden unter stochastischen Beanspruchungen hervor.

Abstract

Increasing demands due to upcoming leading initiatives and legal requirements concerning climate targets and the associated transition to a more resource-efficient economy, emphasize the significance of lightweight engineering and the effective use of materials in various economic sectors. Due to their excellent specific stiffness and strength, lightweight materials, like fibre-reinforced plastics, have therefore been gaining a higher degree of importance in new industries in recent years, such as for example the automotive industry. Although fibre-reinforced plastics have been established in other industries for several decades, such as wind energy or aerospace, the design of components in their holistic behaviour under both static and fatigue loads is still a major challenge. Various guidelines, which for example work on the basis of maximum strain limits for certain material configurations and loading conditions, enable the designer to make a conservative estimation under fatigue loads. However, a comprehensive lifetime prediction of any multidirectional composite architecture under real load-time function is currently not possible. Some approaches are based on concepts that have been established for metallic materials, such as damage accumulation according to Miner. These, however, do not do justice to the material and require many experimental investigations, which are only useful for the specific layer sequence. In the present work, the focus is placed on a progressive computational model, which concludes on the behaviour of the multidirectional composite based on micro- or mesoscopic basic parameters of the individual layers. The model is based on a layer- and cyclewise calculation of the actual physical damage mechanisms within the individual layers of the composite and the resulting consequences for the composite in terms of their load-bearing capacity. Within this thesis, especially the critical inter-fiber failure is considered. In order to bring the progressive model closer to the calculation under stochastic load-time functions, a model for the inter-fibre fatigue-failure envelope model is given a central consideration in the present work. A residual strength-based modelling of the inter-fibre fatigue-failure envelope is presented, which takes into account various phenomena within stochastic loads. For this reason, the investigations are mainly carried out on off-axis composites, where the loads do not mainly occur in the longitudinal direction of the fibres but in the transverse direction. Special importance is attached to the consideration of multiaxial non-proportional loads where the stress ratios of the underlying stress components are different. For this purpose, the model is validated on various multiaxial loads with constant and variable amplitudes with regard to the lifetime prognosis and the residual strength. It is shown that the calculations lead to very good results in comparison to experimental tests. The obtained results highlight the potential of the progressive damage model based on the residual strength-based failure envelope for the calculation of fibre-reinforced plastics under stochastic loads.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort und Danksagung	I
Kurzfassung	V
Abstract	VI
Abkürzungen	XI
Symbole und Indizes	XII
Formelzeichen	XII
Abbildungsverzeichnis	XV
Tabellenverzeichnis	XXI
1 Einleitung	1
1.1 Einführung	1
1.2 Motivation und Ziele der Arbeit	3
1.3 Aufbau der Arbeit	4
2 Grundlagen und Stand der Technik	7
2.1 Leichtbau und Faser-Kunststoff-Verbunde	7
2.1.1 Fasern und Polymermatrix	8
2.1.2 Analytische Berechnungsmethoden	11
2.1.2.1 Mikromechanische Ansätze	11
2.1.2.2 Makromechanik des Mehrschichtverbunds	15
2.1.3 Quasi-statische Schadenskriterien	16
2.2 Zyklische Beanspruchung und Ermüdung	20
2.2.1 Bruchspannung und Mittelspannungseinfluss	21
2.2.1.1 Lineares Modell	26
2.2.1.2 Stückweise lineares Modell	26
2.2.1.3 Stückweise nichtlineares Modell	27
2.2.1.4 Kritisches Spannungsverhältnis	30
2.3 Lebensdauermodelle für Faserverbundwerkstoffe	31
2.3.1 Ermüdungslebensdauermodelle	32
2.3.2 Phänomenologische Modelle	33
2.3.2.1 Restfestigkeitsmodelle	33
2.3.2.2 Steifigkeitsmodelle	35
2.3.3 Progressive Schadensmodelle	37

2.4	Stochastische Betriebsbeanspruchungen	39
2.4.1	Nichtproportionale Beanspruchungen	41
2.4.2	Lastfolgeeffekte bei variablen Amplituden	41
2.4.3	Lastrichtungswechsel	43
2.4.4	Lastwechselwirkungen	44
3	Modell zur Lebensdauer- und Restfestigkeitsanalyse von Mehrschichtverbunden	47
3.1	Modell und Programmablaufplan	47
3.1.1	Schichtenweise Spannungsanalyse	49
3.1.2	Mittelspannungseinfluss	54
3.1.3	Bruchkurvenmodellierung	56
3.1.3.1	Schadenskriterium nach Puck	56
3.1.3.2	Bruchkurvenmodell für mehrachsige Ermüdungsbeanspruchung	60
3.1.3.3	Mehrachsige Restfestigkeitsreduzierung	66
3.1.3.4	Neigungsparameter	70
3.1.4	Bruch- und Degradationsanalyse	71
3.2	Finite-Elemente-Methode und User-Material Subroutine	74
4	Ermüdungsprüfung und Materialsysteme	79
4.1	Prüfkörper und Materialkombination	79
4.2	Materialcharakterisierung	84
4.2.1	Quasi-statische Materialkennwerte	84
4.2.2	Ermüdungsprüfung	86
4.2.3	Charakteristische Wöhlerkurven der unidirektionalen Schicht	92
4.2.4	Mittelspannungseinfluss	95
4.2.5	Restfestigkeitsanalyse der Einzelschicht	97
5	Analyse des Bruchkurvenmodells auf der Schichtebene	101
5.1	Mehrachsig proportionale Beanspruchung	101
5.1.1	Mehrachsig proportionale Beanspruchung der Einzelschicht	101
5.1.1.1	Restfestigkeits- und Bruchkurvenanalyse	103
5.1.1.2	Sensitivität der Bruchkurvenparameter	107
5.1.2	Mehrachsig nichtproportionale Beanspruchung der Einzelschicht	112
5.1.2.1	Modellprognose mit experimenteller Schubwöhlerkurve	112
5.1.2.2	Modellprognose mit extrapolierte Schubwöhlerkurve	114
6	Analyse des Bruchkurvenmodells im Mehrschichtverbund	119
6.1	Mehrachsige Beanspruchung des Verbunds	119
6.1.1	Mehrachsig proportionale Beanspruchung	121

6.1.2	Mehrachsig nichtproportionale Beanspruchung	123
7	Mehrachsig variable Beanspruchungen in deterministischen Abfolgen	131
7.1	Mehrachsig proportional variable Beanspruchungen	131
7.2	Mehrachsig nichtproportionale Beanspruchungs-Zeit-Funktionen	135
7.2.1	Erste Sequenzabfolge	135
7.2.2	Zweite Sequenzabfolge	138
8	Fazit und Ausblick	143
9	Literatur	149
A	Anhang	169
A.1	Deklaration der Materialkonfigurationen	169
A.2	Kopplung des progressiven Lebensdauermodells mit Ermüdungslebensdauermodellen	173
A.3	Programmablaufplan des Berechnungsmodells	179
A.4	Kernprogramm der USDFLD und URDFIL Subroutinen	182
A.5	Validierung anhand weiterer Materialsysteme	196
A.5.1	Ausgeglichene Winkelverbunde	196

Abkürzungen

AWV	Ausgeglichener Winkelverbund
BZFn	Beanspruchungs-Zeit-Funktionen
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
CLD	Constant-Life-Diagramm
KLT	Klassische Laminattheorie
DSC	Differential-Kalorimetrie
ESZ	Ebener Spannungszustand
EP	Epoxidharz
FB	Faserbruch
FEM	Finite-Elemente-Methode
FKV	Faser-Kunststoff-Verbund
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
HL	High-Low
KOS	Koordinatensystem
KZF	Kurzzeitfestigkeit
LH	Low-High
LZF	Langzeitfestigkeit
MD	Multidirektional
MSV	Mehrschichtenverbund
PFA	Progressive Failure Analysis
RVE	Repräsentatives Volumenelement
SWL	Stückweise lineares Modell
SWNL	Stückweise nichtlineares Modell
UD	Unidirektional
URDFIL	User-Read-File
USDFLD	User-Defined Field
WWFE	World Wide Failure Exercise
ZDT	Zug/Druck-Torsionsprüfung
ZF	Zeitfestigkeit
ZFB	Zwischenfaserbruch

Symbole und Indizes

\parallel	In bzw. parallel zur Faserrichtung
\perp	Quer zur bzw. senkrecht zur Faserrichtung
\hat{x}	Auf den MSV bezogen
\bar{x}	Arithmetischer Mittelwert einer Stichprobe
\tilde{x}	Median einer Stichprobe
ini	Initialbedingungen
min	minimal
max	maximal
f	Faser
m	Matrix
eff	effektiv

Formelzeichen

E_{\parallel}	Elastizitätsmodul der UD-Schicht in Faserrichtung
E_{\perp}	Elastizitätsmodul der UD-Schicht quer zur Faserrichtung
$G_{\perp\parallel}$	Schubmodul der UD-Schicht in der \parallel , \perp -Schichtebene
$\nu_{\perp\parallel}$	Große Querkontraktionszahl der UD-Schicht mit Richtung der Kontraktion (\perp) und Ursache (\parallel)
$\nu_{\parallel\perp}$	Kleine Querkontraktionszahl der UD-Schicht mit Richtung der Kontraktion (\parallel) und Ursache (\perp)
$\nu_{f\perp\parallel}$	Große Querkontraktionszahl der Faser
$E_{f\parallel}$	Elastizitätsmodul der Faser in Faserrichtung
$m_{\sigma f}$	Vergrößerungsfaktor
\hat{E}_x	Elastizitätsmodul des MSV in x -Richtung
\hat{E}_y	Elastizitätsmodul des MSV in y -Richtung
\hat{G}_{yx}	Schubmodul des MSV in der x , y -Verbundebene
$\hat{\nu}_{yx}$	Große Querkontraktionszahl des MSV mit Richtung der Kontraktion (y) und Ursache (x)

$\hat{\nu}_{xy}$	Kleine Querkontraktionszahl des MSV mit Richtung der Kontraktion (x) und Ursache (y)
φ	Faservolumengehalt
σ_{\parallel}	Normalspannung der UD-Schicht in Faserrichtung
σ_{\perp}	Normalspannung der UD-Schicht quer zur Faserrichtung
$\tau_{\perp\parallel}$	Schubspannung der UD-Schicht in der \parallel, \perp -Schichtebene
$\hat{\sigma}_x$	Normalspannung des MSV in x -Richtung
$\hat{\sigma}_y$	Normalspannung des MSV in y -Richtung
$\hat{\tau}_{yx}$	Schubspannung des MSV in der x, y -Verbundebene
R_{\parallel}^{+}	Längszugfestigkeit der UD-Schicht
R_{\parallel}^{-}	Längsdruckfestigkeit der UD-Schicht
R_{\perp}^{+}	Querzugfestigkeit der UD-Schicht
$R_{\perp}^{+'}$	In-Situ Querzugfestigkeit der eingebetteten UD-Schicht
R_{\perp}^{-}	Querdruckfestigkeit der UD-Schicht
$R_{\perp\parallel}$	Schubfestigkeit der UD-Schicht in der \parallel, \perp -Schichtebene
$R'_{\perp\parallel}$	In-Situ Schubfestigkeit der eingebetteten Schicht in der \parallel, \perp -Ebene
\hat{R}_x^{+}	Zugfestigkeit des MSV in x -Richtung
\hat{R}_x^{-}	Druckfestigkeit des MSV in x -Richtung
\hat{R}_y^{+}	Zugfestigkeit des MSV in y -Richtung
\hat{R}_y^{-}	Druckfestigkeit des MSV in y -Richtung
\hat{R}_{yx}	Schubfestigkeit des MSV in der x, y -Verbundebene
σ_o	Oberspannung der jeweiligen Spannungskomponente
σ_u	Unterspannung der jeweiligen Spannungskomponente
σ_m	Mittelspannung der jeweiligen Spannungskomponente
σ_a	Spannungsamplitude der jeweiligen Spannungskomponente
$r_{\sigma_{\parallel}}$	Längsspannungsverhältnis der UD-Schicht
$r_{\sigma_{\perp}}$	Querspannungsverhältnis der UD-Schicht
$r_{\sigma_{\perp\parallel}}$	Schubspannungsverhältnis der UD-Schicht
$r_{\hat{\sigma}_x}$	x -Spannungsverhältnis des MSV
$r_{\hat{\sigma}_y}$	y -Spannungsverhältnis des MSV
$r_{\hat{\tau}_{yx}}$	Schubspannungsverhältnis des MSV

Q_{ij}	Steifigkeitsmatrix der UD-Schicht im Schicht-KOS
\overline{Q}_{ij}	Steifigkeitsmatrix der UD-Schicht im Verbund-KOS
A_{ij}	Scheiben-Steifigkeitsmatrix des MSV
B_{ij}	Scheiben-Platten-Kopplungssteifigkeitsmatrix des MSV
D_{ij}	Platten-Steifigkeitsmatrix des MSV
f_e	Anstrengungsfaktor
f_r	Reservefaktor
f_w	Schwächungsfaktor zur Berücksichtigung des Einflusses der Längsspannung auf die Zwischenfaserbruchkurve
$p_{\perp\parallel}^+$	Neigung der $\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel}$ -Bruchkurve an der Stelle $\sigma_{\perp} = 0$ für den Kurvenverlauf bei $\sigma_{\perp} > 0$
$p_{\perp\parallel}^-$	Neigung der $\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel}$ -Bruchkurve an der Stelle $\sigma_{\perp} = 0$ für den Kurvenverlauf bei $\sigma_{\perp} < 0$
$p_{\perp\perp}^+$	Neigung der σ_n, τ_{nt} -Bruchkurve an der Stelle $\sigma_n = 0$ für den Kurvenverlauf bei $\sigma_n > 0$
$p_{\perp\perp}^-$	Neigung der σ_n, τ_{nt} -Bruchkurve an der Stelle $\sigma_n = 0$ für den Kurvenverlauf bei $\sigma_n < 0$
$R_{\perp\perp}^A$	Bruchwiderstand einer faserparallelen Wirkebene gegen ihren Bruch infolge einer in ihr wirkenden $\tau_{\perp\perp}$ -Beanspruchung
\hat{n}_x, \hat{n}_y	Schnitt-Normalkraftflüsse am MSV
\hat{n}_{xy}	Schnitt-Schubfluss am MSV
\hat{m}_x, \hat{m}_y	Schnitt-Biegemomentenflüsse am MSV
\hat{m}_{xy}	Schnitt-Drillmomentenfluss am MSV
t	Dicke
α	Faserorientierungswinkel zwischen dem \parallel, \perp -KOS der UD-Schicht und dem x,y-KOS des MSV
ϵ_x, ϵ_y	Scheiben-Dehnungen
γ_{xy}	Scheiben-Schiebung
κ_x, κ_y	Platten-Krümmungen
κ_{xy}	Platten-Drillung
η_{\perp}	Quermodul Abminderungsfaktor bei ZFB-Überanstrengung
$\eta_{\perp\parallel}$	Schubmodul Abminderungsfaktor bei ZFB-Überanstrengung

n	Lastspielzahl (progressiv)
N	Bruchlastspielzahl

Abbildungsverzeichnis

1.1	Weltweiter Bedarf an kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen der letzten Jahre und Aufteilung nach Wirtschaftssektoren	2
1.2	Schichtenweise Lebensdaueranalyse über die fortschreitenden Lastspiele der Beanspruchungs-Zeit-Funktion und die Randbedingungen der Untersuchungen für das innerhalb dieser Arbeit dargestellten Berechnungsmodells. .	4
2.1	Werkstoff-Eigenschaftsdiagramme nach Ashby für die spezifische Steifigkeit und spezifische Festigkeit mehrerer Werkstoffgruppen	7
2.2	Links: Die Elementarzelle des Graphitkristalls. Rechts: Darstellung der Kettenstrukturen von duro- und thermoplastischen Polymeren.	9
2.3	Schematische Darstellung der Prozesse Flechten, Stricken und Weben zur Herstellung von Halbzeugen. Adaptiert in Anlehnung an [Ko94].	10
2.4	Verbundkonstruktion: Aufbau eines mehrschichtigen Verbundes aus unidirektionalen Einzelschichten der Werkstoffkombination aus Faser und Polymermatrix	11
2.5	Oben: Mikromechanische Betrachtung zur Kombination von Faser und Matrix zur Berechnung der mechanischen Kennwerte der unidirektionalen Schicht. Unten: Validierung der Modelle	13
2.6	Prinzip zur Vordimensionierung und Entscheidungshilfe mit der Netztheorie (links) und Ablaufplan der Berechnung innerhalb der Kontinuums-theorie zur Berücksichtigung beider Werkstoffkomponenten (rechts). Adaptiert in Anlehnung an Michaeli [MW89; MHW95].	15
2.7	Links: Bruchmodi der Einzelschicht. Rechts: An einem Zwischenfaserbruch beginnende Delamination und die Übertragung der Spannung über inter-laminare Schubspannungen.	17
2.8	Mikrorissentstehung und -akkumulation von Faser-Kunststoff-Verbunden bei quasi-statischer, wiederholt quasi-statischer und zyklischer Belastung im Vergleich	21
2.9	Links: Wöhlerkurve nach doppelt logarithmischer Regression der Potenzregel von Basquin. Rechts: Unterschiedliche Beanspruchungen mit variierenden Spannungsverhältnissen im Zug- und Druckbereich.	22
2.10	Beispiel für die Unterscheidung zwischen globalen Spannungsverhältnissen mehrachsiger Belastungen und lokalen Spannungsverhältnissen der Schichtbeanspruchungen.	23
2.11	Darstellung der Formulierungen von Smith und Haigh zur Berücksichtigung der Mittelspannung	24

2.12 Übersicht über die vier Hauptbereiche des Lebensdauerdiagramms (CLD) im σ_a , σ_m -Koordinatensystem mit beispielhaften Beanspruchungsszenarien.	25
2.13 Lineares und stückweise lineares Modell für einen E-Glas/Polyester Mehrschichtverbund	27
2.14 Stückweise nichtlineares Modell für einen E-Glas/Polyester Mehrschichtverbund	29
2.15 Diagramme konstanter Lebensdauerlinien für die lokalen Spannungen der UD-Schicht unter Berücksichtigung des kritischen Spannungsverhältnisses	30
2.16 Beispielhafte Anschauung zu linearen und nichtlinearen Restfestigkeitsverläufen auf zwei verschiedenen Spannungsniveaus.	34
2.17 Restfestigkeitsverläufe des nichtlinearen Modells bei verschiedenen Kombinationen der Parameter α und β über die normierte Lastspielzahl . . .	35
2.18 Ablaufplan des progressiven Lebensdauermodells von Shokrieh und Lessard aus dem Jahr 2000. Adaptiert in Anlehnung an [SL00a].	38
2.19 Zeitlicher Biege- und Torsionsspannungsverlauf an der Vorderachse eines Nutzfahrzeugs beim Bremsvorgang (DMS-Messung). Adaptiert nach [IRH95].	39
2.20 Synchron proportionale und synchron nichtproportionale Beanspruchung.	41
2.21 Variable Amplituden unter einachsiger und mehrachsiger Beanspruchung bei konstantem Biaxialitätsverhältnis.	42
2.22 Variable Amplituden unter einachsiger und mehrachsiger Beanspruchung bei variierendem Biaxialitätsverhältnis.	43
2.23 Lastwechselwirkungseinfluss durch häufige Übergänge von kleinen zu großen Mittelspannungsniveaus (Cycle Mix).	44
3.1 Programmablaufplan des progressiven Schadensmodells in kompakter Form.	48
3.2 Verbundarchitektur eines symmetrischen Mehrschichtverbundes mit den Steifigkeiten der Einzelschichten und dem Bezug zur Mittelebene im globalen Verbund-Koordinatensystem.	49
3.3 Schubstarre Platte nach der Kirchhoffschen Plattentheorie. Die im Ursprungszustand orthogonal zur Plattenmittelebene stehenden Querschnitte bleiben in guter Näherung auch nach der Verformung orthogonal zur Plattenmittelebene (vgl. Bernoulli-Balken).	53
3.4 Schematische Darstellung der Lebensdauerdiagramme für die Schichtspannungen am Beispiel des stückweise linearen Modells und Beispiele extrapolierter Wöhlerkurven.	55
3.5 Links: Zwischenfaserbruchkurve in der $(\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel})$ -Ebene für $\sigma_{\parallel} = 0$. Die Bruchkurve wird aus einzelnen Ellipsen- und Parabelabschnitten für die drei Bruchmodi A, B und C zusammengesetzt. Rechts: Darstellung des Biaxialitätswinkels.	57

3.6	Abminderung der Bruchwiderstände für hohe faserparallele Spannungen am Beispiel der Querkzugfestigkeit über die Ellipsenfunktion [Sch07]. . .	60
3.7	Oben: Reduzierung der Querkzug- und Schubfestigkeit über die jeweiligen Wöhlerkurven und Restfestigkeitsformulierungen. Unten: Kopplung der Restfestigkeitsreduzierung über eine gemeinsame biaxiale ξ -Wöhlerkurve. . .	61
3.8	Übergang zwischen den Restfestigkeitsverläufen für variable Beanspruchungen innerhalb des iterativen Berechnungsmodells auf Basis der normierten Lastspielzahl	67
3.9	Anpassung der Bruchbedingung der Restfestigkeitsfunktionen unter Verwendung der Festigkeitswerte der einachsigen Wöhlerkurven bei der biaxialen Bruchlastspielzahl N_ξ	68
3.10	Anschauung der Bruchkurvenmodellierung über die biaxiale Bruchlastspielzahl auf Basis der Wöhlerkurven und Restfestigkeitsverläufe der Quer- und Schubspannungen.	69
3.11	Bruchkurvenmodellierung für ZFB-Modus A und B. Links: Auf die Neigungsparameter der Bruchkurve bezogenes homothetisches Bruchkurvenmodell. Rechts: Vollständig homothetisches Schrumpfen der Bruchkurve nach [Möl ⁺ 20].	70
3.12	Oben: Verhalten der eingebetteten Einzelschicht. Unten: Darstellung der Überanstrengung der eingebetteten Schicht und Abminderungsfunktionen für die Elastizitätsgrößen	72
3.13	Programmablauf der wiederholten statisch impliziten Berechnungsschritte und Implementierung der Subroutinen zur Schadensakkumulation. . . .	74
3.14	Aufbau einer dünnwandigen Struktur durch Schalenelemente innerhalb des FEM-Modells.	75
4.1	Mehrachsiges Beanspruchungen an Kreuz- und Rohrprüfkörpern	80
4.2	Schwingfestigkeitsuntersuchungen kombinierter mehrachsiger Beanspruchungen mit konstanten und variablen Amplituden bei FKV und die Verknüpfung zur Prüfung an Rohrprüfkörpern	81
4.3	Geometrie der gewickelten Rohrprüfkörper.	82
4.4	Servo-hydraulische Zug/Druck-Torsionsprüfanlage inklusive der Einspannung der Rohrkörper über hydraulisch getätigte Spannzeuge und Verstärkung der Rohrprüfkörper über Aluminium-Inlets im Einspannbereich. .	83
4.5	Schubspannungsgradient über den Radius des dünnwandigen Rohrprüfkörpers und Einfluss auf die Schubprüfung.	84
4.6	Links: DSC-Messung einer kohlenstofffaserverstärkten Epoxidharzprobe zur Bestimmung der Glasübergangstemperatur. Rechts: Typischer Verlauf des Moduls über die Temperatur in Anlehnung an die DIN 65583 [DIN99].	87

4.7	Temperaturentwicklung radial gewickelter Rohrprüfkörper unter reiner Torsionsbeanspruchung mit $\tau_{\perp\parallel}/R_{\perp\parallel} = 0.63$ bei einer Belastungsfrequenz von 8 Hz (oben) und 5 Hz (unten) nach 0, 800 und 2000 Zyklen (v. l. n. r.).	88
4.8	Typische Hystereseschleife für die reine Schubbeanspruchung und Definition der Dissipationsenergie.	88
4.9	Hystereseschleifen der Rohrprüfkörper bei variierenden Spannungsamplituden, Frequenzen und Spannungsverhältnissen.	89
4.10	Links: Verschiedene Spannungsniveaus bei reiner Schubbeanspruchung mit 5 Hz und 8 Hz. Rechts: Vergleich der Messung von Pyrometer und Infrarotkamera für Probe und probennahe Raumtemperatur.	90
4.11	Links: Einfluss des Spannungsverhältnisses auf die Temperaturentwicklung bei reiner Schubbeanspruchung. Rechts: Vergleich des Einflusses bei variierenden zweiachsigen Beanspruchungen mit Querkzug und -druck. . . .	91
4.12	Ermittlung der Wöhlerkurve für verschiedene Ausfallwahrscheinlichkeiten aus Bruchlastspielzahldaten im Perlschnur- und Horizontenverfahren [Ein18].	92
4.13	Ermittlung der Wöhlerkurve aus Bruchlastspielzahldaten im Perlschnur-, Horizonten- und Mischverfahren [Ein18].	93
4.14	Charakteristische Wöhlerkurven der unidirektionalen Schicht bei variierenden Spannungsverhältnissen für die reine Schub- und reine Querkzugbeanspruchung.	93
4.15	Wirkung von Querkzug- und Schubspannungen auf einen Zwischenfaserriss. Die Riss-öffnende Wirkung durch Querkzugspannungen und die günstigere Risswirkung bei Quer-Längs-Schubbeanspruchung bei Verdeutlichung durch den bei Quer-Längs-Schub äquivalenten Hauptspannungszustand. [Huy96].	94
4.16	Links: Lebensdauerdiagramm für die Querspannung auf Basis einer Schwell- und Wechselwöhlerkurve. Rechts: Vergrößerter Ausschnitt für positive Mittelspannungen zur genaueren Betrachtung des Zugschwellbereichs . . .	95
4.17	Links: Lebensdauerdiagramm für die Schubspannung in der Ebene auf Basis einer Schwell- und Wechselwöhlerkurve. Rechts: Extrapolation einer reinen Schubwöhlerkurve im Zugschwellbereich	96
4.18	Extrapolation von Schubwöhlerkurven aus den interpolierten Lebensdauerlinien für verschiedene Exponenten des nichtlinearen Modells im Schubschwellbereich	97
4.19	Restfestigkeitsversuche bezogen auf die mittlere Lebensdauer eines Spannungshorizonts.	98
4.20	Links: Querkzugrestfestigkeit nach Schubbeanspruchung. Rechts: Schubrestfestigkeit nach Schubbeanspruchung.	98

5.1	Zweiachsiges Beanspruchung der Einzelschicht mit variierendem Biaxialitätsverhältnis und proportionalem Spannungsverhältnis $r_{\tau_{\perp\parallel}} = r_{\sigma_{\perp}} = 0.1$. In Anlehnung an Darstellungen in [Möl ⁺ 20].	102
5.2	Zweiachsiges Beanspruchung der Einzelschicht bei proportionalem Spannungsverhältnis der Schub- und Querkzugfestigkeit für Linien konstanter Lebensdauern im Vergleich mit experimentellen Ergebnissen. In Anlehnung an Darstellungen in [Möl ⁺ 20].	103
5.3	Vergleich der modellierten Ermüdungsbruchkurven der Einzelschicht infolge einer mittleren Schubbeanspruchung von $\bar{\tau}_{\perp\parallel,max} = 45,8$ MPa ($r_{\perp\parallel} = 0, 1$) nach $n/\bar{N}_{exp.}=0,25$ und $n/\bar{N}_{exp.}=0,75$ für verschiedene Restfestigkeitsmodelle.	104
5.4	Ermüdungsbruchkurven für verschiedene Restfestigkeitsparameter nach einer mittleren Schubbeanspruchung von $\bar{\tau}_{\perp\parallel,max} = 45,8$ MPa ($r_{\perp\parallel} = 0, 1$) und $n/\bar{N}_{exp.}=0,25$ im Vergleich mit experimentellen Restfestigkeitsdaten.	105
5.5	Ermüdungsbruchkurven für verschiedene Restfestigkeitsparameter nach einer mittleren Schubbeanspruchung von $\bar{\tau}_{\perp\parallel,max} = 45,8$ MPa ($r_{\perp\parallel} = 0, 1$) und $n/\bar{N}_{exp.}=0,75$ im Vergleich mit experimentellen Restfestigkeitsdaten.	106
5.6	Ermittlung des Neigungsparameters $p_{\perp\parallel}^+$ im Bruchmodus A unter Verwendung der Restfestigkeitsdaten bei $\xi = 58^\circ$	107
5.7	Oben: Einfluss des Neigungsparameters $p_{\perp\parallel}^+$ im Bruchmodus A auf die maximal ertragbaren Spannungen für $N=10^4$ und $N=10^6$ über den Biaxialitätswinkel. Unten: Einfluss auf die Wöhlerkurven für $\xi = 58^\circ$	108
5.8	Neigungsparameterfunktion im Bruchmodus B für die entsprechenden Restfestigkeitsformulierungen im Vergleich mit der experimentellen Funktion unter Verwendung der Restfestigkeitsdaten bei $\xi = 111^\circ$	109
5.9	Vergleich der Bruchkurven bei veränderlichem Neigungsparameter $p_{\perp\parallel}^-$ im Vergleich mit den experimentellen Restfestigkeitsdaten bei $\xi = 111^\circ$	110
5.10	Zweiachsiges Beanspruchung der unidirektionalen Schicht im Bruchmodus B mit $r_{\tau_{\perp\parallel}} = r_{\sigma_{\perp}} = 10$ für $\xi = 111^\circ$	111
5.11	Zweiachsigen Beanspruchung der unidirektionalen Schicht bei nichtproportionalem Spannungsverhältnis $r_{\tau_{\perp\parallel}} = 0.5$ und $r_{\sigma_{\perp}} = -1$	112
5.12	Vergleich der modellierten Ermüdungsbruchkurven infolge einer mittleren Beanspruchung von $\bar{\sigma}_{\perp,max} = 19,3$ MPa ($r_{\perp\parallel} = -1$) und $\bar{\tau}_{\perp\parallel,max} = 10,2$ MPa ($r_{\perp\parallel} = 0, 5$) für verschiedene Restfestigkeitsmodelle.	113
5.13	Einfluss der Extrapolation der Schubwöhlerkurve aus dem linearen, stückweise linearen und stückweise nichtlinearen Schub-Lebensdauerdiagramm auf die prognostizierten Wöhlerkurven der nichtproportional beanspruchten unidirektionalen Einzelschicht	114

5.14	Bruchkurven bei nichtproportionaler Beanspruchung für extrapolierte Schubwöhlerkurve aus dem linearen, stückweise linearen und stückweise nicht-linearen Schub-Lebensdauerdiagramm. Links: Lineares Restfestigkeitsmodell. Rechts: Nichtlineares Restfestigkeitsmodell.	115
6.1	Darstellung der Beanspruchungszustände der eingebetteten Schichten in den Mehrschichtverbundrohren mit dem Lagenaufbau $[90/\pm 70]_s$ bei reiner Torsions-, reiner Axialzug- und kombinierter Zug-Torsionsbelastung. Dargestellt ist nur die Hälfte des symmetrischen Gesamtlagenaufbaus. .	120
6.2	Experimentelle Bruchdaten und prognostizierte Wöhlerkurven für mehrachsig proportional beanspruchte Winkelverbunde mit dem Lagenaufbau $[\pm 70]_s$ bei Biaxialitätswinkeln von $\hat{\xi} = 19^\circ$ und $\hat{\xi} = 49^\circ$ in Anlehnung an Darstellungen in [MBZ19b] auf Basis der FEM-Berechnung.	121
6.3	Experimentelle Bruchdaten und prognostizierte Wöhlerkurven für einen mehrachsig proportional beanspruchten Mehrschichtverbund mit dem Lagenaufbau $[90/\pm 70]_s$ bei Biaxialitätswinkeln von $\hat{\xi} = 28^\circ$ und $\hat{\xi} = 67^\circ$ in Anlehnung an Darstellungen in [Möl ⁺ 20] auf Basis der FEM-Berechnung.	122
6.4	Experimentelle Bruchdaten für den Mehrschichtverbund $([90/\pm 70]_s)$ bei nichtproportionaler Belastung mit sowohl $r_{\hat{\sigma}_x} = -0,1$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,1$, $\hat{\xi} = 28^\circ$ als auch $r_{\hat{\sigma}_x} = -0,1$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,1$, $\hat{\xi} = 67^\circ$ und die Prognosen des Berechnungsmodells für die Anwendung verschiedener Lebensdauerdiagramme auf der Schichtebene.	126
6.5	Experimentelle Bruchdaten für den Mehrschichtverbund $([90/\pm 70]_s)$ bei nichtproportionaler Belastung für sowohl $r_{\hat{\sigma}_x} = -1$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,5$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$ als auch $r_{\hat{\sigma}_x} = 0,5$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = -1$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$. Sowie Prognosen des Berechnungsmodells für die Anwendung verschiedener Lebensdauerdiagramme auf der Schichtebene.	128
7.1	Links: Die Anstrengung in den äußeren Schichten einer Symmetriehälfte des Verbunds (v. o. n. u.: 90° -, 70° -, -70° -Schicht) nach einer Lastspielzahl von $n = 80.000$ mit steigender Anstrengung im Modus A (Legende: SDV3) von hell-/dunkelgrün ($f_e \approx 0.5 - 0.7$) über gelb/orange ($f_e \approx 0.7 - 0.9$) nach rot ($f_e \geq 0.9$). Rechts: Die zugehörigen Bruchkurven der Schichten bei einer Lastspielzahl von $n = 80.000$	132
7.2	Mehrachsig variable Beanspruchung (proportional) mit einem Wechsel von einer mehrachsig schwellenden Beanspruchung mit niedrigem Torsionsanteil auf eine Beanspruchung mit 3.55-facher (links) und 4-facher (rechts) Torsionsbeanspruchung in Anlehnung an Darstellungen in [Möl ⁺ 20]. Die Vorhersagen für die verschiedenen Restfestigkeitsmodelle basieren auf Basis der FEM-Simulation.	133

7.3	Erste Sequenzabfolge der nichtproportionalen Sequenzen. Reihenfolge: MD-M1P05X28, MD-P05M1X28, MD-M1P01X67 und MD-M1P01X28 (vgl. Anhang A.1) in einer Schleife bis zum Bruch.	135
7.4	Prognosen des Berechnungsmodells für die erste Sequenzabfolge nichtproportionaler Beanspruchungen im Vergleich mit den experimentellen Versuchen. Dargestellt sind die globalen Beanspruchungen und die Schichtanstressungen und -restfestigkeiten bis zur Prognose des Verbundversagens.	137
7.5	Zweite Sequenzabfolge der nichtproportionalen Sequenzen. Reihenfolge: MD-M1P01X67 mit 4000 Lastspielen und anschließend MD-M1P05X28, MD-P05M1X28 und MD-M1P01X28 (vgl. Anhang A.1) in einer Schleife bis zum Bruch.	138
7.6	Prognosen des Berechnungsmodells für die zweite Sequenzabfolge nichtproportionaler Beanspruchungen im Vergleich mit den experimentellen Versuchen. Dargestellt sind die globalen Beanspruchungen und die experimentellen Bruchlastspielzahlen	139
A.1	Anschauung zur Berechnung Schadensakkumulation nach der Miner-Regel [VDI06]. Reihenfolgeeffekte bleiben bei der linearen Schadensakkumulation unberücksichtigt.	173
A.2	Programmablauf des Hybridmodells: Kopplung des progressiven Modells für mehrachsige stochastische Beanspruchungen mit entsprechenden Klassifizierverfahren und der linearen Schadensakkumulation nach Miner zur Anwendung bei stochastischen Beanspruchungen.	174
A.3	Programmablaufplan des progressiven Schadensmodells.	179
A.4	Anwendung des Berechnungsmodells auf das glasfaserverstärkte Epoxidharzsystem der SNL/DOE/MSU-Datenbank	197

Tabellenverzeichnis

2.1	Beispiele für Faserarten und polymere Matrixsysteme als Ausgangsmaterialien für Faserverbundwerkstoffe.	9
2.2	Ausschnitte aus Tabellen zur Bewertung und Beurteilung verschiedener Schadenskriterien im World Wide Failure Exercise.	19
2.4	Randbedingungen und Parameterberechnung für die Bereiche I und II des Lebensdauerdiagramms bei Verwendung von zwei oder drei Wöhlerkurven entsprechend der Berechnungen in [VMK10a].	28
2.5	Randbedingungen und Parameterberechnung für die Bereiche III und IV des Lebensdauerdiagramms bei Verwendung von zwei oder drei Wöhlerkurven entsprechend der Berechnungen in [VMK10a].	29
3.1	Materialkennwerte für die Abminderungsfunktion für GFK und CFK nach Knops [Kno03].	73

4.1	Prüfmethoden zur Prüfung der reinen Schubbeanspruchung.	80
4.2	Mittlere Geometriedaten der uni- und multidirektionalen Rohrprüfkörper.	82
4.3	Zusammenstellung der mechanischen Kennwerte und Bruchkurvenparameter der unidirektionalen Einzelschicht.	85
4.4	Ermittlung der Neigungsparameter der ZFB-Kurve bei $\sigma_{\parallel} = 0$ an der Stelle $\sigma_{\perp} = 0$ über Festigkeiten bei den Biaxialitätswinkeln $\xi = 58^{\circ}$ und $\xi = 110^{\circ}$	86
4.5	Glasübergangstemperaturen von Ausschnitten im Bruchbereich der kohlenstoffverstärkten Flach- und Rohrprüfkörper mit Epoxidharzmatrix nach dem Aushärtezyklus von 60 Minuten bei 90°C und 135 Minuten bei 140°C	87
4.6	Wahl der Prüffrequenzen in Abhängigkeit des Temperatureinflusses. Für zweiachsige Beanspruchung: Proportional: „=“. Nichtproportional: „ \neq “.	91
4.7	Ermittelte und gewählte Restfestigkeitsparameter der unidirektionalen Einzelschicht als Eingangsgrößen für die Modellierung.	99
6.1	Beanspruchungszustand der Schichten im Mehrschichtverbund $[90/\pm 70]_s$ für eine mehrachsige Belastung mit $\hat{\sigma}_{max} = 22,0\text{ MPa}$, $\hat{\tau}_{max} = 11,5\text{ MPa}$, $\hat{\xi} = 28^{\circ}$ sowie $\hat{\sigma}_{max} = 17,0\text{ MPa}$, $\hat{\tau}_{max} = 40,0\text{ MPa}$, $\hat{\xi} = 67^{\circ}$ bei $r_{\hat{\sigma}_x} = -1$ und $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,1$. Dargestellt sind die Beanspruchungen im Anfangszustand, bevor eine erste Steifigkeitsdegradation einsetzt.	124
6.2	Beanspruchungszustand der Schichten im Mehrschichtverbund $[90/\pm 70]_s$ für eine Belastung mit $\hat{\sigma}_{max} = 22,0\text{ MPa}$, $\hat{\tau}_{max} = 11,6\text{ MPa}$, $\hat{\xi} = 28^{\circ}$, $r_{\hat{\sigma}_x} = -1$ und $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,5$ sowie $\hat{\sigma}_{max} = 27,8\text{ MPa}$, $\hat{\tau}_{max} = 15,1\text{ MPa}$, $\hat{\xi} = 28^{\circ}$, $r_{\hat{\sigma}_x} = 0,5$ und $r_{\hat{\tau}_{yx}} = -1$. Dargestellt sind die Beanspruchungen im Anfangszustand, bevor eine erste Steifigkeitsdegradation einsetzt.	127
7.1	Informationen zu den gewählten Spannungsniveaus der nichtproportionalen Beanspruchungen in der ersten Sequenzabfolge. Siehe Informationen zu den daraus folgenden Schichtbeanspruchungen auch in Tabelle 6.1 und 6.2.	136
7.2	Informationen zu den gewählten Spannungsniveaus der nichtproportionalen Beanspruchungen in der zweiten Sequenzabfolge. Siehe Informationen zu den Spannungsniveaus in Tabelle 6.1 und 6.2.	139
A.1	Zusammenfassung und Deklaration der untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Verbundarchitekturen: Statische Prüfungen bei verschiedenen Biaxialitätsverhältnissen. n : Anzahl der Prüfungen pro Konfiguration.	169
A.2	Zusammenfassung und Deklaration der untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Verbundarchitekturen: Einachsige zyklische Prüfungen auf verschiedenen Spannungsverhältnissen.	170
A.3	Zusammenfassung und Deklaration der untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Verbundarchitekturen: Mehrachsig proportionale und nichtproportionale Versuche diverser Kombinationen von Spannungs- und Biaxialitätsverhältnissen.	170

A.4	Zusammenfassung und Deklaration der untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Verbundarchitekturen: Restfestigkeitsversuche, mehrachsig variable Amplituden und Folge deterministischer Einzelsequenzen.	171
A.5	Bruchlastspielzahlberechnung jeder Klasse für konstante Amplituden aus den prognostizierten Verbund-Wöhlerkurven des progressiven Schadensmodells und anschließende Berechnung der Bruchlastspielzahl für die erste BZFn mit Hilfe des Hybridmodells.	175
A.6	Bruchlastspielzahlberechnung jeder Klasse für konstante Amplituden aus den prognostizierten Verbund-Wöhlerkurven des progressiven Schadensmodells und anschließende Berechnung der Bruchlastspielzahl für die zweite BZFn mit Hilfe des Hybridmodells.	176
A.7	Zusammenstellung der mechanischen Kennwerte und Bruchkurvenparameter der unidirektionalen Einzelschicht. Die experimentelle Daten entstammen der SNL/DOE/MSU-Datenbank [Man10].	196
A.8	Zusammenstellung der Wöhlerkurvenparameter für grundlegende zyklische Beanspruchungen der Einzelschicht. Die experimentelle Daten zur Berechnung der Parameter entstammen der SNL/DOE/MSU-Datenbank [Man10].	197

In diesem Kapitel wird eine kurze Einführung zur Problemstellung, Motivation und Zielsetzung der vorliegenden Arbeit gegeben.

1.1 Einführung

Aufgrund der steigenden Umweltbelastungen und den daraus resultierenden Bemühungen um Klimaziele bekommen Nachhaltigkeit und Ressourceneffizienz einen immer größeren Stellenwert. Der Leichtbau und die damit einhergehende effektive Werkstoffausnutzung steht daher als Schlüsseltechnologie in vielen Bereichen im Vordergrund. Faser-Kunststoff-Verbunde (FKV) bieten hier aufgrund ihres hervorragenden Verhältnisses von sowohl hoher Steifigkeit als auch hoher Festigkeit bei einer gleichzeitig geringen Dichte ein enormes Potenzial im Werkstoffleichtbau. Faser-Kunststoff-Verbunde FKV sind als Werkstoffkombination ein Konstruktionswerkstoff, welcher bereits selbst als Konstruktion aus einer Kombination von Faser und Kunststoffmatrix verstanden werden kann. Hierbei wird ein mehrschichtiger Verbund durch die Kombination einzelner aufeinandergestapelter Einzelschichten mit verschiedenen Orientierungen konstruiert. Während innerhalb des Verbunds der Faser durch ihre deutlich höhere Festigkeit und Steifigkeit die Aufgabe der Lastaufnahme zukommt, ist die Hauptaufgabe der Matrix im mechanischen Sinne vornehmlich das Betten und räumliche Fixieren sowie der Schutz der Fasern. Hierin spielt nicht nur die Faser-Matrix-Kombination, sondern auch die belastungsgerechte geometrische Orientierung (Verbundarchitektur) der Fasern innerhalb der Matrix eine übergeordnete Rolle. In der Luft- und Raumfahrt sowie in der Windkraftindustrie besitzen FKV bereits seit Jahrzehnten einen hohen Stellenwert. In den Jahren 2011 und 2013 wurden in der zivilen Luftfahrt mit der Boeing 787-8 und dem Airbus A350 XWB erstmals Passagierflugzeuge mit Massenanteilen von über 50 % kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen CFK in Bezug auf die Strukturmasse hergestellt [Rie13]. Dahingegen waren CFK-Bauteile im Automobilbau bis vor wenigen Jahren noch größtenteils dem Motorsport oder Fahrzeugen im Premiumsegment vorbehalten und erfahren erst in den letzten Jahren größere Beachtung außerhalb dieser Bereiche. Mit dem Fokus auf alternative Mobilitätskonzepte im Bereich des Automobils, wie z. B. der Elektromobilität, und getrieben durch steigende Gesetzesanforderungen im Rahmen der Klimaziele¹ rücken sowohl konstruktiver als

¹wie z. B. die Reduzierung des gewichtsbasierten Flottenausstoßes von Kohlenstoffdioxid für Personenkraftwagen auf maximal 95 g km⁻¹ bis zum Jahr 2021 entsprechend der Verordnung (EU) Nr. 333/2014 [EU14]

auch werkstofflicher Leichtbau in weiten Bereichen in den Entwicklungsschwerpunkt. Ein Pionierprojekt der letzten Jahre im Automobilbereich ist mit dem BMW i3 das erste in Großserie produzierte Elektrofahrzeug des Automobilherstellers BMW mit einer Karosseriestruktur aus CFK. FKV weisen im Allgemeinen, bei derzeit zwar noch geringen Marktanteilen, branchenübergreifend hohe Wachstumsraten auf. Abbildung 1.1 stellt dar, wie sich der globale CFK-Bedarf im letzten Jahrzehnt weltweit verdreifacht hat. Im Vergleich der Jahre 2014 und 2018 verteilt sich der gesteigerte Bedarf recht gleichmäßig auf die führenden Anwenderbranchen. Unter diesen verzeichnen im prozentualen Vergleich die Luft- und Raumfahrt als führendes und die Automobilbranche als zweitgrößtes Segment das größte Wachstum, während die Windenergie, Sport- und Freizeitbranche und das Bauwesen gleichmäßig wachsen.

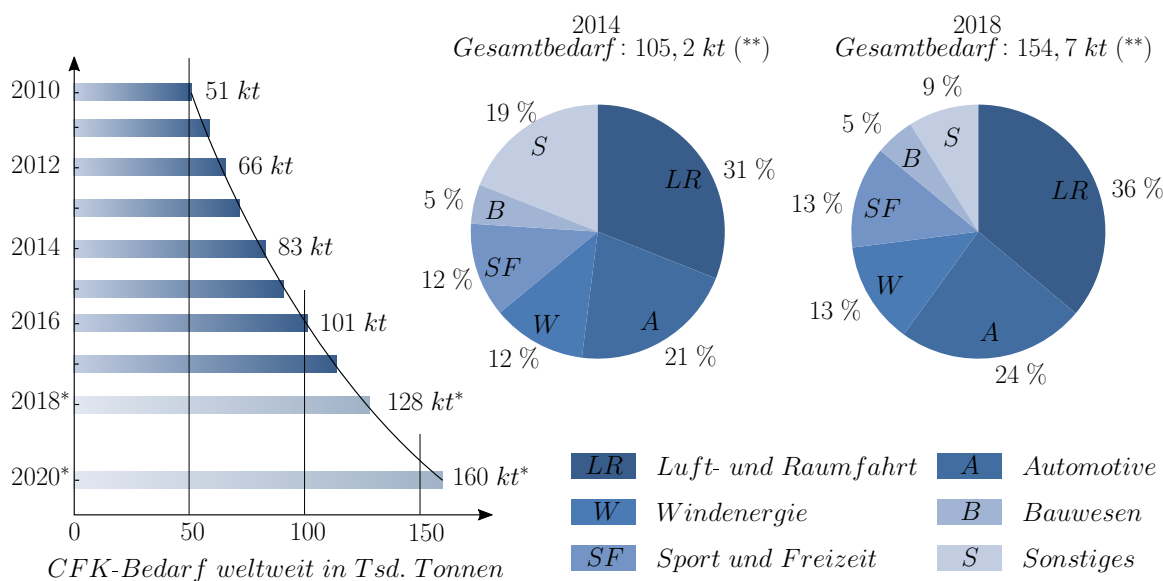


Abbildung 1.1: Links: Weltweiter Bedarf an kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen der letzten Jahre inklusive Schätzungen(*). Rechts: Aufteilung nach Wirtschaftssektoren für alle kohlenstofffaserverstärkten Verbundwerkstoffe(**) entsprechend der Auswertungen in den Marktberichten des CCEV aus den Jahren 2014 und 2018 [KK15; SK18].

Trotz der bereits verbreiteten Nutzung ist die betriebssichere Auslegung von Bauteilen aus FKV weiterhin mit großen Unsicherheiten verbunden. Alleine für Berechnungen unter quasi-statischen Lasten und für progressive Schadensverläufe wird in den letzten Jahren ein erheblicher Aufwand betrieben. Aufgrund fehlender validierter Berechnungsstandards stellt besonders die Auslegung mehrschichtiger Verbunde unter realen Last-Zeit-Verläufen eine große Herausforderung dar. Für zuverlässige und betriebssichere Vorhersagen der Lebensdauer und Restfestigkeit beliebiger Verbundarchitekturen fehlen validierte Modelle, welche das Werkstoffverhalten unter den oftmals mehrachsig zyklischen Beanspruchungen treffend beschreiben. In der vorliegenden Arbeit wird ein Berechnungsmodell vorgestellt, welches mit Blick auf stochastische Beanspruchungen einige der zentralen Phänomene

mehrachsig Betriebsbeanspruchungen berücksichtigt. Im Rahmen des Modells liegt der Fokus im wesentlichen auf der Bruchkurvenmodellierung für nichtproportionale Beanspruchungen und mehrachsig variable Amplituden mit Lastrichtungswechseln.

1.2 Motivation und Ziele der Arbeit

Für metallische Werkstoffe besteht mit der FKM-Richtlinie [Ren⁺12] die Möglichkeit aus Wöhlerlinien des zugrundeliegenden Werkstoffs die Bauteil-Wöhlerkurven und für betriebliche Lastfolgen auch die Lebensdauerkurven eines Bauteils zu bestimmen. Um einerseits in der schichtenweisen Lebensdaueranalyse von FKV einer solchen betriebssicheren Auslegung auf der Strukturebene (u. a. auch für Belastungen im Automobilbereich) näher zu kommen und andererseits auch das Vertrauen des Konstrukteurs in die Auslegung von FKV unter zyklischen Lasten zu stärken, werden in der vorliegenden Arbeit zentrale Phänomene der mehrachsigen stochastischen Beanspruchung untersucht. Aufgrund der vielen möglichen Werkstoffkombinationen von Fasern und Kunststoffen und der stets belastungsgerechten Orientierung der Fasern innerhalb des Kunststoffs kann ein enormes Spektrum an potenziellen Verbunden entstehen. In diesem Zusammenhang kann selbstverständlich nicht jeder einzelne Aufbau experimentell untersucht werden und der Konstrukteur muss oft schon im Konstruktionsprozess Aussagen über die Tragfähigkeit eines Verbunds treffen können. Daher ist das Ziel, wie Abbildung 1.2 darstellt, einen geschlossenen Berechnungskreislauf über alle Lastschritte (lastspielweise) und alle Einzelschichten (schichtenweise) des FKV für beliebige Beanspruchungen zu erhalten. In der vorliegenden Arbeit wird dazu ein Modell erläutert, das ausgehend von grundlegenden mechanischen Kennwerten der beiden Werkstoffe bzw. der Einzelschichten auf das Werkstoffverhalten des Mehrschichtverbunds (MSV) schließt. Gleichzeitig berücksichtigt das Modell die für reale Strukturen oftmals vorliegenden komplexen und mehrachsig stochastischen Beanspruchungs-Zeit-Funktionen (BZFn). Bei Betriebsbelastung eines MSV weisen die einzelnen Schichten je nach Orientierung unterschiedliche BZFn auf, die sich in ihren Spannungscharakteristiken sehr unterscheiden. In den Einzelschichten können sowohl Beanspruchungen mit variablen Amplituden, variierenden Spannungsverhältnissen der einzelnen Spannungskomponenten als auch variierenden Biaxialitätsverhältnissen zwischen den Spannungskomponenten vorliegen. Gleichzeitig können bei allen Beanspruchungen die verschiedenen Schädigungsmechanismen von FKV miteinander interagieren. Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf die meist dimensionierenden Brüche zwischen den Fasern und legt die Schwerpunkte der Untersuchungen auf außerachsig beanspruchte MSV, bei welchen die Beanspruchungen nicht hauptsächlich in die Hauptfaserrichtungen, sondern quer dazu auftreten. Eine besondere Stellung besitzt die Modellierung der Zwischenfaserbruchkurve. Eine treffende mathematische Modellierung der Bruchkurve innerhalb des Modells ist von entscheidender Bedeutung für die sich über die Lastspiele akkumulierende Schädigung. Daher wird ein Bruchkurvenmodell für die Berechnung auf der Schichtebene vorgestellt, welches die

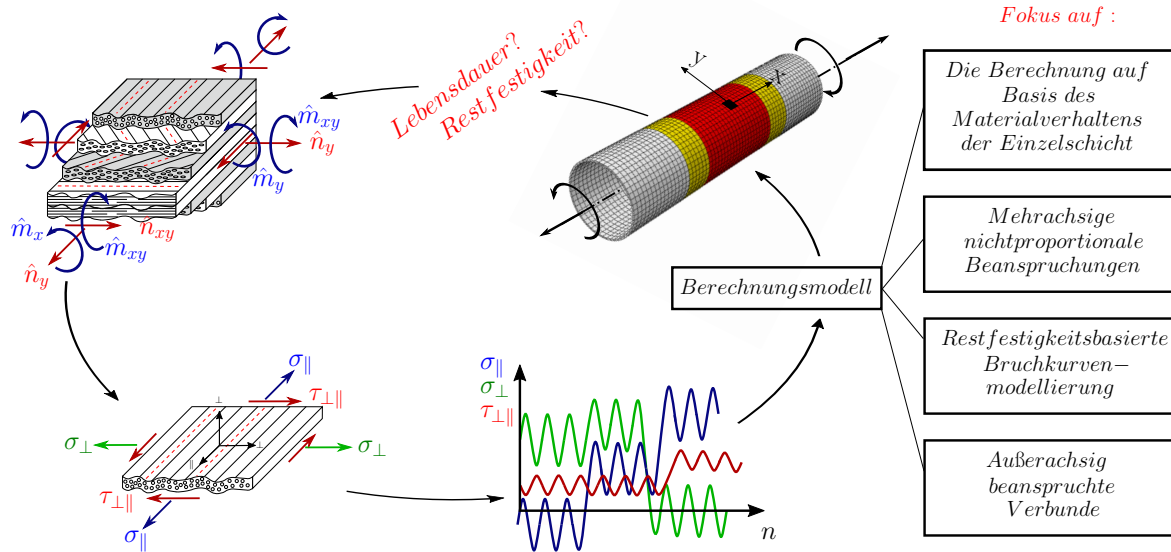


Abbildung 1.2: Schichtenweise Lebensdaueranalyse über die fortschreitenden Lastspiele der Beanspruchungs-Zeit-Funktion und die Randbedingungen der Untersuchungen für das innerhalb dieser Arbeit dargestellten Berechnungsmodells.

Reduzierung und Kopplung der einzelnen Schichtrestfestigkeiten über nichtlineare Restfestigkeitsformulierungen vornimmt.

1.3 Aufbau der Arbeit

Im **zweiten Kapitel** werden zunächst die technischen Grundlagen zur Zusammensetzung von Faser-Kunststoff-Verbunden sowie Modelle zur mikro- und makromechanischen Berechnung von FKV erläutert. Im Anschluss wird der Stand der Technik im Bereich des Ermüdungsverhaltens und der Betriebsfestigkeit aufgezeigt. An dieser Stelle wird vor allem ein Augenmerk auf die zur Verfügung stehenden Ansätze aus der Literatur sowie die Möglichkeit zur Berücksichtigung charakteristischer Phänomene der stochastischen Betriebsbeanspruchung innerhalb dieser Ansätze geworfen.

Im **dritten Kapitel** wird das auf dem Stand der Technik wissenschaftlich fundierte progressive Schadensmodell zur Berechnung der Lebensdauer und Restfestigkeit mehrschichtiger Verbunde vorgestellt. Das progressive Modell prognostiziert das Verhalten mehrschichtiger Verbunde ausgehend von den grundsätzlichen mechanischen Eigenschaften der Einzelschicht. Im Mittelpunkt steht das restfestigkeitsbasierte Bruchkurvenmodell für mehrachsige Ermüdungsbeanspruchungen und die Formulierungen und Randbedingungen zur Modellierung der Ermüdungsbruchkurve auf Basis von Wöhlerkurven für biaxiale Belastungen.

Im **vierten Kapitel** wird das zur Validierung der Modelle untersuchte Materialsystem vorgestellt. Es folgen die umfassende Charakterisierung der Einzelschicht hinsichtlich der benötigten mechanischen Eingangsgrößen für die Modellierung und die entscheidenden Darstellungen zur Ermüdungsprüfungen.

Im **fünften Kapitel** wird das Bruchkurvenmodell innerhalb der analytischen Berechnung mit experimentellen Bruch- und Restfestigkeitsdaten mehrachsig proportional und nichtproportional beanspruchter, unidirektionaler Einzelschichten validiert. Besonders die Einflüsse der Restfestigkeits-, Wöhlerkurven- und Bruchkurvenparameter auf die Lebensdauer- und Restfestigkeitsprognose werden mit fundierten wissenschaftlichen Ansätzen zusammenhängend bewertet.

Im **sechsten und siebten Kapitel** wird das Modell innerhalb numerischer Berechnungen der gesamten Prüfkörperstruktur mit experimentellen Versuchen an mehrschichtigen Verbunden verglichen. An dieser Stelle wird vor allem die Eignung des Bruchkurvenmodells zur Berücksichtigung der erläuterten einzelnen Phänomene stochastischer Beanspruchungen anhand deterministischer Abfolgen der zuvor untersuchten nichtproportionalen Beanspruchungen analysiert. Im Mittelpunkt stehen vor allem die Berechnung unter mehrachsig nichtproportionalen Beanspruchungen sowie mehrachsig variablen Amplituden.

Anschließend werden im **achten und neunten Kapitel** die Zusammenhänge unter wissenschaftlichem Blickwinkel eingehend charakterisiert. Zum Abschluss wird ein Fazit gezogen und eine Weiterführung der Untersuchungen im Ausblick vorgestellt.

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen erläutert und der Stand des Wissens im Bereich der Betriebsfestigkeit von Faser-Kunststoff-Verbunden beschrieben.

2.1 Leichtbau und Faser-Kunststoff-Verbunde

Im werkstofflichen Leichtbau sind Materialien möglichst hoher Steifigkeit und Festigkeit bei gleichzeitig geringer Dichten erstrebenswert. Werkstoff-Eigenschaftsdiagramme nach Ashby [AC93] sind ein beliebtes Werkzeug zur graphischen Materialauswahl um in frühen Phasen der Produktentwicklung eine Vorauswahl der Werkstoffklasse zu treffen. Hier wird ein für den Entscheidungsprozess maßgeblicher Parameter logarithmisch über die Dichte aufgetragen und einzelne Werkstoffe innerhalb von Werkstoffgruppen zusammengefasst dargestellt. Abbildung 2.1 stellt beispielsweise den Elastizitätsmodul (links) und die Festigkeit (rechts) über die Dichte verschiedener Werkstoffgruppen im Ashby-Diagramm dar. Bezüglich des Leichtbaupotenzials sind Werkstoffe mit hohen Werten auf der Ordinate und kleinen Werten auf der Abszisse demnach besonders erstrebenswert. Im Vergleich der Werkstoffgruppen wird in Bezug auf Steifigkeit und Festigkeit das theoretische Leichtbaupotenzial von Faser-Kunststoff-Verbunden deutlich.

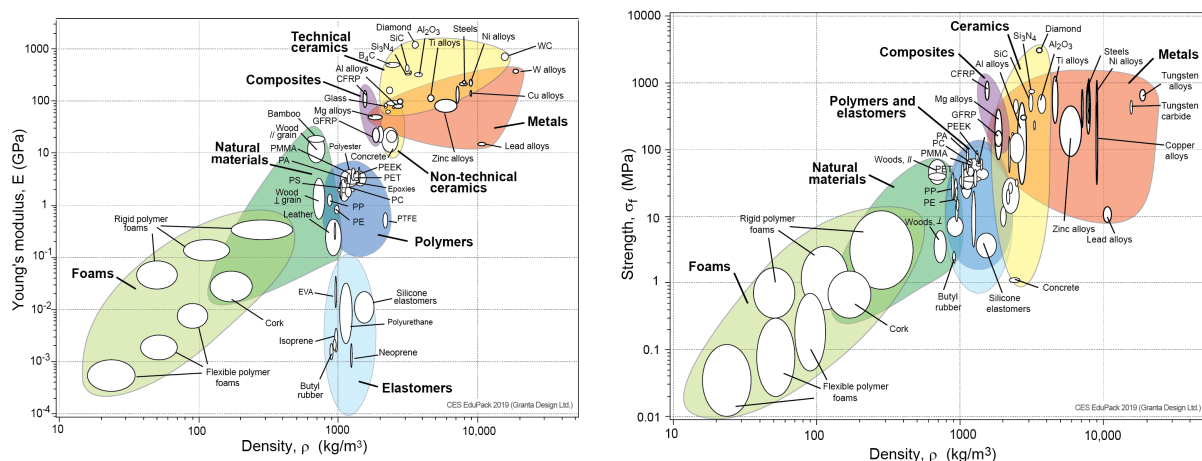


Abbildung 2.1: Werkstoff-Eigenschaftsdiagramme („Material Property Charts“) nach [AC93] für die spezifische Steifigkeit (links) und spezifische Festigkeit (rechts) verschiedener Werkstoffgruppen ².

²Die Grafiken wurden erstellt mit dem CES EduPack 2018, Granta Design Ltd., und Grantas Materialdatenbank (<https://grantadesign.com/education/students/charts/>) und stellen durchschnittliche Materialgrößen für die Materialauswahl und keine Designgrößen dar.

Gegenüber den reinen Kunststoffen können durch die Faserverstärkung bei nur geringfügig höheren Dichten erhebliche Erhöhungen der Eigenschaften erzielt werden. Gleichzeitig kann aber auch bei vergleichbarer Steifigkeit und Festigkeit eine geringere Dichte erzielt werden als bei einigen metallischen und keramischen Werkstoffen. In den meisten Fällen ist es nicht sinnvoll, einzig die Gewichtsreduzierung als hauptsächliches Auswahlkriterium in den Vordergrund zu stellen, da je nach Anwendung eine Fülle an Eigenschaften für die Auswahl berücksichtigt werden müssen. Nichtsdestotrotz wird in der Anschauung nach Ashby das Potenzial von Faserverbundwerkstoffen für den Leichtbau deutlich. Ein Grund dafür ist, dass viele Werkstoffe in Faserform eine deutlich höhere Festigkeit und teilweise auch Steifigkeit aufweisen. Das liegt unter anderem an dem sogenannten Größeneffekt, bei welchem die Anzahl und Größe von Materialfehlern bei deutlich kleineren Querschnittsflächen reduziert ist, und an den jeweiligen Fertigungsprozessen, bei welchen die starken atomaren Bindungen in Faserrichtung ausgerichtet werden [Sch07]. Viele Fasern weisen daher kein isotropes (richtungsunabhängiges) Verhalten auf, so dass sich die Eigenschaften in Faserlängs- und Faserquerrichtung deutlich unterscheiden. Um die Fasern in eine Struktur zu betten, geometrisch zu fixieren und eine Lastaufnahme bei Druck zu ermöglichen, werden sie mit einer Bettungsmasse (auch Matrix genannt) umgeben. Der Faser selbst kommt innerhalb dieses Verbunds aufgrund ihrer hohen Steifigkeit die Aufgabe der Lastaufnahme zu. Die Matrix kann unter anderem aus Kunststoff, Metall, Keramik oder auch Beton sein und ist im Allgemeinen die Schwachstelle des Verbundes. Unter der allgemeinen Bezeichnung der Faserverbundwerkstoffe wird jegliche Kombination eines Matrixwerkstoffs mit einem Faserwerkstoff (z. B. Faser-Kunststoff-Verbunde, Metallmatrix-Verbundwerkstoffe, keramische Faserverbundwerkstoffe, etc.) verstanden. Faser-Kunststoff-Verbunde (FKV) können Werkstoffkombinationen aus einer Vielzahl verschiedener Fasern (Naturfasern, organische und anorganische Fasern, Metallfasern, etc.) und polymerer Matrixsysteme (Duromeren, Thermoplasten und Elastomeren) sein.

2.1.1 Fasern und Polymermatrix

Eine kurze Übersicht einiger natürlicher und künstlicher Fasern sowie verschiedener polymerer Matrixsysteme ist Tabelle 2.1 zu entnehmen. Für die Faserverstärkung steht theoretisch eine riesige Bandbreite an möglichen Fasern zur Verfügung. In technischen Anwendungen haben sich aber größtenteils vor allem die Kohlenstoff-, Glas- und Aramidfaser als häufigstes Verstärkungsmaterial herauskristallisiert. Die Kohlenstofffaser ist eine stark anisotrope Faser, so dass sich ihre Eigenschaften in Faserlängs- und Faserquerrichtung deutlich unterscheiden. In Abbildung 2.2 ist die Elementarzelle des Graphitkristalls dargestellt. Graphit ist schichtenweise aufgebaut und besitzt aufgrund der starken kovalenten Bindungen der Kristalle in der Ebene eine ausgesprochen hohe Steifigkeit und Festigkeit in Faserlängsrichtung [FZR95]. In Querrichtung liegen nur schwache Bindungen vor, so dass die Steifigkeit orthogonal zur Kohlenstofffaser (C-Faser) deutlich niedriger ist.

Fasern		Polymermatrix	
Naturfasern	Baumwolle, Hanf, Sisal, ...	Duromere	Epoxid (EP), Ungesättigter Polyester (UP), Vinylester (VE), ...
Kunstfasern (organisch)	Aramid, Kohlenstoff, ...	Elastomere	Silikon (SI), Polyurethan (PUR), ...
Kunstfasern (anorganisch)	Bor, Glas, Basalt, ...	Thermoplaste	Polypropylen (PP), Polyethylenterephthalat (PET), Polyamid (PA), ...
Metallfasern	Stahl, Aluminium, ...		

Tabelle 2.1: Beispiele für Faserarten und polymere Matrixsysteme als Ausgangsmaterialien für Faserverbundwerkstoffe.

Gleichzeitig weisen Kohlenstofffasern eine sehr niedrige Dichte auf, welche z. B. deutlich unterhalb der Dichte von Glasfasern liegt. Glasfasern besitzen eine hohe Bruchdehnung, was sie für viele technische Anwendungen interessant macht. Während im Vergleich zur C-Faser noch relativ gute Festigkeitswerte erzielt werden können, ist der größte Nachteil der Glasfaser ihr deutlich niedrigerer Elastizitätsmodul [Sch07]. Die anisotrope Aramidfaser ist eine Polymerfaser und besitzt von den genannten Fasern die geringste Dichte. Eine ihrer herausragendsten Eigenschaften ist die hohe Schlagzähigkeit, weswegen die Faser oft in Bauteilen verwendet wird, die schlagartigen Beanspruchungen mit hohen lokalen Verformungsgeschwindigkeiten (z. B. Crash oder Impact) ausgesetzt sind. Während die Festigkeit und Steifigkeit höher ist als bei der Glasfaser, ist ein schwerwiegender Nachteil der Aramidfaser ihre sehr geringe Druckfestigkeit. Im Gegensatz zu kurz- und langfaser-

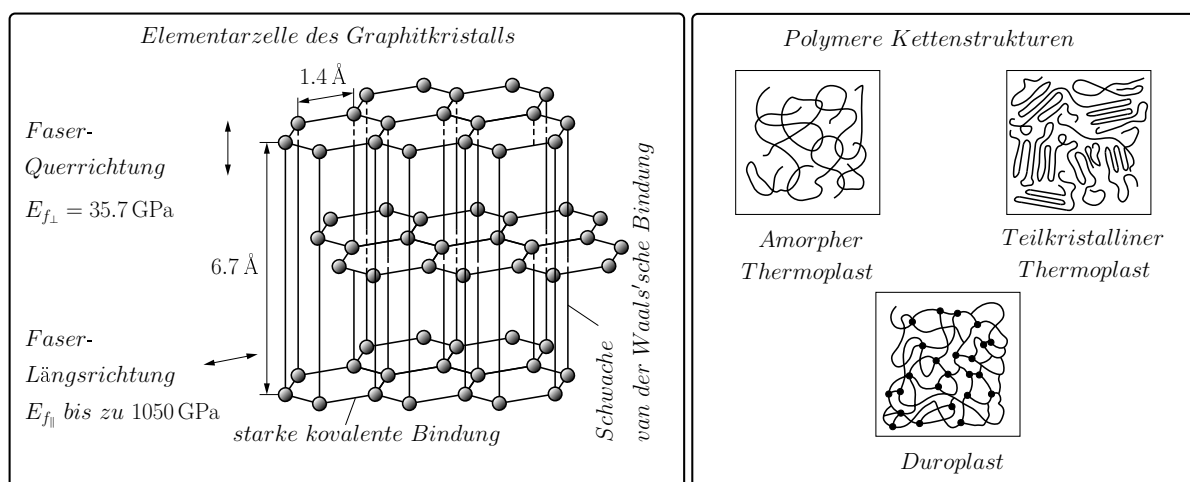


Abbildung 2.2: Links: Die Elementarzelle des Graphitkristalls. Adaptiert nach [SER16]. Rechts: Darstellung der Kettenstrukturen von duro- und thermoplastischen Polymeren. Adaptiert in Anlehnung an [Erh08].

verstärkten Kunststoffen wird eigentlich nur von FKV gesprochen, wenn eine Endlosfaserverstärkung (bzw. Fasern ab einer Länge von ca. 25 mm) vorliegt [Sch07]. Die Fasern können in Form verschiedenster Halbzeuge verarbeitet werden, wie z. B. als Roving, Gewebe, Gelege, Matte oder Vlies. Ausgangspunkt der Faserhalbzeuge sind Faserfilamente, welche wiederum in mehrfacher paralleler Anordnung als Roving oder Tow bezeichnet werden [FZR96]. In Abbildung 2.3 sind einige Prozesse für bedeutsame Faserhalbzeuge (Geflechte, Gewebe und Gestricke) dargestellt.

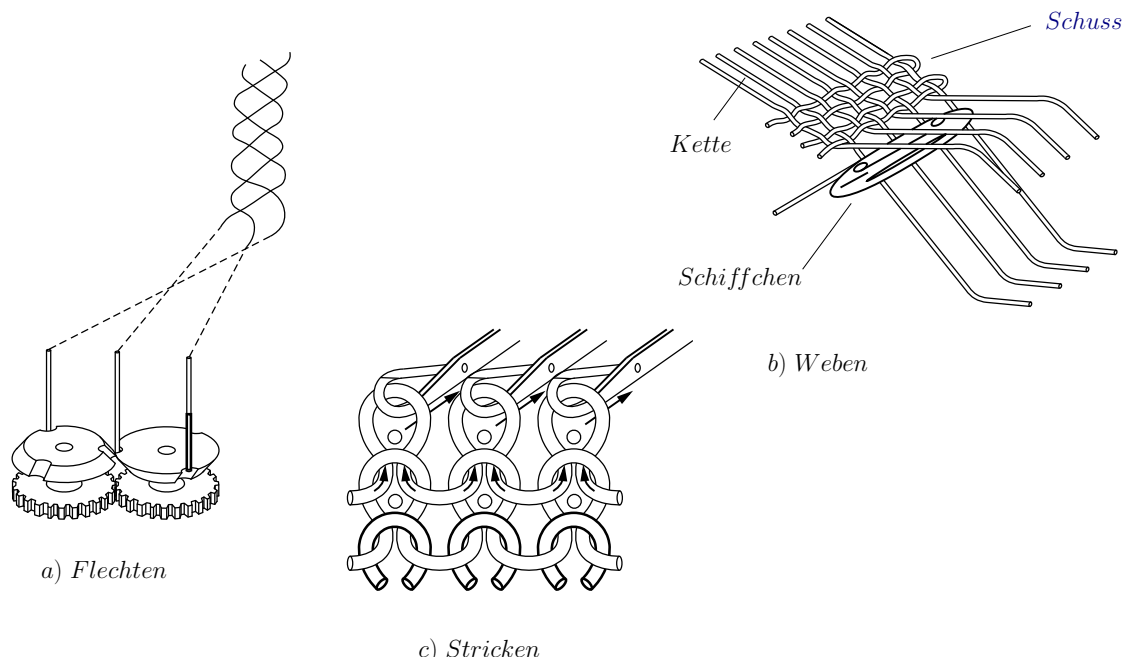


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Prozesse Flechten, Stricken und Weben zur Herstellung von Halbzeugen. Adaptiert in Anlehnung an [Ko94].

Kunststoffe werden aufgrund der Art ihrer Molekülstruktur in verschiedene Werkstoffgruppen unterteilt. Während, wie in Abbildung 2.2 dargestellt, Thermoplaste nicht räumlich vernetzt sind, besitzen Duromere eine räumlich engmaschige Vernetzung und Elastomere eine schwache räumliche Vernetzung. Aus der Molekülstruktur resultieren die wesentlichen Eigenschaften des Kunststoffs. Im Faserverbundbereich ist für technische Anwendungen die Gruppe der duromeren Kunststoffe das wohl am häufigsten verwendete Matrixsystem. Aufgrund ihrer engmaschigen Vernetzung weisen sie im Endzustand mit steigender Vernetzungsdichte eine hohe Steifigkeit auf. Gleichzeitig besitzen sie geringe Kriechneigungen und gute thermische und chemische Eigenschaften [Erh08]. Duromere sind in ihrem Endzustand unschmelzbare Kunststoffe, deren endgültiger makromolekularer Zustand erst nach einer chemischen Reaktion erreicht wird. Thermoplaste hingegen erstarren bei der Abkühlung nach der Fertigung und können anschließend oberhalb einer bestimmten Temperatur wieder reversibel geschmolzen werden. Aufgrund ihrer räumlich unvernetzten Struktur besitzen sie höhere Kriechneigungen als die duromeren Kunststoffe, besonders unter erhöhten Temperaturen. Dahingegen finden Elastomere als Matrixsysteme in der Faserverbundtechnik kaum Verwendung.

2.1.2 Analytische Berechnungsmethoden

Verbundwerkstoffe werden als Werkstoffklasse gesehen, obwohl sie, wie in Abbildung 2.4 dargestellt, im engeren Sinne Konstruktionen aus zwei verschiedenen Werkstoffen sind [Sch07]. Dem Konstrukteur bleibt aber nicht nur die Kombination der Werkstoffe, sondern auch deren geometrische Anordnung im Raum, die Architektur des Verbunds. Aufgrund der anisotropen (richtungsabhängigen) Eigenschaften werden Faserverbundwerkstoffe im Allgemeinen geometrisch so konstruiert, dass die Fasern in die Hauptspannungsrichtungen orientiert sind. Meistens sind die äußeren Belastungen allerdings mehrachsig, so dass mehrere Einzelschichten mit unterschiedlichen Orientierungen in einem Mehrschichtverbund (MSV) vorgesehen werden müssen. Auf diese Weise wird ein belastungsgerechter Verbund angestrebt, der für das jeweilige Beanspruchungsszenario optimal konstruiert ist.

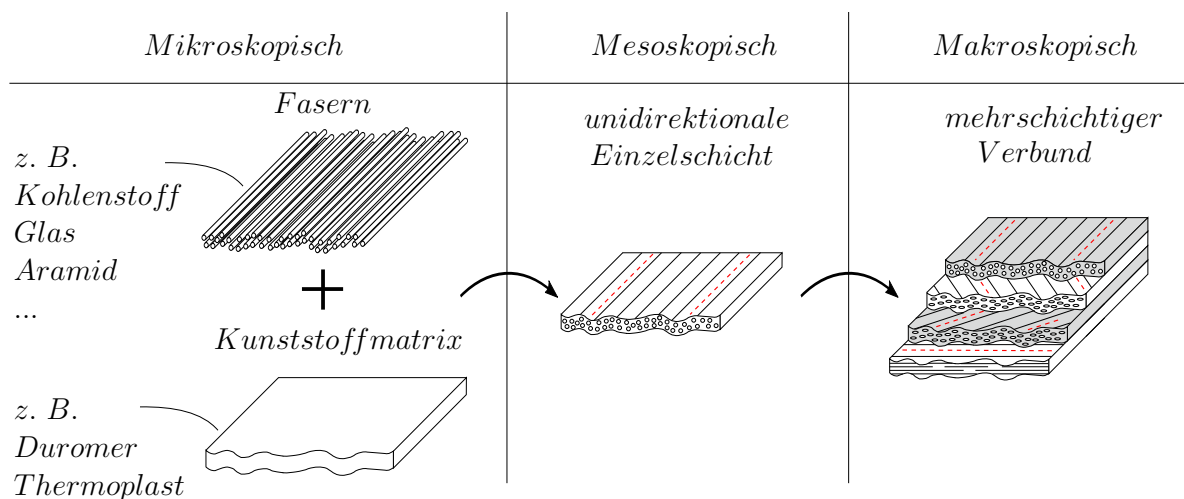


Abbildung 2.4: Verbundkonstruktion: Aufbau eines mehrschichtigen Faser-Kunststoff-Verbunds FKV aus Einzelschichten der Werkstoffkombination aus Faser und Polymermatrix.

Bei der belastungsgerechten Auslegung muss der Konstrukteur zumeist auf Basis weniger grundlegender Kennwerte in der Lage sein, das Materialverhalten des MSV zu beschreiben. Im Folgenden werden Ansätze zur Berechnung der mechanischen Kennwerte der Einzelschicht auf der mesoskopischen Ebene mit Hilfe von mikromechanischen Betrachtungen der Faser und Matrix vorgestellt, um im darauffolgenden Schritt mit den Schichtgrößen den Mehrschichtverbund auf der makroskopischen Ebene berechnen zu können.

2.1.2.1 Mikromechanische Ansätze

Eine Einzelschicht in der alle Fasern mit homogener Faserverteilung längs einer Faserrichtung angeordnet sind, ist ein transversal isotroper Werkstoff [Cun19]. Das bedeutet, dass die Schicht senkrecht zur Faserrichtung quasi-isotrope Ebenen besitzt. Dadurch werden

für das Elastizitätsgesetz der unidirektionalen (UD) Schicht

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{\parallel,1} \\ \varepsilon_{\perp,2} \\ \varepsilon_{\perp,3} \\ \gamma_{\perp\perp,23} \\ \gamma_{\perp\parallel,31} \\ \gamma_{\perp\parallel,21} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & \frac{-\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & \frac{-\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & \frac{1}{E_{\perp}} & \frac{-\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & \frac{-\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\perp\perp}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\perp\parallel}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\perp\parallel}} \end{pmatrix}}_{\text{Nachgiebigkeitsmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel,1} \\ \sigma_{\perp,2} \\ \sigma_{\perp,3} \\ \tau_{\perp\perp,23} \\ \tau_{\perp\parallel,31} \\ \tau_{\perp\parallel,21} \end{pmatrix} \quad (1)$$

nur fünf elastische Grundgrößen (E_{\parallel} , E_{\perp} , $G_{\perp\parallel}$, $\nu_{\perp\parallel}$ und $\nu_{\perp\perp}$) benötigt. Werden diese mechanischen Kennwerte nicht experimentell bestimmt, können mikromechanische Betrachtungen an Faser und Matrix verwendet werden, um die mesoskopischen Kennwerte der unidirektionalen Schicht zu berechnen. Die Abbildungen 2.5a und 2.5c stellen dazu anschaulich die mikromechanische Beschreibung über parallel oder in Reihe geschaltete Federmodelle und die Validierung der Ansätze nach Schürmann [Sch07] dar. Bei Faserlängsbeanspruchung wird davon ausgegangen, dass die Faser und der Kunststoff durch eine Parallelschaltung der Federn repräsentiert werden kann. Aus dem Kräftegleichgewicht folgt dann die Berechnung des Längs-Elastizitätsmoduls der unidirektionalen Schicht

$$E_{\parallel} = E_{f,\parallel} \cdot \varphi + E_m \cdot (1 - \varphi) \quad (2)$$

nach der Mischungsregel aus Faserlängs- ($E_{f,\parallel}$) und Matrix-Elastizitätsmodul (E_m) über eine Gewichtung mit dem Faservolumengehalt φ . Das linke untere Diagramm in Abbildung 2.5 stellt die Validierung der theoretischen Beziehung mit experimentellen Daten dar und verdeutlicht, dass die Berechnung der Steifigkeit in Faserrichtung nach Gleichung (2) sehr gute Ergebnisse liefert. Der Quer-Elastizitätsmodul E_{\perp} und der Quer-Längs-Schubmodul der Schicht $G_{\perp\parallel}$ können in der Theorie ebenfalls aus den mikromechanischen Betrachtungen erhalten werden. Der mikromechanische Ansatz über die Reihenschaltung von Faser und Matrix ist in Abbildung 2.5b zu sehen. Die Modelle zeigen jedoch besonders bei höheren Faservolumengehalten deutliche Abweichungen zu den experimentellen Versuchen in den Abbildungen 2.5d und 2.5e. Schürman [Sch07] nennt als Grund dafür zum einen Querkontraktionsbehinderungen und zum anderen Fehlstellen mit ungenügender Haftung, die mit den Modellen nicht hinreichend beschreibbar sind. Daher werden die hergeleiteten Modelle modifiziert und an experimentelle Ergebnisse angepasst. Beispiele angepasster semi-empirischer Gleichungen, sind z. B. die Gleichung für den Quer-

Elastizitätsmodul

$$E_{\perp} = \frac{E_m}{(1 - \nu_m^2)} \cdot \frac{1 + 0,85 \cdot \varphi^2}{(1 - \varphi)^{1,25} + \frac{E_m}{(1 - \nu_m^2) \cdot E_{f\perp}} \cdot \varphi} \quad (3)$$

nach Puck [Puc67] und die Gleichung für den Quer-Längs-Schubmodul

$$G_{\perp\parallel} = G_m \cdot \frac{1 + 0,4 \cdot \varphi^{0,5}}{(1 - \varphi)^{1,45} + \frac{G_m}{G_{f\perp\parallel}} \cdot \varphi} \quad (4)$$

nach Förster [FK71]. Die Modelle zeigen, wie in Abbildung 2.5 dargestellt, sehr gute Ergebnisse im Vergleich mit experimentellen Ergebnissen [Sch07]. Da der Quer-Elastizitätsmodul der Faser experimentell nicht wirklich direkt zu bestimmen ist [Ehr06], bleibt für aniso-

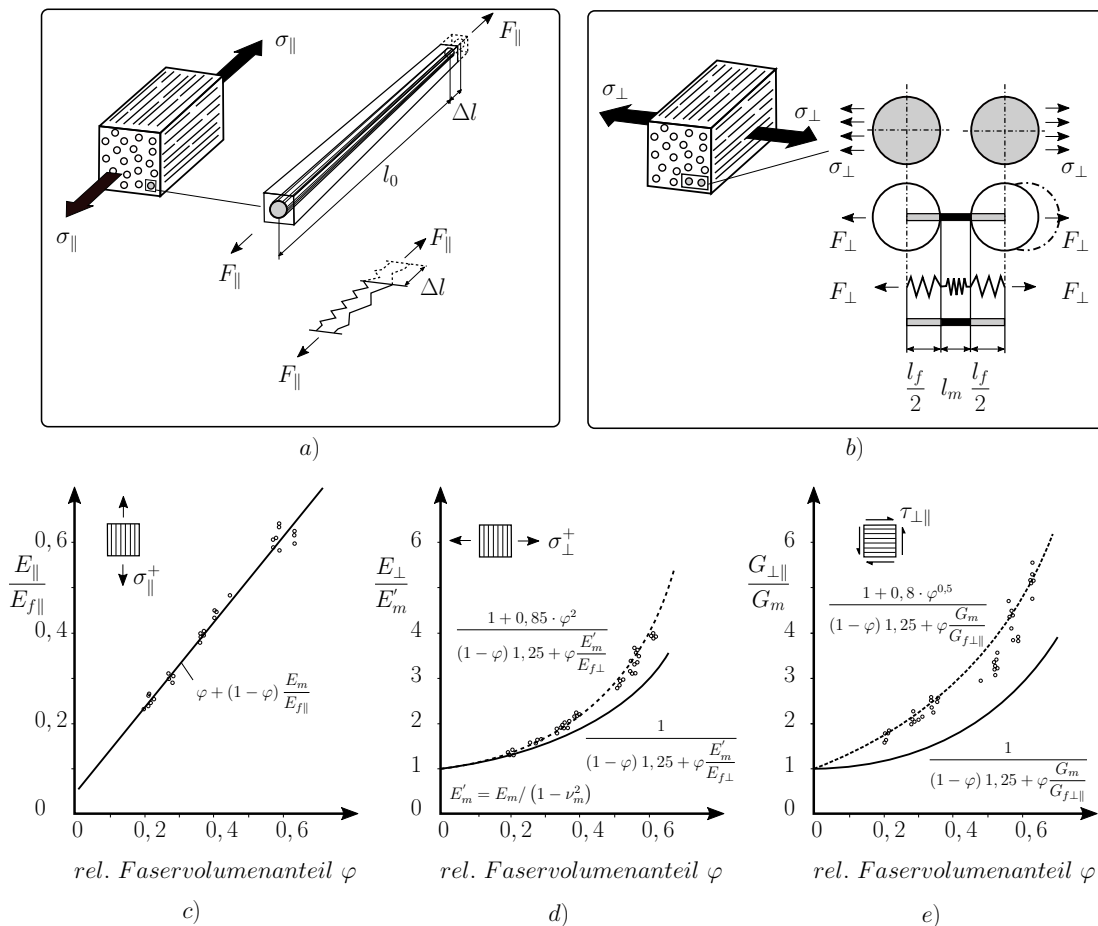


Abbildung 2.5: Mikromechanische Betrachtung zur Kombination von Faser und Matrix zur Berechnung der mechanischen Kennwerte der unidirektionalen Schicht und Validierung der Modelle. Zusammenstellung adaptiert in Anlehnung an [Sch07].

trope Fasern (Kohlenstoff, Aramid, ...) nur die experimentelle Ermittlung des Quer-Elastizitätsmodul der Schicht. Falls nötig kann der Quermodul der Faser dann über eine inverse Berechnung aus der bekannten Schichtgröße erhalten werden. Die große Quer-Längs-Querkontraktionszahl

$$\nu_{\perp\parallel} = \nu_{f\perp\parallel} \cdot \varphi + \nu_m \cdot (1 - \varphi) = \nu_{\parallel\perp} \cdot \frac{E_{\parallel}}{E_{\perp}} \quad (5)$$

lässt sich ebenfalls sehr gut über die lineare Mischungsregel beschreiben [Sch07]. Gleichung (5) stellt gleichzeitig die Abhängigkeit der kleinen Längs-Quer-Querkontraktionszahl über das Verhältnis von Längs- und Quer-Elastizitätsmodul unter der Annahme eines linear elastischen Werkstoffverhaltens dar. Bei der Berechnung der Quer-Quer-Querkontraktionszahl $\nu_{\perp\perp}$ liegt nach Foye [Foy72] die Schwäche der Mischungsregel darin, dass die Dehnungsbehinderung bei Normalbeanspruchung der im Vergleich zu den Fasern sehr weichen Matrix in Faserlängsrichtung unberücksichtigt bleibt. Eine Berechnung der Quer-Quer-Querkontraktionszahl

$$\nu_{\perp\perp} = \nu_{f\perp\perp} \cdot \varphi + (1 - \varphi) \cdot \underbrace{\left[\nu_m \left(\frac{1 + \nu_m - \nu_{\perp\parallel} \cdot \frac{E_m}{E_{\parallel}}}{1 - \nu_m^2 + \nu_m \cdot \nu_{\perp\parallel} \cdot \frac{E_m}{E_{\parallel}}} \right) \right]}_{\text{Effektive Querkontraktionszahl } \nu_{eff}} \quad (6)$$

liefert Foye mit Berücksichtigung der Dehnungsbehinderung unter Verwendung der effektiven Matrix-Querkontraktionszahl ν_{eff} . [Foy72]. Die Gleichungen (2) bis (6) berechnen natürlich nur die Initial-Kenngrößen ungeschädigter Verbunde und keine Spannungs-Verzerrungs-Verläufe. Aufgrund der ausgeprägten Schubnichtlinearität wird darauf im Speziellen im Kapitel 3.1.4 genauer eingegangen. Die mikromechanischen Gleichungen sind insbesondere auch dann hilfreich, wenn z. B. der Faservolumengehalt der zur Bestimmung der mechanischen Kennwerte der Schicht verwendeten Prüflinge nicht mit dem Faservolumengehalt des zu beschreibenden Mehrschichtenverbunds übereinstimmt. Die experimentell ermittelten Kennwerte können dann zur inversen Berechnung der mikromechanischen Kennwerte (Faser und Matrix) verwendet werden. Im nächsten Schritt können dann wiederum die Kennwerte der Schicht auf einem höheren Faservolumengehalt berechnet werden [Sch07]. Diese Vorgehensweise ist besonders für die Validierung von Berechnungsmodellen an Verbunden mit variierenden Faservolumengehalten hilfreich. Für die im Verlauf der Arbeit anstehende Umsetzung werden die Basis-Kennwerte für Faservolumengehalte in einem Bereich von $\varphi = 0,5$ bis $0,55$ auf den jeweiligen Verbund-Faservolumengehalt umgerechnet. Wie in den Abbildung 2.5c-e dargestellt, erzielen die Gleichungen in diesem Streubereich gute Ergebnisse.

2.1.2.2 Makromechanik des Mehrschichtverbunds

Um das Materialverhalten eines MSV aufbauend auf den Kenntnissen der unidirektionalen Einzelschicht beschreiben zu können, werden spezielle Berechnungsmethoden für FKV benötigt. Eine Methode, die mittlerweile nur noch als erste Entscheidungshilfe bei der Vordimensionierung zum Tragen kommt, ist die Netztheorie. Hier wird die Struktur als reines Fasernetzwerk betrachtet und die Matrix vernachlässigt. Mit der Netztheorie lässt sich aufgrund der einfacheren Rechenstruktur recht schnell eine erste Abschätzung zur Tragfähigkeit eines Verbundes geben. Durch die Vernachlässigung des Mittragens der Matrix ist diese Vordimensionierung zusätzlich auch auf der konservativen Seite [Sch07]. Dahingegen behandelt die Kontinuumstheorie bzw. klassische Laminattheorie (KLT) beide Werkstoffkomponenten als ein konsistentes räumliches Kontinuum. In Abbildung 2.6 wird die Vorgehensweise in ihren einzelnen Berechnungsschritten nach Michaeli [MW89; MHW95] beschrieben. Bei der KLT geht es zunächst darum, den aus diversen unidirek-

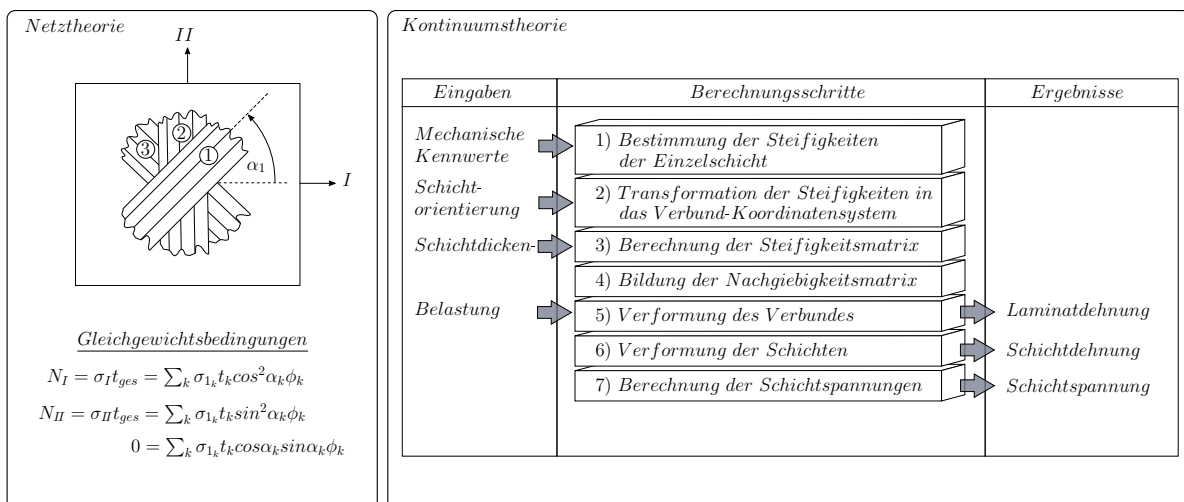


Abbildung 2.6: Prinzip zur Vordimensionierung und Entscheidungshilfe mit der Netztheorie (links) und Ablaufplan der Berechnung innerhalb der Kontinuumstheorie zur Berücksichtigung beider Werkstoffkomponenten (rechts). Adaptiert in Anlehnung an Michaeli [MW89; MHW95].

tionalen (UD) Schichten zusammengefügt multidirektionalen (MD) Lagenaufbau mechanisch zu charakterisieren. In den Schritten 1 und 2 nach Abbildung 2.6 wird die Steifigkeitsmatrix der UD-Schicht im Verbund-Koordinatensystem aus den im letzten Kapitel berechneten Grund-Elastizitätsgrößen berechnet. In den Schritten 3 und 4 wird dann das Elastizitätsgesetz des Verbundes unter Verwendung der grundlegenden mechanischen und geometrischen Kennwerte der Einzelschichten ermittelt. Aufbauend auf dem abgeleiteten Elastizitätsgesetz können daraufhin in den Schritten 5 und 6 die durch äußere Lasten resultierenden Verzerrungen und Spannungen des MSV und dadurch wiederum im letzten Schritt die Schichtspannungen und Verformung jeder Einzellage ermittelt werden. Für

den MSV als Scheiben-Plattenelement werden einige werkstoffliche Annahmen getroffen [Sch07], wie z. B.:

- Die Betrachtung findet an einem infinitesimalen repräsentativen Element statt und die Dicke des Elements ist gegenüber anderen Flächenabmessungen sehr klein.
- Die Durchbiegung ist klein gegenüber der Dicke, so dass Kräfte und Momente am Ursprungselement angreifen können.
- Die UD-Schichten werden als homogene Kontinua betrachtet, welche eben und parallel zur Mittelfläche des Verbunds orientiert sind.
- Die Dicke der UD-Schichten bleibt konstant und die Querschnitte des Elements bleiben unter Verformung orthogonal zur Längsachse (Normalenhypothese nach Bernoulli [KW93]).
- Die UD-Schichten sind perfekt miteinander verklebt, so dass keine interlaminare Relativverschiebung auftreten kann (Verbund-Bedingung)

Da die klassische Laminattheorie die Basis für das Lebensdauermodell und die dafür entwickelte Bruchkurvenmodellierung ist, wird die Vorgehensweise innerhalb des Berechnungsmodells auf Basis der KLT in Kapitel 3.1.1 detaillierter dargestellt.

2.1.3 Quasi-statische Schadenskriterien

Sind die Schichtspannungen jeder Einzelschicht des Verbunds aus der klassischen Laminattheorie bekannt, kann innerhalb einer Bruchanalyse eine Konsequenz aus den vorliegenden Spannungskombinationen gezogen werden. Wie Abbildung 2.7 zeigt, werden für FKV verschiedene intra- und interlaminare Schädigungsmechanismen unterschieden. Die intralaminaren Schadensmodi beschreiben den Faser- (FB) oder Zwischenfaserbruch (ZFB) innerhalb einer UD-Schicht. Interlaminare Mechanismen beschreiben Schädigungen zwischen den jeweiligen Schichten, wie z. B. Delamination. Frühe und häufig eingesetzte Modelle unter den Schadenskriterien für anisotrope Materialien wurden bereits 1983 durch eine Umfrage des „American Institute of Aeronautics and Astronautics“ herauskristallisiert [Son83]. Dazu gehörten vor allem die „Maximum Strain“- und „Maximum Stress“-Theorie sowie die quadratischen Theorien von z. B. Azzi und Tsai (1965) [AT65], Hoffman (1967) [Hof67] oder Tsai-Wu (1971) [TW71]. Eine ausführliche Sammlung und Beschreibung der frühen Schadenskriterien für isotrope und anisotrope Materialien findet sich z. B. in [Nah86]. Die Theorien basieren im Wesentlichen auf Weiterentwicklungen der Fließbedingungen für anisotrope Metalle nach Hill (1948) [Hil48] für Faserverbundwerkstoffe. Diese frühen Modelle nehmen jedoch keinen Bezug auf die wesentlichen physikalischen Schädigungsmechanismen bei Faser-Kunststoff-Verbunden [Tal14]. Die Idee physikalisch basierter Schadenskriterien für FKV wird im Allgemeinen auf Hashin zurückgeführt [PIR06], der 1980 eine erste Theorie vorstellte, die eine getrennte Betrachtung von

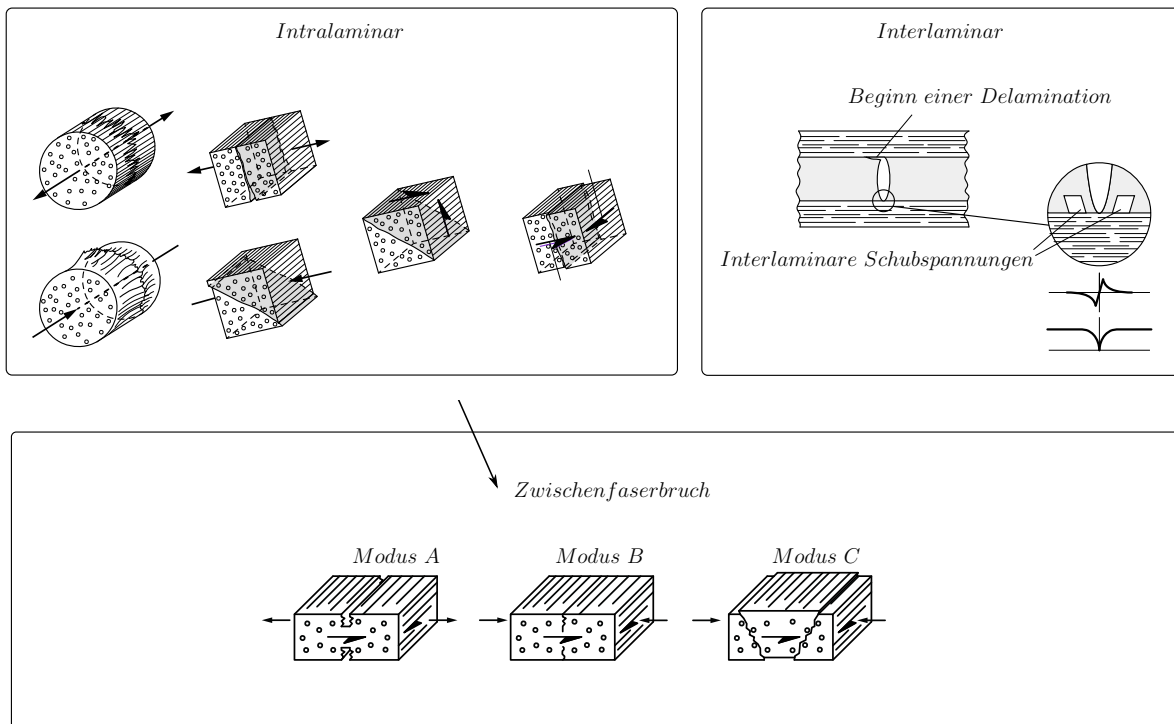


Abbildung 2.7: Links: Beanspruchungen des UD-Verbundes. Rechts: An einem Zwischenfaserbruch beginnende Delamination und die Übertragung der Spannung über interlaminare Schubspannungen. Unten: Einteilung der Zwischenfaserbrüche in Modus A, B und C. Adaptiert in Anlehnung an [Sch07].

Faser und Matrix innerhalb einer unidirektionalen Schicht berücksichtigt [Has80]. Nach Hashin wird insgesamt zwischen vier Schadensmodi unterschieden. Für Beanspruchungen in Faserlängsrichtung wird unter der Verwendung der Längs- und Schubbeanspruchung eine Zug- oder Druckschädigung der Faser und für Beanspruchungen in Faserquerrichtung eine Zug- oder Druckschädigung der Matrix unter Kombinationen der Quer- und Schubbeanspruchungen berechnet. Das Vorgehen zur Berechnung der Matrixschädigung basiert im Wesentlichen auf den Theorien nach Mohr [Moh00] und Coloumb [Cou76] für spröde Werkstoffe. Aufbauend auf frühere „Modelle“ von Puck [Puc69; PS69] und den Modellierungen von Hashin entwickeln Puck und Schürmann 1998 ein Schadenskriterium, das insbesondere die intralaminaren Zwischenfaserbrüche in drei verschiedene Bruchmodi (A, B und C) einteilte [PS98]. Unterschieden wird zwischen Bruchmodi bei Querzug-/Schubbeanspruchung (Modus A), Schub- mit geringer Querdruckbeanspruchung (Modus B) und Schub- mit dominierender Querdruckbeanspruchung (Modus C). Bei Modus A und B verlaufen die Zwischenfaserbrüche in Dickenrichtung der Schicht, also auf der gemeinsamen Wirkebene der Schub- und Querbeanspruchung. Für Modus C stellt sich ein abweichender Bruchwinkel ein, so dass der Zwischenfaserbruch in Dickenrichtung abgleiten kann und damit im schlimmsten Fall die benachbarten Schichten im MSV durch die Keilwirkung aufsprengen kann [Sch07]. Für den Konstrukteur gilt da-

her, einen Zwischenfaserbruch im Modus C bei der Auslegung immer zu vermeiden. Die Schadensmechanismen und zugehörigen Beanspruchungen innerhalb einer unidirektionalen Einzelschicht sind im linken Bild der Abbildung 2.7 dargestellt. Weitere nennenswerte physikalisch basierte Schadenskriterien sind z. B. das Modell von Cuntze [CF04] oder das LaRC03/LaRC04 (Langley Research Center 2003/2004) der „National Aeronautics and Space Administration“ (NASA) [DCR05; Pin⁺05]. Da FKV eine rasante Entwicklung erfahren und dementsprechend viele neue Anwendungen und damit auch Märkte erschließen, wird in den letzten Dekaden ein erheblicher Aufwand bezüglich der Validierung von Modellen für die Auslegung von FKV-Bauteilen unter hauptsächlich quasi-statischen Belastungen betrieben. Die große Bandbreite an Modellen für quasi-statische Schadenskriterien ist im sogenannten „World Wide Failure Exercise (WWFE)“ für verschiedene Einzelschichten und Mehrschichtverbunde unter einachsigen und mehrachsigen, quasi-statischen Belastungen untersucht [HKS04; HK12; HK13]. Der Hintergrund zum WWFE ist, die Fülle an Modellen gegen experimentelle Untersuchungen zu validieren und objektive Schlüsse über deren Vorhersagefähigkeit zu erhalten, damit das Vertrauen von Konstrukteuren in die Bruchanalyse von FKV gestärkt werden kann [HKS04]. Neunzehn Schadenstheorien sind auf ihre Vorhersagefähigkeit zum Verformungs- und Bruchverhalten unter komplexen Spannungszuständen untersucht. Hierbei wurden im WWFE (2004) ebene Beanspruchungen [HKS04] und im WWFE-II (2013) [HK12] dreidimensionale Beanspruchung fokussiert. In den Untersuchungen zeigt sich jedoch, dass selbst für quasi-statische Beanspruchungen im Allgemeinen nur wenige Modelle zu akzeptablen Ergebnissen führen. Um eine Aussage über die Prognosen der untersuchten Theorien zu erhalten wird eine systematische Betrachtung von 125 Fällen ausgewertet, welche im Wesentlichen fünf Hauptaspekte (Biaxiale Festigkeit (UD), Biaxiale Anfangs- und Endfestigkeit (MD), Spannungs-Dehnungs-Kurven (MD) und die Fähigkeit generelle Trends vorherzusagen) abdecken. Für die Testfälle werden die Bewertungsnoten

- A (Vorhersage liegt bei ± 10 % des experimentellen Werts),
- B (Vorhersage liegt zwischen ± 10 % bis ± 50 % des experimentellen Werts),
- C (Vorhersage liegt unter 50 % oder über 150 % des experimentellen Werts) und
- NA (keine Vorhersage möglich)

vergeben[HKS04]. Nach der quantitativen Bewertungsprozedur der Autoren Soden, Hinton und Kaddour sind die fünf vielversprechendsten Theorien mit den höchsten Bewertungen die Schadenskriterien „Maximum Stress“ (repräsentiert von Zinoviev et al. [Zin⁺98]), „Maximum Strain“ (repräsentiert von Bogetti et al.[Bog⁺04]), Tsai-Wu, Puck und Cuntze [SKH04]. Wie die Tabelle 2.2 zusammenfasst, wurden die meisten Bewertungsnoten der Kategorie A+B von Zinoviev (96/125), Bogetti (95/125) und von Puck und Cuntze (94/125) erzielt. Die meisten Bewertungen der Kategorie A erreichen jedoch Puck (64/125) und Cuntze (62/125). Damit liegen bei den besten Schadenstheorien nur etwa 50 % der

Beitrag	Festigkeit (UD)	Nichtlineare Analyse	Kennwerte (MD)	Festigkeit (MD)	Große Verformungen	Merkmalerfassung	Rissdichte	Anfangs-Festigkeit	Mikromechanik	Faserbruch	3-D Spannung	Bewertung	A	B	C	A+B
Zinoviev	✓		✓	✓	✓	✓		✓		✓		Zinoviev	53	43	29	96
Bogetti	✓	✓	✓	✓		✓		✓		✓	✓	Bogetti	51	44	30	95
Puck	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	Puck	64	30	31	94
Cuntze(A)	✓	✓	✓	✓		✓		✓				Cuntze	62	32	31	94
Tsai(A)	✓		✓	✓		✓		✓				Tsai	50	35	40	85
Cuntze(B)	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	Cuntze-B	59	38	28	97
Tsai(B)	✓		✓	✓	✓	✓		✓			✓	Tsai-B	57	36	32	93

(a) Ausschnitt der Beurteilungstabelle

(b) Ausschnitt aus der Bewertung

Tabelle 2.2: Ausschnitte aus Tabellen zur Bewertung [HKS04] und Beurteilung [SKH04] verschiedener Schadenskriterien im World Wide Failure Exercise. Blind eingereichte Modelle sind von den nach Einsicht experimenteller Daten modifizierten B-Versionen getrennt dargestellt.

Vorhersagen bei $\pm 10\%$ der experimentellen Untersuchungen. Alle Beiträge der Teilnehmer am WWFE sind zunächst blind eingereicht. In der Tabelle 2.2 handelt es sich bei Tsai-B und Cuntze-B allerdings um Modifizierungen nach Einsicht experimenteller Daten. Die Theorie von Puck erweist sich als besonders geeignet zur Beschreibung der Zwischenfaserbruchkurve unidirektionaler Einzelschichten bei biaxialen Beanspruchungen aus kombinierter Querkzug- und Schubbeanspruchung [SKH04]. Die Theorien von Cuntze und Tsai treffen ebenfalls gute Vorhersagen bezüglich der Zwischenfaserbruchkurve, während die Kriterien der maximalen Spannung und maximalen Dehnung durchweg nicht-konservative Prognosen liefern. In der vorliegenden Arbeit wird im wesentlichen das Schadenskriterium von Puck als Ausgangspunkt für die Entwicklung der Bruchkurvenmodellierung unter zyklischen Lasten verwendet. Eine detaillierte Beschreibung des Schadenskriteriums folgt innerhalb der Vorstellung des Berechnungsmodells in Kapitel 3.1.3.1. An die Berechnung der Schädigungen innerhalb einer Schicht schließt sich dann häufig eine Degradationsanalyse an, um die nichtlineare Spannungs-Verzerrungsanalyse eines Mehrschichtverbunds auch über die ersten Zwischenfaserbrüche hinaus bestimmen zu können. Aufbauend auf den Faser- und Zwischenfaserbrüchanstrengungen jeder Schicht, werden die Konsequenzen für die Schicht und damit für den gesamten Mehrschichtverbund formuliert. Auch hier sind verschiedene mikro-, meso- oder makroskopische Ansätze zur Degradierung der Elastizitätsgrößen möglich. In den meisten Fällen werden die Degradationsmodelle jedoch

auf der Schichtebene angewandt, um deren Grundelastizitätsgrößen schrittweise in Abhängigkeit der Schadensgröße zu reduzieren. Dieses nichtlineare und iterative Vorgehen wird als progressive Schadensanalyse (engl. „Progressive Failure Analysis“ (PFA)) bezeichnet. Da Degradationsmodelle auch eine wesentliche Rolle im Berechnungsmodell zur Lebensdaueranalyse spielen wird die genaue Vorgehensweise in Kapitel 3.1.4 detaillierter beschrieben.

2.2 Zyklische Beanspruchung und Ermüdung

Werkstoffe weisen bei zeitlich veränderlicher Beanspruchung (Ermüdungsbeanspruchung) auf einem gewissen Spannungsniveau eine begrenzte Lebensdauer auf. Wie in Kapitel 2.1.3 gezeigt, kann das Versagen bei FKV durch verschiedene Schädigungsmechanismen hervorgerufen werden. Die komplexen Mechanismen hängen außerdem von einer Vielzahl verschiedener Parameter, wie der Verbundarchitektur, Faserhalbzeuge (Roving, Gewebe, Gelege, etc.), Matrixsystemen oder auch äußeren Einflüssen wie Feuchte oder Temperatur ab. Die Versagensform unter Ermüdungsbeanspruchung ist bei faserverstärkten Kunststoffen nicht nur geprägt durch das Risswachstum eines einzelnen entstandenen Risses, sondern durch die Entstehung, Ausbreitung und die Akkumulation der über die verschiedenen Schichten verteilten Mikrorissschädigungen. Abbildung 2.8 zeigt, dass das phänomenologische Materialverhalten der Entstehung und Sättigung an Mikrorissen bis zu einer gewissen Rissdichte bei quasi-statischen und zyklischen Beanspruchungen sehr ähnlich ist. In den oberen Bildern der Abbildung 2.8 ist ein quasi-statischer (links) und ein wiederholt quasi-statischer (rechts) Beanspruchungsvorgang am Beispiel eines Kreuzverbunds (bestehend aus den Faserrichtungen 0° und 90°) nach Schürmann [Sch07] abgebildet. Zum Vergleich mit dem Materialverhalten unter zyklischen Beanspruchungen ist zusätzlich der typische Schädigungsverlauf bzw. das typische Degradationsverhalten (links) und die Bruchspannung (rechts) über die Lastspielzahl aufgetragen. Charakteristisch ist in beiden Fällen die Entstehung erster kleinster Mikrorisse (1) durch eine Überbeanspruchung der Matrix und dem Auftreten der ersten Zwischenfaserbrüche (2). Sowohl bei quasi-statischer als auch bei zyklischer Beanspruchung resultieren aus den Zwischenfaserbrüchen starke Steifigkeitsverluste der überbeanspruchten Schichten und damit auch des Verbunds. Durch die geänderten Verhältnisse lagern sich Spannungen aus den geschwächten Schichten in die steiferen Schichten um. Bei Belastungssteigerung (quasi-statisch) oder dem Fortführen der Belastung (zyklisch) entstehen weitere Risse (3) und die Rissdichte steigt bis zu einem kritischen Punkt der Risssättigung. Im Anschluss versagt der MSV aufgrund der erhöhten Belastungen und Spannungsumlagerung in Form von Faserbruch.

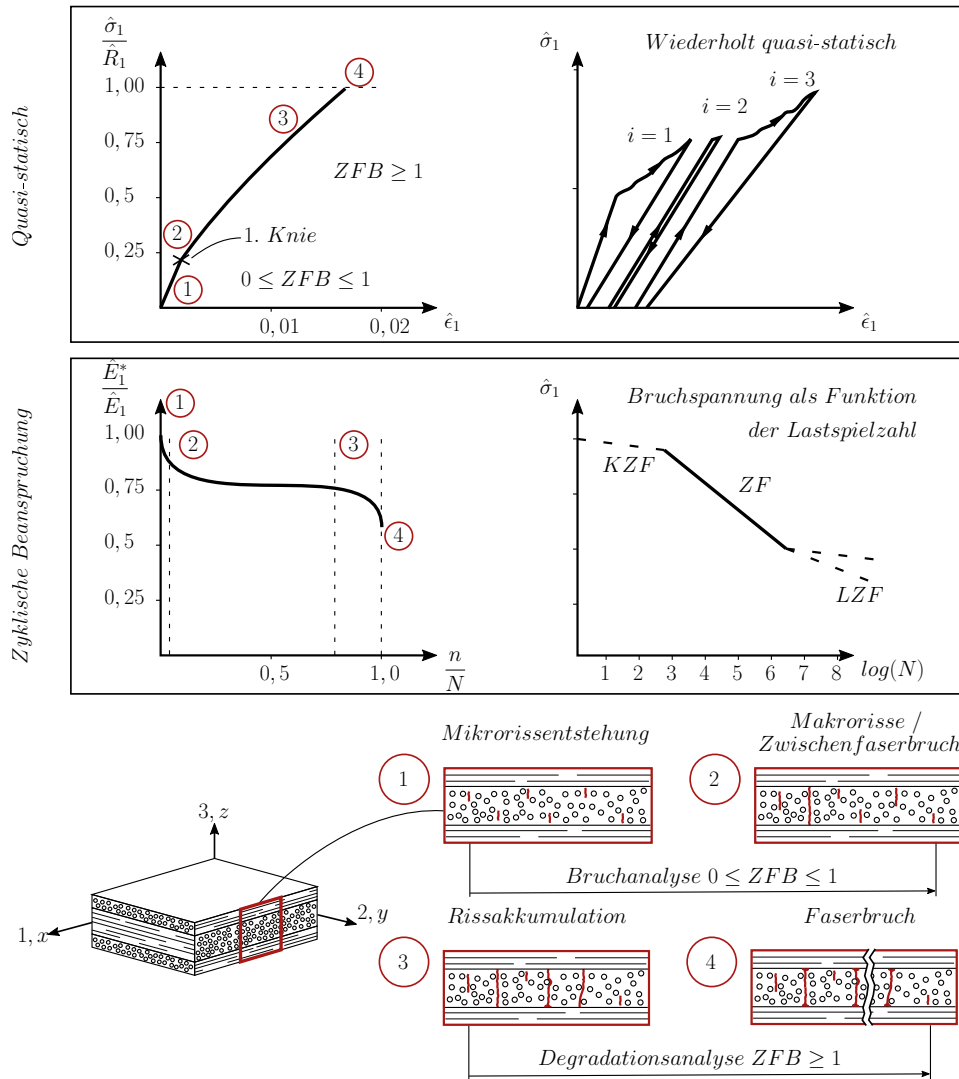


Abbildung 2.8: Mikrorissentstehung und -akkumulation bei quasi-statischer und zyklischer Belastung im Vergleich. Mit adaptierten Darstellungen der quasi-statischen und wiederholt quasi-statischen Beanspruchung (oben) in Anlehnung an [Sch07].

2.2.1 Bruchspannung und Mittelspannungseinfluss

Der Zusammenhang zwischen der zum Bruch führenden Spannung bei konstanter Ermüdungsbeanspruchung und der ertragbaren Lastspielzahl wird oft über die sogenannte Wöhlerlinie ermittelt. August Wöhler gilt beginnend mit seinen Forschungen an Güter- und Kohlewagen in den Jahren 1858-1870 als der Begründer der Schwingfestigkeitsforschung [ZH19] und Entwickler erster systematischer Schwingfestigkeitsversuche [Wöh70]. Basquin führt im Jahr 1910 die noch heute gebräuchliche und als „Wöhlerkurve“ bekannte Darstellung der zum Bruch führenden Spannung über die Lastspielzahl im doppelt logarithmischen Koordinatensystem ein [Bas10]. Dafür wird in der Regel eine Ausgleichsgerade durch doppelt logarithmische Regression an experimentelle Daten unter konstanten

sinusförmigen Beanspruchungen

$$\sigma(t) = \sigma_a \cdot \sin(\omega t) + \sigma_m \quad (7)$$

mit der Spannungsamplitude σ_a , der Mittelspannung σ_m , der Frequenz ω und der Zeit t ermittelt. Für eine Ausgleichsgerade werden ausschließlich Daten auf einem konstanten Spannungsverhältnis

$$r = \frac{\sigma_u}{\sigma_o} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a} \quad (8)$$

mit der Unterspannung σ_u und der Oberspannung σ_o eines Lastspiels verwendet. Die Wöhlerlinie kann dann über das Potenzgesetz nach Basquin [Bas10]

$$N = C \cdot \sigma_{max}^{-k} \quad (9)$$

beschrieben werden. Hierin ist N die Bruchlastspielzahl, C der Schnittpunkt mit der Abszisse und k die Neigung der Wöhlerlinie. Die Minimierung der Fehlerquadratsumme mit der Methode der kleinsten Quadrate erfolgt nicht wie üblich in Richtung der Ordinate (Spannung), sondern in Richtung der Abszisse (Schwingspielzahl) über alle bis zum Bruch geprüften Stichproben in einem gewissen Lastspielzahlbereich. Üblicherweise wird die Wöhlerlinie entsprechend Abbildung 2.9 in drei Lastspielzahlbereiche eingeteilt. Diese sind der Kurzzeitfestigkeitsbereich (KZF - bis etwa 10^3 Lastspiele), der Zeitfestigkeitsbereich (ZF) und der Langzeitfestigkeitsbereich (LZF - in der Regel ab etwa $2 \cdot 10^6$ Lastspielen). Abbildung 2.9 zeigt in der rechten Abbildung verschiedene zyklische Beanspruchungen der Spannungskomponenten normiert auf die maximal auftretende Spannung über zwei Lastspiele.

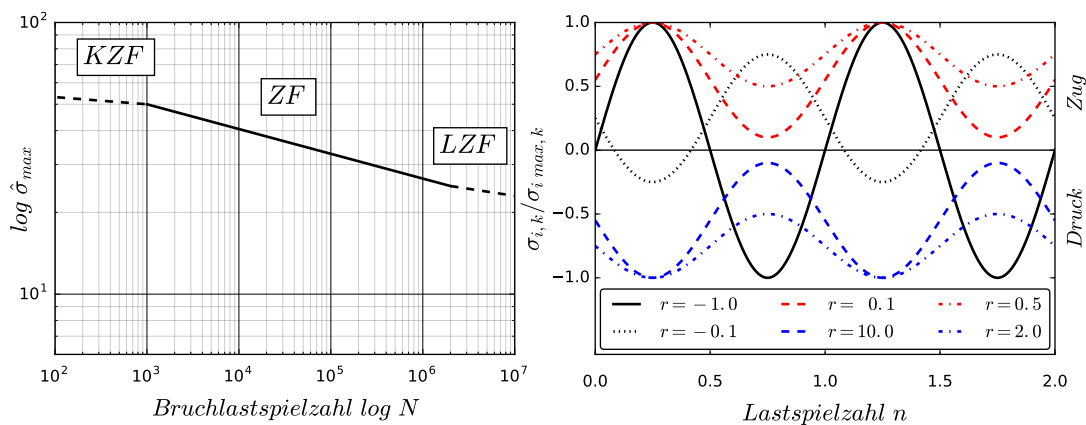


Abbildung 2.9: Links: Wöhlerkurve nach doppelt logarithmischer Regression der Potenzregel von Basquin. Rechts: Unterschiedliche Beanspruchungen mit variierenden Spannungsverhältnissen im Zug- und Druckbereich.

Hierbei werden die Beanspruchungen in Bezug auf ihr Spannungsverhältnis typischerweise in vier verschiedene Sektoren (Quadranten) und drei Begrenzungen (jeweils bei $r=1$ im

Zug- und Druckbereich und bei $r=-1$) unterteilt:

- $-\infty \leq r < -1$: Druck-dominierte Wechselbeanspruchung
- $-1 < r < 0$: Zug-dominierte Wechselbeanspruchung
- $0 \leq r < 1$: Zug-Schwellbeanspruchung
- $1 < r \leq \infty$: Druck-Schwellbeanspruchung
- $r = -1$: Reine Wechselbeanspruchung
- $r = 1$: Quasi-statische Zug- oder Druckbeanspruchung

Bei stochastischen Betriebslasten sind zum einen die Spannungsverhältnisse der einzelnen Spannungskomponenten auf der Schichtebene in der Regel nicht konstant und zum anderen können sie sich auch voneinander unterscheiden. Im Gegensatz zu isotropen Werkstoffen entsprechen die Spannungsverhältnisse der Schichtspannungen bei mehrachsiger Beanspruchung zusätzlich nicht zwingend den Spannungsverhältnissen der äußeren Belastungen. Das führt, wie Abbildung 2.10 verdeutlicht, zu vielfältigen und komplexen Beanspruchungszuständen innerhalb eines mehrschichtigen Verbundaufbaus. Sind

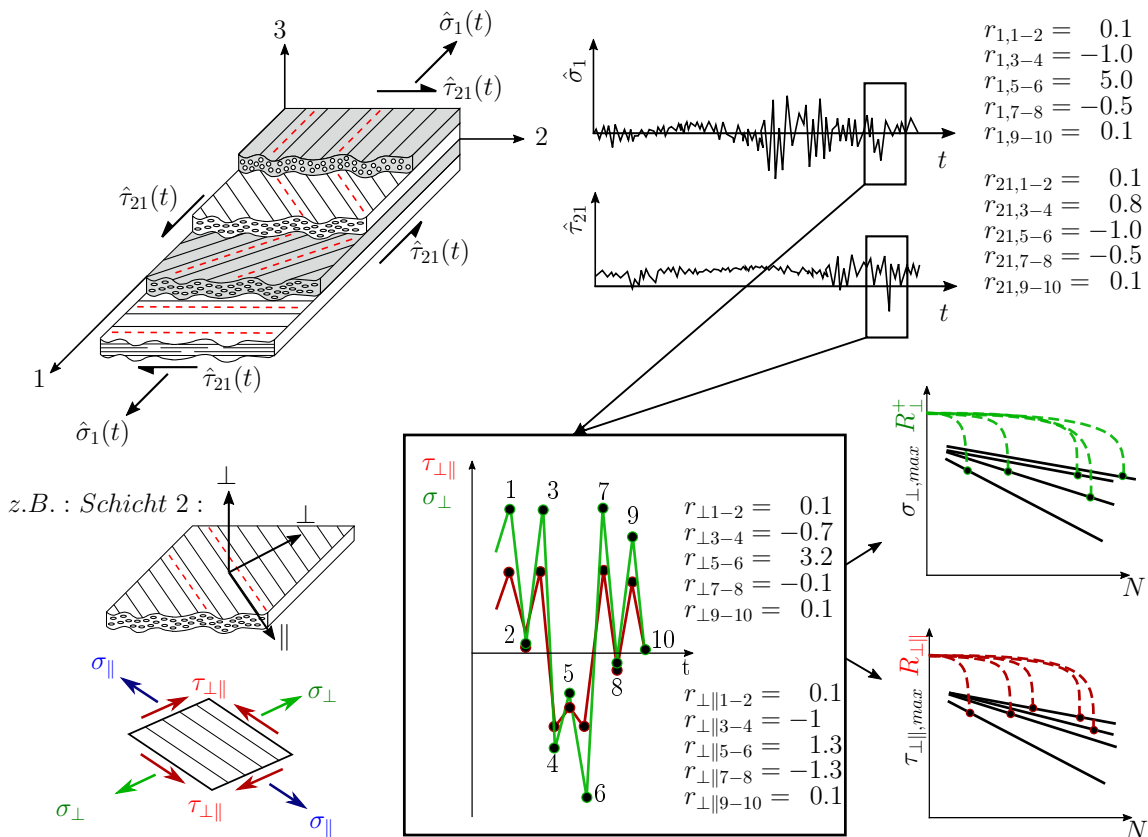


Abbildung 2.10: Beispiel für die Unterscheidung zwischen globalen Spannungsverhältnissen mehrachsiger Belastungen und lokalen Spannungsverhältnissen der Schichtbeanspruchungen.

die Spannungsverhältnisse der einzelnen Spannungskomponenten unterschiedlich (z. B: $r_{\sigma_{\perp}} \neq r_{\tau_{\perp\parallel}}$), wird im Folgenden von einer bezüglich der Spannungsverhältnisse nichtproportionalen Beanspruchung gesprochen. Da die Bruchspannungen und damit die Wöhlerlinien bei verändertem Spannungsverhältnis variieren und nicht für jedes Spannungsverhältnis die zugehörigen Wöhlerlinien experimentell ermittelt werden können, wird der Mittelspannungseinfluss im Allgemeinen über Diagramme konstanter Lebensdauerlinien berücksichtigt. Sogenannte „Constant Life Diagrams“ (CLD) [MK27] bezeichnen generell alle grafischen Darstellungen, welche für Beanspruchungen mit konstanten Amplituden den Bereich sicherer Kombinationen von Mittelspannung und Spannungsamplitude für eine bestimmte konstante Lebensdauer darstellen. Die Entwicklung der CLD-Formulierung und die Weiterentwicklung und Namensgebung verschiedener Modelle aus dem Bereich der Metallermüdung findet sich z. B. in der historischen Zusammenfassung über CLD-Formulierungen aus dem Jahr 2001 nach [Sen01]. Die bekanntesten CLD-Modelle sind die sogenannten Haigh-, Smith- oder Goodman-Diagramme. Abbildung 2.11 zeigt die grafische Darstellung nach Smith [Smi10] und die klassische Goodman-Gerade [Goo17] im Haigh-Diagramm [Hai17]. Das Smith-Diagramm stellt die ertragbare maximale und minimale Spannung σ_{max} , σ_{min} und das Haigh-Diagramm die ertragbare Spannungsamplitude σ_a über die Mittelspannung σ_m dar. Die jeweilige Lebensdauerlinie wird stets für eine konstante Bruchlastspielzahl aufgetragen. Die nicht experimentell ermittelten

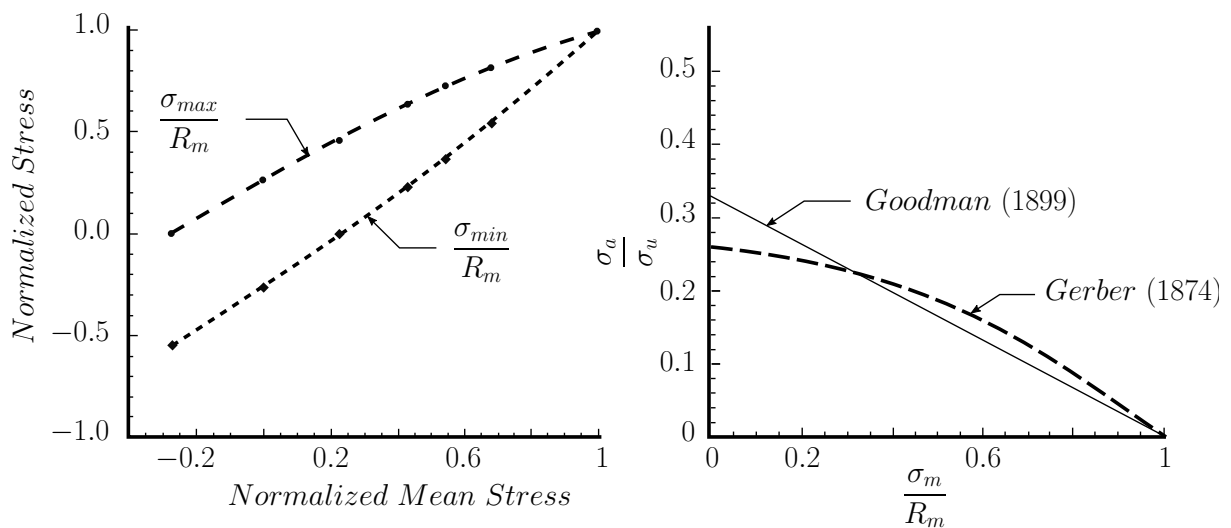


Abbildung 2.11: Darstellung der Formulierungen von Smith [Smi10] (links) und Haigh (rechts) [Hai17] für Krupp Stahl aus den Jahren 1910 und 1917. Adaptiert in Anlehnung an [Sen01].

Wöhlerlinien können durch Anwendung der Formulierungen aus den CLD extrapoliert werden. Während die klassische lineare Goodman-Gerade z. B. eine verbreitete Methode im Bereich der Metalle ist, müssen für FKV unter anderem aufgrund des anisotropen Charakters und der unterschiedlichen Festigkeit im Zug- und Druckbereich neue

Formulierungen angewandt werden. Eine umfassende Untersuchung zur Anwendung einiger CLD-Formulierungen für FKV lieferten Vassilopoulos et al. [VMK10b] im Jahr 2009 anhand verschiedener multidirektionaler Glass/Polyester-Verbundarchitekturen der Optidat [Nvv06a] und SNL/MSU/DOE-Datenbanken [Man10]. Es zeigt sich, dass die Wahl der CLD-Formulierung erheblichen Einfluss auf die Vorhersagequalität für unbekannte Spannungsverhältnisse hat. Das gesamte Lebensdauerdiagramm teilt sich im σ_a , σ_m -Koordinatensystem typischerweise in vier Hauptbereiche ein:

- Bereich I: Zug-Schwellbeanspruchung (Z-Z)
- Bereich II: Zug-dominierte Wechselbeanspruchung (Z-D)
- Bereich III: Druck-dominierte Wechselbeanspruchung (D-Z)
- Bereich IV: Druck-Schwellbeanspruchung (D-D)

Die Einteilung der vier Hauptbereiche im σ_a , σ_m -Koordinatensystem ist in Abbildung 2.12 dargestellt. Analog zu den Erklärungen zu Abbildung 2.10 werden die Grenzen der Bereiche nach außen durch die quasi-statische Beanspruchung ($r = 1$) und zwischen Zug- und Druckbereich durch die reine Wechselbeanspruchung ($r = -1$) gebildet. Während die Grenze bei $r = 0$ üblicherweise dem Zugschwellbereich zugeordnet wird, wird an dieser Stelle eine Beanspruchung bei $r = -\infty$ dem Druckwechselbereich und eine Beanspruchung bei $r = \infty$ dem Druckschwellbereich zugeordnet.

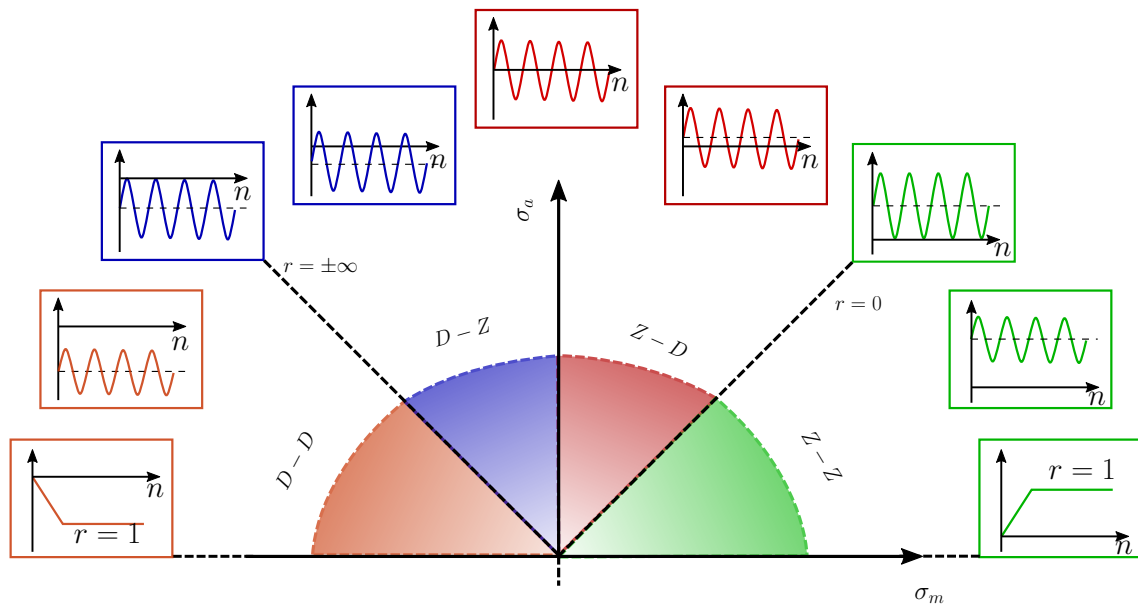


Abbildung 2.12: Übersicht über die vier Hauptbereiche des Lebensdauerdiagramms (CLD) im σ_a , σ_m -Koordinatensystem mit beispielhaften Beanspruchungsszenarien.

Im den folgenden Kapiteln werden drei zentrale CLD-Modelle für die Untersuchungen innerhalb der nichtproportionalen Beanspruchungen vorgestellt.

2.2.1.1 Lineares Modell

Der einfachste Ansatz basiert auf dem Goodman-Modell und benötigt nur eine „kritische“ Wöhlerkurve. Alle Lebensdauerlinien werden über den linearen Zusammenhang

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_0} + \frac{\sigma_m}{\sigma_0} = N^{-\frac{1}{k}} \quad (10)$$

mit den Parametern k und σ_0 der Wöhlerkurve berechnet. Das Modell benötigt den geringsten experimentellen Aufwand und führt in den meisten Fällen zu sehr konservativen Abschätzungen [VMK10b]. Das lineare Modell zählt damit zu den symmetrischen CLD-Modellen (vgl. Abbildung 2.11).

2.2.1.2 Stückweise lineares Modell

Das stückweise lineare (SWL) Modell nach Philippidis und Vassilopoulos [PV04] basiert auf einer Weiterentwicklung des linearen Modells für Faserverbunde. Anstelle einer kritischen Wöhlerkurve kann eine beliebige Anzahl an Wöhlerkurven für die lineare Interpolation zwischen den bekannten Größen verwendet werden. Bereits bei einer Verwendung von jeweils einer Wöhlerkurve im Wechsel-, Zugschwell- und Druckschwellbereich (z. B. $r = -1$, $r = 0.1$ und $r = 10$) zeigt sich eine deutliche Verbesserung in der Vorhersagegenauigkeit der extrapolierten Wöhlerkurven [VMK10b]. Gleichzeitig zeigt das SWL-Modell im Vergleich zu den anderen Modellen erst ab einer Anzahl von drei Wöhlerkurven eine geeignete Abbildung des Mittelspannungseinflusses. Ist das Spannungsverhältnis der zu extrapolierenden Wöhlerkurve r' sowohl im Zugschwellbereich (Z-Z) als auch zwischen dem Spannungsverhältnis $r = 1$ und dem ersten bekannten Spannungsverhältnis $r_{ex,i}$ gegen den Uhrzeigersinn (z. B. $r = 0, 1$) wird die ertragbare Spannungsamplitude nach [PV04] mit

$$\sigma'_a = \frac{R^+}{\frac{R^+}{\sigma_{a,ex,i}} + \left(\frac{1+r'}{1+r} \right) - \left(\frac{1+r_{ex,i}}{1-r_{ex,i}} \right)} \quad (11)$$

berechnet. Hierin ist $\sigma_{a,ex,i}$ die ertragbare Spannungsamplitude für die gesuchte Bruchlastspielzahl bei $r_{ex,i}$. Ist das Spannungsverhältnis r' zwischen zwei beliebigen bekannten Spannungsverhältnissen $r_{ex,i}$ und $r_{ex,i+1}$ (z. B. zwischen $r = 0, 1$ und $r = -1$ oder zwischen $r = -1$ und $r = 10$), wird die ertragbare Spannungsamplitude nach [PV04] über

$$\sigma'_a = \frac{\sigma_{a,i} \left(\left(\frac{1+r_{ex,i}}{1-r_{ex,i}} \right) - \left(\frac{1+r_{ex,i+1}}{1-r_{ex,i+1}} \right) \right)}{\left(\left(\frac{1+r_{ex,i}}{1-r_{ex,i}} \right) - \left(\frac{1+r'}{1+r} \right) \right) \frac{\sigma_{a,i}}{\sigma_{a,i+1}} + \left(\left(\frac{1+r'}{1+r} \right) - \left(\frac{1+r_{ex,i+1}}{1-r_{ex,i+1}} \right) \right)} \quad (12)$$

ermittelt. Ist das Spannungsverhältnis der zu extrapolierenden Wöhlerkurve r' sowohl im Druckschwellbereich (D-D) als auch zwischen dem Spannungsverhältnis $r = 1$ und dem

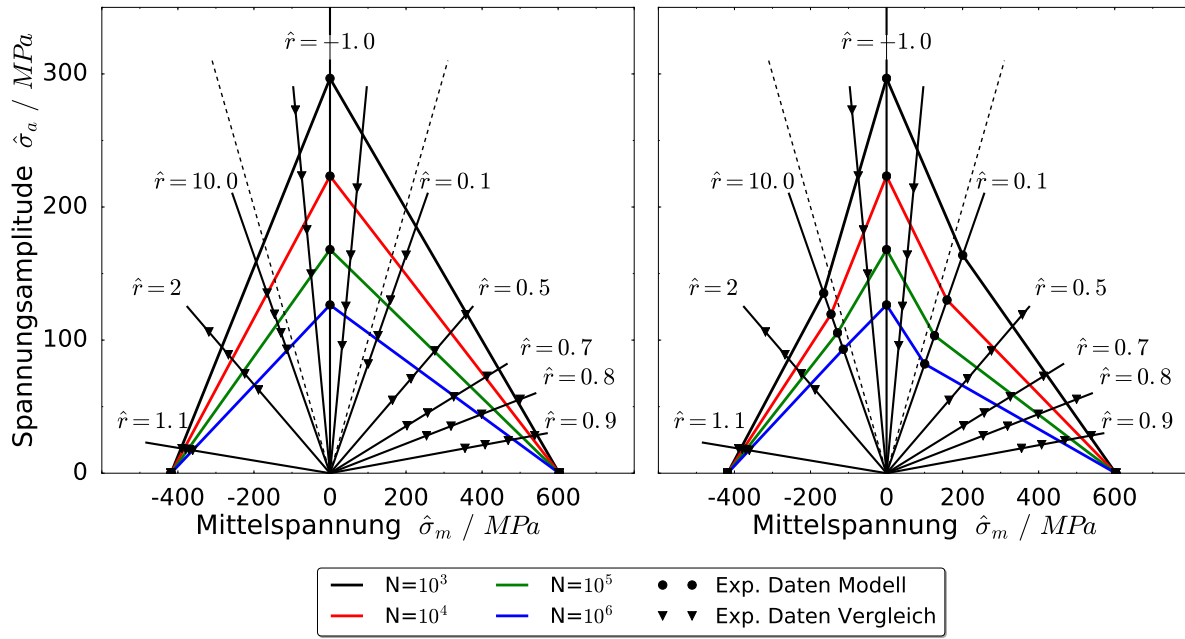


Abbildung 2.13: Lineares und stückweise lineares Lebensdauerdiagramm für ein E-Glas/Polyester mit dem Verbundaufbau $[90/0/\pm 45/0]_s$ der DOE/MSU Datenbank [Man10] in Anlehnung an [VMK10b].

ersten bekannten Spannungsverhältnis $r_{ex,i}$ im Uhrzeigersinn (z. B. $r = 0,1$) wird die ertragbare Spannungsamplitude nach [PV04] über

$$\sigma'_a = \frac{R^-}{\frac{R^-}{\sigma_{a,ex,1}} + \left(\frac{1+r'}{1+r'}\right) - \left(\frac{1+r_{ex,1}}{1-r_{ex,1}}\right)} \quad (13)$$

berechnet.

2.2.1.3 Stückweise nichtlineares Modell

Das stückweise nichtlineare (SWNL) Modell von Vassilopoulos et al. [VMK10a] basiert als erstes CLD-Modell auf einer Herleitung, welche auf der Interpretation der Lebensdauerdaten in der r, σ_a -Ebene aufbaut. Während das SWL-Modell, je nach Anzahl und Art der verwendeten Wöhlerkurven, entweder symmetrisch oder asymmetrisch sein kann, ist das SWNL-Modell immer ein asymmetrisches CLD-Modell. Das nichtlineare Modell kommt mit zwei Wöhlerkurven aus: Eine kritische Wöhlerkurve bei Wechselbeanspruchung (z. B. bei $r = -1$) und eine Wöhlerkurve im Druckbereich (z. B. bei $r = \pm\infty$). Optional kann eine weitere Wöhlerkurve im Zug-Schwellbereich (z. B. bei $r = 0$) verwendet werden. Die ertragbare Spannungsamplitude für den Bereich I ($0 \leq r \leq 1$) und den Bereich II

($0 \leq r \leq -1$) des CLD-Diagramms

$$\sigma'_a = \frac{1 - r'}{A_{I,II} (r')^n + B_{I,II}} \begin{cases} n = 3 & \text{für Bereich I} \\ n = 1 & \text{für Bereich II} \end{cases} \quad (14)$$

wird in der r, σ_a -Ebene an experimentelle Daten gefittet um die Materialparameter $A_{I,II}$ und $B_{I,II}$ der jeweiligen CLD-Sektoren zu erhalten [VMK10a]. Basierend auf den vorliegenden Randbedingungen können die Materialparameter nach Tabelle 2.4 berechnet werden. In den Sektoren für positive Mittelspannungen kann eine Referenz-Wöhlerkurve zwischen $r = -1$ und $r = 1$ optional verwendet werden. Daher ist im oberen Abschnitt der Tabelle die Berechnung der Parameter ohne zusätzliche Wöhlerkurve und im unteren Abschnitt die zusätzliche Randbedingung für die Verwendung einer dritten Wöhlerkurve angegeben.

Randbedingungen		Parameterberechnung 2WL	
Für $r = 1$	$\sigma_a = 0$ $\sigma_m = R^+$	} $A_{I,II} = \frac{1}{R^+} - \frac{1}{\sigma_a(r = -1)}$	
Für $r = -1$	$\sigma_a = \sigma_a(r = -1)$ $\sigma_m = 0$		$B_{I,II} = \frac{1}{R^+} + \frac{1}{\sigma_a(r = -1)}$

Randbedingungen		Parameterberechnung 3WL	
Für $r = 1$	$\sigma_a = 0$ $\sigma_m = R^+$	} $A_I = \frac{2}{R^+} - \frac{1}{\sigma_a(r = 0)}$	
Für $r = -1$	$\sigma_a = \sigma_a(r = -1)$ $\sigma_m = 0$		$A_{II} = \frac{1}{\sigma_a(r = 0)} - \frac{2}{\sigma_a(r = -1)}$
Für $r = 0$	$\sigma_a = \sigma_a(r = 0)$		$B_{I,II} = \frac{1}{\sigma_a(r = 0)}$

Tabelle 2.4: Randbedingungen und Parameterberechnung für die Bereiche I und II des Lebensdauerdiagramms bei Verwendung von zwei oder drei Wöhlerkurven entsprechend der Berechnungen in [VMK10a].

Für den Bereich III ($-\infty \leq r \leq -1$) und den Bereich IV ($1 \leq r \leq +\infty$) berechnet sich die ertragbare Spannungsamplitude nach [VMK10a] über

$$\sigma'_a = (1 - r') \left(\frac{A_{III,IV}}{r'} + \frac{B_{III,IV}}{r'^2} \right) \quad (15)$$

gleichermaßen mit den Materialparametern entsprechend Tabelle 2.5. Hierbei wird neben dem kritischen Spannungsverhältnis immer eine weitere Wöhlerkurve als Eingangsgröße verwendet. Anstelle der experimentellen Wöhlerkurven bei $r = -1$, $r = \pm\infty$ und $r = 0$ können, unter Anpassung der Randbedingungen für die Parameterberechnung, Wöhler-

Randbedingungen		Parameterberechnung
Für $r = -1$	$\sigma_a = \sigma_a(r = -1)$ $\sigma_m = 0$	$A_{III,IV} = -\sigma_a(r = \pm\infty)$ <hr/> $B_{III} = \frac{\sigma_a^{r=-1}}{2} - \sigma_a(r = \pm\infty)$ <hr/> $B_{IV} = \frac{R^-}{2} + \sigma_a(r = \pm\infty)$
Für $r = \pm\infty$	$\sigma_a = \sigma_a(r = \pm\infty)$	
Für $r = 1$	$\sigma_a = 0$ $\sigma_m = R^-$	

Tabelle 2.5: Randbedingungen und Parameterberechnung für die Bereiche III und IV des Lebensdauerdiagramms bei Verwendung von zwei oder drei Wöhlerkurven entsprechend der Berechnungen in [VMK10a].

kurven bei beliebigen Spannungsverhältnissen in den entsprechenden Sektoren des CLD verwendet werden. Abbildung 2.14 stellt das stückweise nichtlineare Modell in der σ_m, σ_a - (links) und r, σ_a -Ebene (rechts) für einen E-Glas/Polyester Mehrschichtverbund [Man10] dar. In Abbildung 2.14 bilden dabei beispielhaft drei Wöhlerkurven des Verbunds bei Spannungsverhältnissen von $r = 0, 1, r = -1$ und $r = 10$ die Eingangsgrößen für das Modell.

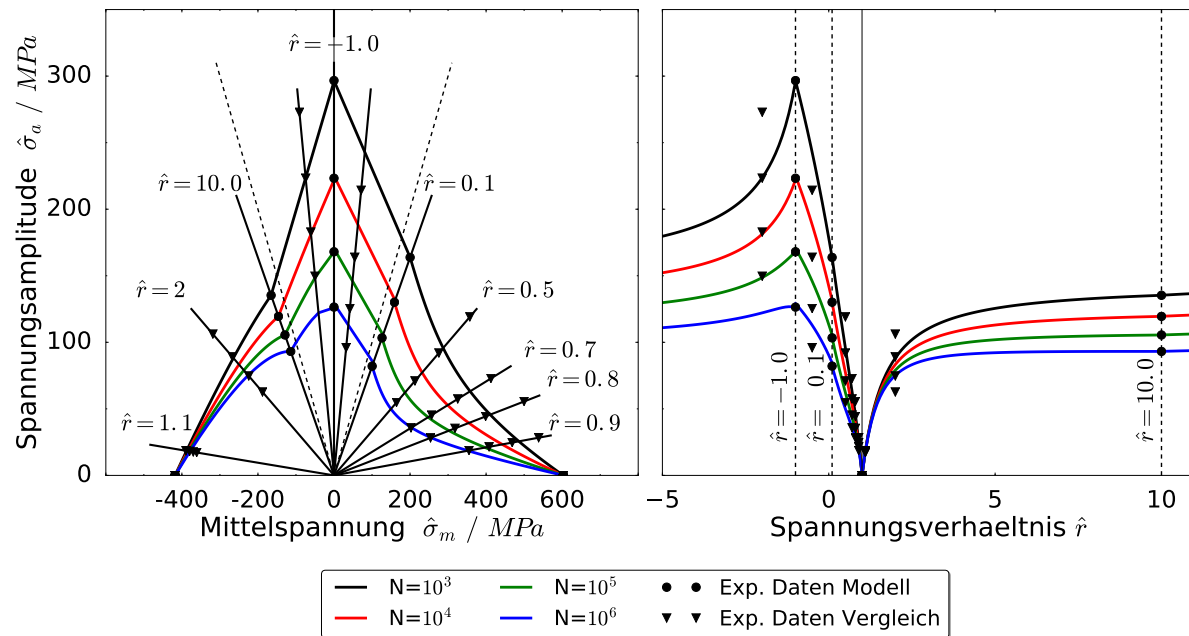


Abbildung 2.14: Stückweise nichtlineares Lebensdauerdiagramm für experimentelle Daten eines E-Glas/Polyester-Verbundes mit dem Aufbau $[90/0/\pm 45/0]_s$ der DOE/MSU Datenbank [Man10] in Anlehnung an [VMK10a].

2.2.1.4 Kritisches Spannungsverhältnis

Die Untersuchungen von Kawai et al. [KK07] berücksichtigen, auf Basis der Beobachtungen zur Asymmetrie des CLD von Ramani und Williams im Jahr 2004 [RW77], zusätzlich auch die Verschiebung des Maximums der Spannungsamplitude in die Nähe eines kritischen Spannungsverhältnisses für FKV. Die Untersuchungen von Ansell et al. [ABB93] deuten darauf hin, dass das kritische Spannungsverhältnis

$$r_{krit} = \frac{\hat{R}^-}{\hat{R}^+} \quad (16)$$

dem Verhältnis der Druck- zur Zugfestigkeit des Verbunds entspricht. Die vorgestellten CLD-Modelle haben gemein, dass sie ursprünglich zur Beschreibung von mehrschichtigen Verbunden verwendet werden. Für schichtenweise Berechnungsmodelle, welche z. B. auf der KLT basieren, müssen die Modelle auf die lokalen Spannungen $\sigma_{||}$, σ_{\perp} und $\tau_{\perp||}$ angewendet werden, um von den lokalen Beanspruchungen auf das Verhalten des Verbundes schließen zu können. Aufgrund der im Allgemeinen unterschiedlichen Längszug- und Längsdruckfestigkeiten ($R_{||}^+$, $R_{||}^-$) sowie Querkzug- und Querkdruckfestigkeiten (R_{\perp}^+ , R_{\perp}^-) der UD-Schicht ergeben sich mit Gleichung (16) entsprechende Verschiebungen des Maximums in den Bereich positiver ($||$) bzw. negativer (\perp) Mittelspannungen. Abbildung 2.15 stellt beispielhaft die charakteristischen CLD für die lokalen Spannungen anhand des stückweise linearen Modells unter Berücksichtigung von Gleichung (16) dar.

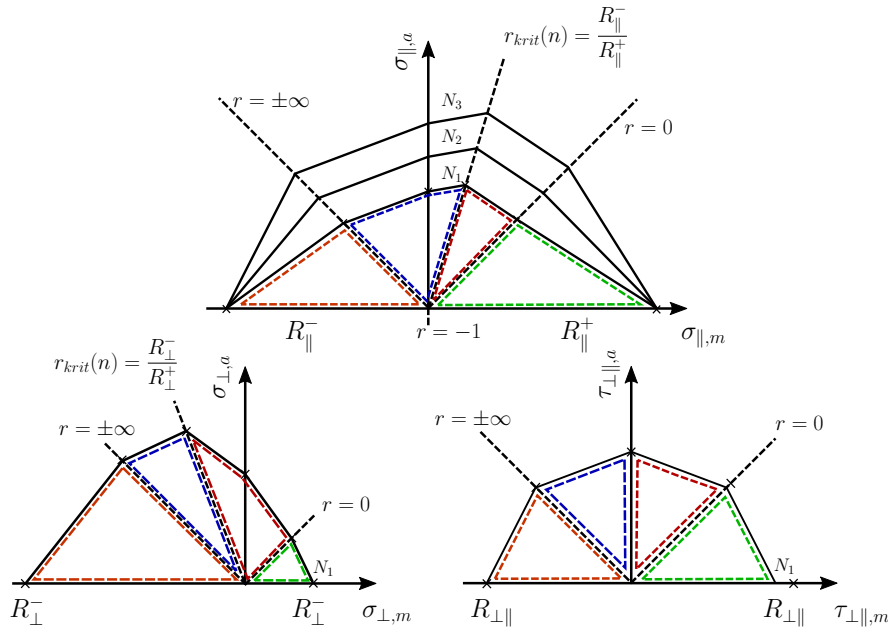


Abbildung 2.15: Stückweise lineare Diagramme für die Spannungen $\sigma_{||}$, σ_{\perp} und $\tau_{\perp||}$ der UD-Schicht unter Berücksichtigung des kritischen Spannungsverhältnisses.

Untersuchungen von Kawai et al. [KM10] zu asymmetrischen CLD (bei Kawai üblicherweise als „anisomorphes CLD“ bezeichnet) von kohlenstofffaserverstärkten ausgeglichenen

Winkelverbunden AWV unterstützen die Beschreibung in Abbildung 2.15. Während sich das Maximum für den Winkelverbund $[\pm 30]_{3s}$ („on-axis“) in den Bereich positiver Mittelspannung schiebt, liegt das kritische Spannungsverhältnis für den Winkelverbund $[\pm 60]_{3s}$ („off-axis“) im Bereich negativer Mittelspannungen. Im Gegensatz dazu ist das Schubdiagramm als achsensymmetrisch zur Ordinate angenommen. Je nach gewähltem Modell werden sehr konservative, aber teilweise auch extrem optimistische Wöhlerkurven extrapoliert. Generell schwindet bei allen Modellen sowohl im Bereich der Kurzzeitfestigkeit ($< 10^3$ Lastspiele) als auch in der Nähe des quasi-statischen Zug- und Druckbereichs bei sehr kleinen Spannungsamplituden ($r \rightarrow 1$) die Genauigkeit der Vorhersage. Alle Modelle haben gemeinsam, dass als Eckpunkte für das Spannungsverhältnis von $r = 1$ im Zug- und Druckbereich jeweils die Zug- und Druckfestigkeit verwendet werden. An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass die Beanspruchung bei $r = 1$ im engsten Sinne keine quasi-statische Beanspruchung ist, wodurch sich die zunehmende Ungenauigkeit in diesem Bereich erklären lässt.

2.3 Lebensdauermodelle

Für metallische Bauteile steht mit dem „Rechnerischen Festigkeitsnachweis von Maschinenbauteilen“ (FKM-Richtlinie) [Ren⁺12] eine Methode zur betriebssicheren Dimensionierung zur Verfügung. Solche Richtlinien existieren für eine betriebssichere Auslegung allgemeiner mehrschichtiger Verbunde derzeit noch nicht. Die VDI-Richtlinie 2014 [VDI06] rät von einer rechnerischen Lebensdaueranalyse von FKV-Strukturen unter Betriebslasten auf Basis der zugrundeliegenden unidirektionalen Werkstoffdaten ab und verdeutlicht den Bedarf an der Verbesserung der rechnerischen Dimensionierung schwingbeanspruchter Verbunde. Die derzeit in der Praxis herangezogenen Vorgehensweisen beruhen aufgrund fehlender Standards meist auf sehr konservativen Herangehensweisen, welche oft nicht im Sinne einer effektiven Werkstoffnutzung stehen. Der Germanische Lloyd [GL10] bietet z. B. eine an metallische Vorgehensweisen angelehnte Richtlinie für den Bereich der Windkraftanlagen, welche sich jedoch nicht auf allgemeine Belastungsfälle (unter anderem z. B. für PKW-Betriebslasten [HKS14]) anwenden lässt. Eine Vorgehensweise ist die Anwendung eines sogenannten Dehnungsnachweises, bei welchem z. B. allgemein axial zugbelastete Verbunde eine maximale Grenzdehnungen von 0,25 % für kohlenstofffaserverstärkte (CFK) und 0,35 % für glasfaserverstärkte Kunststoffe (GFK) in Faserrichtung einhalten müssen [GL10]. Die Bauteildimensionierung mit Hilfe der Grenzdehnungen soll das Auftreten der ersten, zum Versagen führenden Mikrorisse im Matrixwerkstoff und damit die Ermüdungsschädigung des Bauteils prinzipiell ausschließen. Ganz besonders werden allerdings vor allem Modelle für eine betriebssichere Auslegung von FKV unter mehrachsigen zyklischen Beanspruchungen benötigt. Die derzeit existierenden Ansätze zur Berechnung der Lebensdauer werden von Degriek und van Paepegem [DV01] und später auch weiterführend von Alam et al. [Ala⁺19] in folgende drei Kategorien klassifiziert:

1. Ermüdungslebensdauermodelle
2. Phänomenologische Modelle
3. Progressive Schadensmodelle

Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über den Stand der Technik der verschiedenen Modelle gegeben und einzelne Modelle vorgestellt um einen Eindruck über die Charakteristiken der jeweiligen Kategorie zu geben. Nur die Modelle die innerhalb des im Nachgang vorgestellten Lebensdauer-Berechnungsmodells Verwendung finden, werden genauer betrachtet. Für eine detailliertere Betrachtung weiterer Modelle existieren mehrere Zusammenfassungen und Erläuterungen von Lebensdauermodellen [Vas10; DV01; Ala⁺19].

2.3.1 Ermüdungslebensdauermodelle

Die meisten Ansätze aus dem Bereich der Ermüdungslebensdauermodelle stammen aus den 90er Jahren. Eines der ersten Schadenskriterien in diesem Bereich, das zwischen der Schädigung der Faser und der Matrix unterscheidet, stammt von Hashin und Rotem [HR73] aus dem Jahr 1973 und ist nur für die Modellierung von unidirektionalen (UD) Einzelschichten anwendbar. Die Berechnung der Matrixschädigung

$$\left(\frac{\sigma_{\perp}}{R_{\perp}^u}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{\perp\parallel}}{R_{\perp\parallel}^u}\right)^2 = 1 \quad (17)$$

findet unter Berücksichtigung der Querkzugspannung σ_{\perp} und der Schubspannung $\tau_{\perp\parallel}$ mit den Ermüdungsfestigkeiten

$$\begin{aligned} R_{\perp}^u &= R_{\perp} f_{\perp}(r_{\perp}, n, N) \\ R_{\perp\parallel}^u &= R_{\perp\parallel} f_{\perp\parallel}(r_{\perp\parallel}, n, N) \end{aligned} \quad (18)$$

und den Materialermüdungsfunktionen f_{\perp} und $f_{\perp\parallel}$ in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses und der Lastspielzahlen statt. Hashin und Rotem verwenden die Bruchspannungen aus Wöhlerkurven nach einachsigen off-axis Ermüdungsprüfungen. Hashin und Rotem konstruieren mit dieser Vorgehensweise bereits die ersten Ermüdungs-Zwischenfaserbruchkurven für verschiedene Bruchlastspielzahlen auf Basis von Wöhlerkurveninformationen. Fawaz und Ellyin [FE94] beschreiben mit ihrem Lebensdauermodell aus dem Jahr 1994 ein weiteres Modell unter Verwendung des Tsai-Hill Kriteriums [AT65]. Einige Modelle, welche die Lebensdauer von Mehrschichtverbunden im Wesentlichen über Diagramme konstanter Lebensdauerlinien (CLD) berechnen, finden sich z. B. mit Adam et al. [Ada⁺92] und Gathercole et al. [Gat⁺93]. Hier werden Wöhlerkurven einer bestimmten Verbundarchitektur verwendet, um auf Wöhlerkurven desselben Aufbaus bei anderen Spannungsverhältnissen zu schließen. Bond [Bon99] untersucht im Jahr 1999 verschiedene

Modifizierungen der Miner-Regel [Min45] in Kombination mit linearen CLD zur kumulierten Schädigungsberechnung von GFK unter standardisierten stochastischen Belastungen an Rotorblättern (WISPER/WISPERX). Da die einfache Miner-Regel hohe Abweichungen zeigt, wird die Modifizierung der Miner-Regel

$$D = \sum A \left(\frac{n_i}{N_i} \right) + B \left(\frac{n_i}{N_i} \right)^C \quad (19)$$

nach Owen und Howe [OH72] verwendet. Die angepassten Materialparameter A, B und C sehen die Berücksichtigung der Matrixschädigungen als wichtigen Beitrag zur Begrenzung der Lebensdauer vor [Bon99]. Ein weiteres Ermüdungslebensdauermodell ist z. B. das Modell von Plumtree und Cheng [PC99], welches einen Parameter zur Ermüdungsschädigung auf unidirektionale Schichten verwendet. Die Ermüdungslebensdauermodelle beschreiben in Anlehnung an die Vorgehensweisen bei isotropen, metallischen Werkstoffen einfache Zusammenhänge ohne Berücksichtigung der speziellen physikalischen Schädigungsmechanismen (Faserbruch, Zwischenfaserbruch, Delaminationen, etc.) und -interaktionen bei FKV. Die Modelle dieser Kategorie beschreiben nur Spezialfälle oder sind nur für Belastungen mit konstanten Amplituden für bestimmte Verbundarchitekturen anzuwenden.

2.3.2 Phänomenologische Modelle

In der zweiten Kategorie der Lebensdauermodelle beschreiben die Modelle die Phänomenologie des Materialverhaltens in Form von makroskopisch beobachteten Gesetzmäßigkeiten. Hierbei handelt es sich grundsätzlich um empirische Modelle, welche das experimentelle Materialverhalten mit geeigneten mathematischen Methoden beschreiben, ohne grundsätzliche physikalische bzw. mikroskopische Schädigungsvorgänge zu betrachten. Die meisten phänomenologischen Modelle betrachten das globale Restfestigkeits- oder Steifigkeitsverhalten.

2.3.2.1 Restfestigkeitsmodelle

Wie in Abbildung 2.16 dargestellt, nehmen die Festigkeitswerte im Zuge einer zyklischen Beanspruchung ab. Die Festigkeit ab dem ersten Lastspiel wird dementsprechend im Folgenden als Restfestigkeit bezeichnet. Modelle, die sich mit Restfestigkeiten beschäftigen, beschreiben den Festigkeitsverlauf vorwiegend als Funktion der Lastspielzahl. Eines der ersten Restfestigkeitsmodelle stammt aus dem Jahr 1972 von Broutman und Sahu [BS72]. Das Modell von Broutman und Sahu reduziert die Festigkeit

$$\hat{R}_r = \hat{R}_{st} - \left(\hat{R}_{st} - \hat{\sigma}_{max} \right) \left(\frac{n}{N} \right). \quad (20)$$

linear mit der auf die Bruchlastspielzahl N normierten Lastspielzahl n . Beginnend mit der statischen Festigkeit \hat{R}_{st} reduziert sich die Restfestigkeit \hat{R}_r bis sie bei Erreichen der

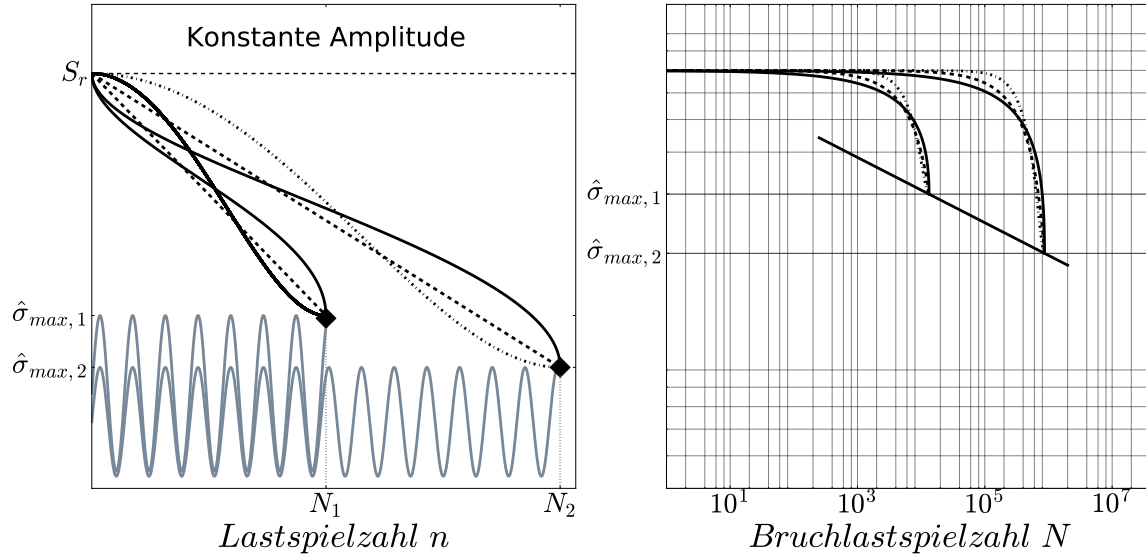


Abbildung 2.16: Beispielhafte Anschauung zu linearen und nichtlinearen Restfestigkeitsverläufen auf zwei verschiedenen Spannungsniveaus.

Bruchlastspielzahl der Bruchspannung $\hat{\sigma}_{max}$ entspricht und damit die Bruchbedingung

$$\hat{R}_r(n = N) \stackrel{!}{=} \hat{\sigma}_{max} \quad (21)$$

erfüllt. Die maximal ertragbare Bruchlastspielzahl N wird üblicherweise einer experimentell ermittelten Wöhlerkurve bei konstanten Spannungsamplituden entnommen. Das lineare Modell ist eines der am häufigsten verwendeten Restfestigkeitsmodelle, da ohne Materialparameter keine experimentellen Restfestigkeitsdaten zur Ausgleichsrechnung benötigt werden. Für alle auf dem Lastspielzahlverhältnis basierenden Restfestigkeitsmodelle gilt natürlich dennoch, dass die Informationen zur Bruchlastspielzahl aus experimentell ermittelten Wöhlerkurven benötigt werden. Aufbauend auf die Modellierung der Restfestigkeit über das Lastspielzahlverhältnis n/N existieren einige Modelle die zur nichtlinearen Beschreibung der Restfestigkeit das Modell von Broutman und Sahu mit Materialparametern versehen. Schaff und Davidson [SD97a] modifiziert das Lastspielzahlverhältnis

$$\hat{R}_r = \hat{R}_{st} - (\hat{R}_{st} - \hat{\sigma}_{max}) \left(\frac{n}{N} \right)^\alpha \quad (22)$$

um einen Materialparameter α . Dadurch kann die Restfestigkeit entweder mit einer starken anfänglichen Degradation in den ersten Lastspielen ($\alpha < 0$) oder einem steilen Abfall am Ende der Lebensdauer ($\alpha > 0$) modelliert werden. Zur Beschreibung des für FKV typischen charakteristischen Verlaufs von sowohl erhöhter Restfestigkeitsreduzierung zu Beginn als auch rapidem Restfestigkeitsverlust zum Ende der Lebensdauer erweitert das „Normalized Strength Reserve Model (NSRM)“ von Stojkovic et al. [SFP17] das Modell von Schaff und Davidson um einen weiteren, zweiten Parameter β . In der erweiterten

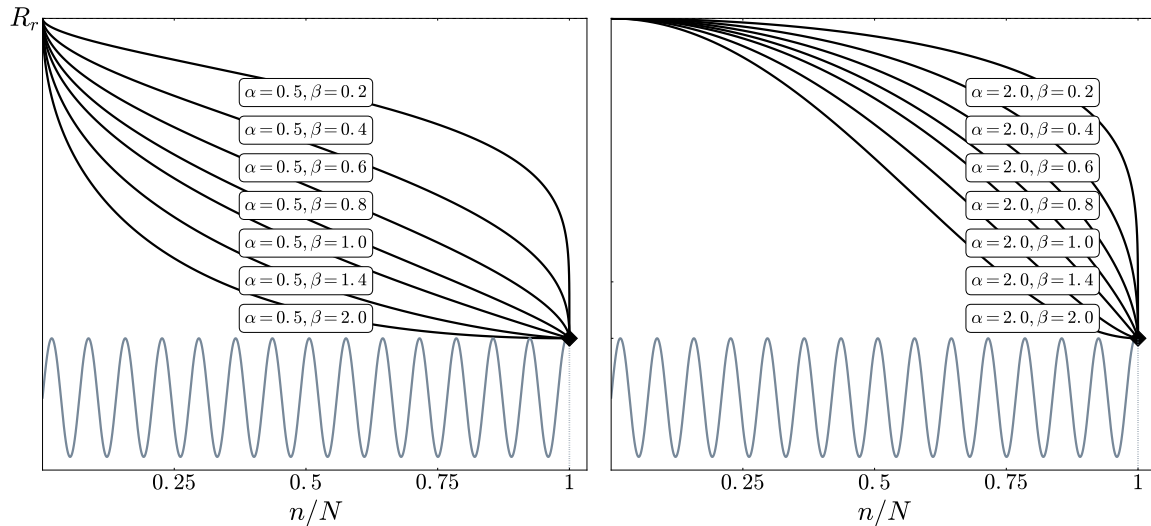


Abbildung 2.17: Restfestigkeitsverläufe des nichtlinearen Modells bei verschiedenen Kombinationen der Parameter α und β über die normierte Lastspielzahl in Anlehnung an Darstellungen in [SFP17].

Gleichung

$$\hat{R}_r = \hat{\sigma}_{max} + (\hat{R}_{st} - \hat{\sigma}_{max}) \left(1 - \left(\frac{n}{N}\right)^\alpha\right)^\beta \quad (23)$$

bestimmen α und β gemeinsam die Krümmungen der Degradationsfunktion. Wie in Abbildung 2.17 dargestellt, können dadurch sowohl Restfestigkeitsverläufe mit einer beliebigen anfänglichen Degradation in den ersten Lastspielen als auch einem steilen Abfall am Ende der Lebensdauer modelliert werden. Das Modell nach Yao und Himmel [YH00] aus dem Jahr 2000 beschreibt ebenfalls ein nichtlineares Modell mit zwei Parametern zur genaueren Beschreibung des Restfestigkeitsverlaufs. Im Gegensatz zu dem Modell von Broutman und Sahu erfordern die Modelle mit Materialparametern einen je nach Anwendung nicht unerheblichen Aufwand an experimentellen Restfestigkeitsprüfungen. Eine weitere nichtlineare Restfestigkeitsformulierung ist z. B. das Modell von Whitworth [Whi00], bei welchem aufbauend auf Broutman und Sahu die Festigkeiten und Bruchspannungen mit einem zusätzlichen Materialparameter zur Modellierung eines nichtlinearen Restfestigkeitsverlaufs versehen werden. Reifsnider et al. [RS86] formulieren im Jahr 1986 das „critical element model“, bei welchem die Restfestigkeit ebenfalls über das Lastspielzahlverhältnis und zusätzlich über einen Schädigungsparameter eines Schadenskriteriums modelliert wird. Untersuchungen zu verschiedenen Restfestigkeitsverläufen unter konstanter und variabler Beanspruchung für die mehrachsige Restfestigkeitsdegradation können in [Möl⁺18b; Möl⁺18a] gefunden werden.

2.3.2.2 Steifigkeitsmodelle

Steifigkeitsmodelle beschreiben im Allgemeinen die Degradation der mechanischen Kennwerte (z. B. des Elastizitätsmodul) in Folge der Ermüdungsbeanspruchungen. Die Model-

lierung des Steifigkeitsverhaltens beliebiger Mehrschichtenverbunde mit phänomenologischen bzw. makroskopischen Modellen ist sehr komplex. Zu viele Faktoren auf der mikroskopischen Ebene spielen für den Steifigkeitsverlauf des MSV eine entscheidende Rolle. Die zugrundeliegenden Schädigungsmechanismen, welche stark von dem Belastungsszenario und der Verbundarchitektur abhängen, können in keinem auf die Phänomenologie basierenden Modell allumfassend beschrieben werden. Daher sind auch hier die Modelle vorwiegend nur für bestimmte Beanspruchungen oder bestimmte Lagenaufbauten geeignet. In den häufigsten Fällen wird zur Beschreibung des Verhaltens ein Parameter eingeführt, welcher den Zustand des Verbundes beschreibt. Dieser Parameter wird in den meisten Fällen als Schadensparameter bezeichnet, welcher sich aber im Rahmen der phänomenologischen Modelle nicht auf physikalisch begründete Schädigungen innerhalb des Verbundes, sondern auf rein makroskopisch beobachtete Veränderungen des Steifigkeitsverhaltens bezieht. Im einfachsten Fall wird der Schadensparameter D über die eindimensionale Beziehung

$$D = 1 - \frac{\hat{E}}{\hat{E}_{ini}} \quad (24)$$

mit dem Elastizitätsmodul \hat{E} und dem ursprünglichen Elastizitätsmodul des ungeschädigten Verbundes \hat{E}_{ini} berechnet [DV01]. Whitworth [Whi83; Whi87] modelliert im Jahr 1983 das Steifigkeitsverhalten einerseits zur Beschreibung des Materialverhaltens von MSV und andererseits um Rückschlüsse auf die Restfestigkeit und Lebensdauer über die Steifigkeit zu erhalten. Der Elastizitätsmodul

$$\left(\frac{\hat{E}}{\hat{E}_{ini}} \right)^a = 1 - H \left(1 - \frac{\hat{\sigma}_{max}}{\hat{R}_{st}} \right)^a \frac{n}{N} \quad (25)$$

wird in Bezug auf das Spannungsniveau $\hat{\sigma}_{max}$, der statischen Festigkeit \hat{R}_{st} , dem Lastspielzahlverhältnis und zwei Materialparametern a und H berechnet, welche unabhängig von dem Spannungsniveau ermittelt werden. Darauf aufbauend formuliert Whitworth ein weiteres Steifigkeitsmodell mit Materialparametern die auch von dem Spannungsniveau und der Belastungsfrequenz abhängen [Vas10]. Ein ähnliches Modell ist z. B. das Modell von Yang et al. [Yan⁺90]. Brøndsted et al. [BAL97; BLA97] verknüpft Steifigkeitsmodelle mit der Vorhersage der Lebensdauer von glasfaserverstärkten Rotorblättern sowohl unter konstanten als auch variablen Spannungsamplituden. Hwang und Han [HH86a; HH86b] untersuchen verschiedene Modelle, die im Wesentlichen auf kumulierte Schädigung mit der Miner-Regel [Min45] oder Modifizierungen der Miner-Regel basieren, auf ihre Eignung zur Vorhersage der Lebensdauer. Zusätzlich formulieren Hwang und Han, dass die Modellierung über einen weiteren Bereich an Spannungsniveaus möglich sein muss und Beanspruchungen bei höheren Spannungen zu höheren Schädigungen führen müssen. Der Steifigkeitsverlust wird innerhalb der phänomenologischen Modelle stets über eine Schädigung beschrieben, welche jedoch nicht von den tatsächlichen Schädigungsmechanismen,

sondern experimentellen Steifigkeitsverläufen abhängt. Der experimentelle Vorteil für die Modellierung und Validierung von phänomenologisch beschriebenen Steifigkeitsverläufen ist, dass die Steifigkeit im Gegensatz zur Restfestigkeit zerstörungsfrei ermittelt werden kann. Dahingegen können Restfestigkeitsformulierung stets nur mit sehr zeit- und kostenintensiven zerstörenden Prüfungen überprüft werden. Bei den phänomenologischen Modellen und den Ermüdungslebensdauermodellen besteht ein wesentlicher Nachteil vor allem darin, dass stets Eingangsgrößen (z. B. Wöhlerkurven) des Verbundes für die Berechnung benötigt werden. Das heißt die Modelle beschreiben das Materialverhalten des Verbundes unter bestimmten Beanspruchungen auf Basis von Eingangsgrößen des Verbundes unter bekannten Beanspruchungen. Eine Übertragung auf andere Verbundarchitekturen ist bei dieser Vorgehensweise nicht vorgesehen.

2.3.3 Progressive Schadensmodelle

Dahingegen verwenden die Ansätze der progressiven Schadensmodelle das Materialverhalten auf Basis des tatsächlichen intra- und interlaminaren Schadens in Folge bestimmter im Verbund auftretender Schädigungsmechanismen und deren Konsequenzen. Aufgrund der ähnlichen Charakteristik unter statischen und zyklischen Beanspruchungen (vgl. Abbildung 2.8) werden progressive Schadensmodelle oft auf den etablierten quasi-statischen Schadenskriterien aufgebaut. Die Berechnung der Schadensgrößen erfolgt dann zum Beispiel mit Hilfe eines der im WWFE [HKS04] untersuchten Schadenskriterien (vgl. Kapitel 2.1.3). Eines der ersten über die Lastspielzahl iterierenden Modelle ist das progressive Schadensmodell von Shokrieh und Lessard [SL00a; SL00b] aus dem Jahr 2000. Das Modell besteht im Wesentlichen aus drei Hauptbereichen: Der Spannungsberechnung, der Bruchanalyse und der Degradation der Materialkennwerte. Aufgrund der iterativen Berechnung wird der Zustand des MSV von Beginn bis zum Verbundversagen zu jedem Lastspiel berechnet. Zur Bruchanalyse werden die Spannungen aus einer Finite Elemente Berechnung mit einem Schadenskriterium in Anlehnung an Hashins quasi-statisches Schadenskriterium [Has80] verwendet, welches zwischen sieben verschiedenen Schadensmechanismen unterscheidet. In Abhängigkeit des Ergebnisses in der Bruchanalyse werden die mechanischen Materialkennwerte entweder allmählich oder abrupt degradiert. Für die allmähliche Degradation einzelner Kennwerte werden verschiedene Steifigkeitsmodelle nach Adam et al. [Ada⁺86] und [SL97] verwendet. Für die abrupte Degradation bei Auftreten bestimmter Schadensmodi werden entsprechende Materialkennwerte auf null reduziert. Das progressive Schadensmodell wird von Shokrieh und Lessard anhand von verschiedenen Tests an Kreuz- ($[\pm 90]$) und Schubverbunden ($[\pm 45]$) validiert [SL00b]. Besonders die lastspielweise Berechnung macht das progressive Schadensmodell sehr interessant für variable Beanspruchungen. Während die zwar sehr einfache Miner-Regel im Bereich von FKV zu teilweise unvorhersagbaren Unter- oder Überschätzungen der Lebensdauer führen [Bon99], ist das Modell prinzipiell fähig beliebige aufeinanderfolgende Spannungsniveaus mit physikalisch

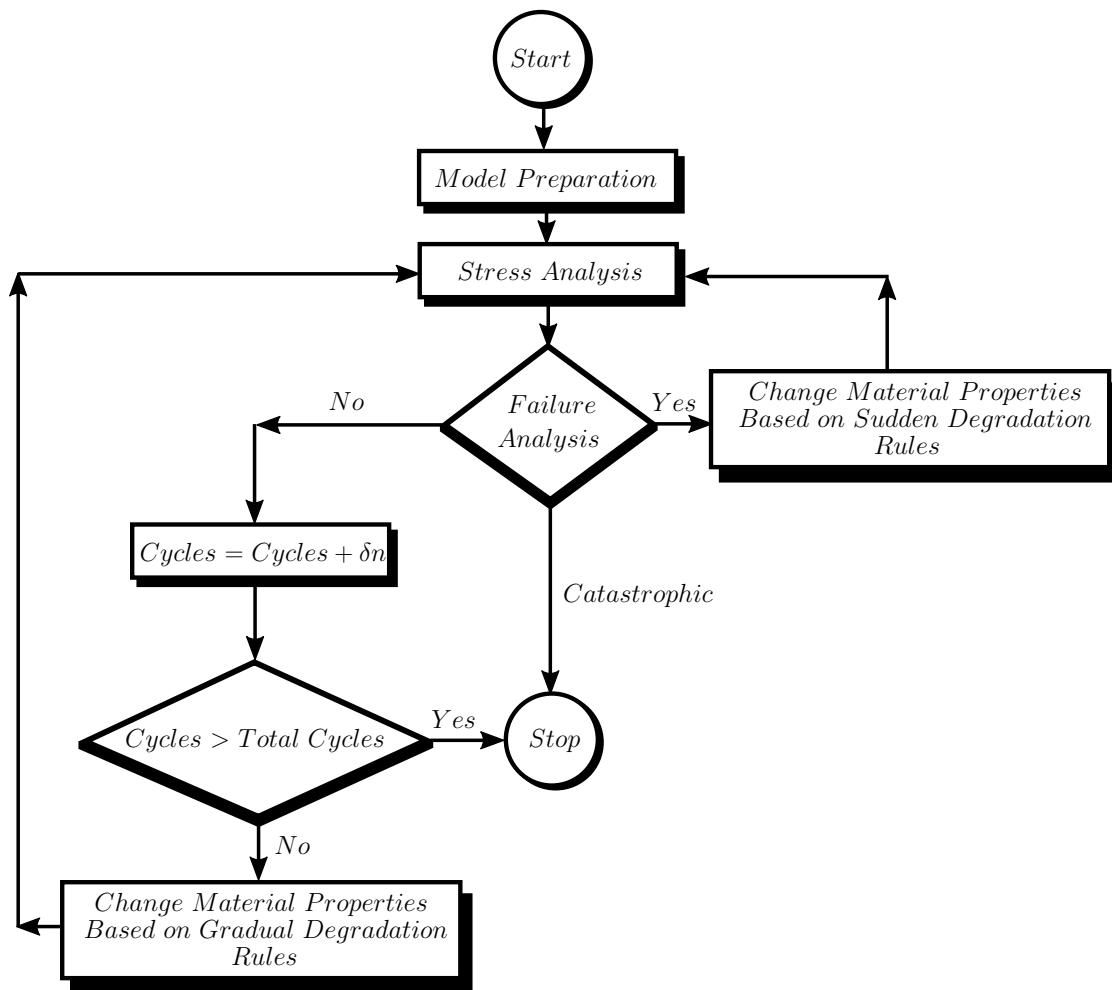


Abbildung 2.18: Darstellung des progressiven Lebensdauermodells von Shokrieh und Lessard aus dem Jahr 2000. Adaptiert in Anlehnung an [SL00a].

begründeten Schadenskriterien zu berücksichtigen. Noll et al. [Nol08; NMH10] formulieren im Jahr 2010 vor allem die Berücksichtigung der Schubnichtlinearität innerhalb eines progressiven Schadensmodells und verwendeten das Kriterium von Puck für die Bruchanalyse. Kennedy et al. [KBL13] veröffentlichen im Jahr 2013 ein Modell, bei welchem das Puck-Kriterium für die Bruchanalyse verwendet wird und die fünf Festigkeiten der Einzelschicht voneinander entkoppelt über das lineare Restfestigkeitsmodell von Broutman und Sahu [BS72] in Abhängigkeit der vorliegenden Spannungskomponente degradiert wird. Kennedy untersucht das Modell anhand experimenteller Steifigkeits- und Lebensdauerversuche für einen quasi-isotropen Verbund [KBL13]. Weitere progressive Modelle mit unterschiedlichen Ansätzen existieren z. B. mit dem Modell von Mejlej et al. [MOV17] aus dem Jahr 2017 und dem Modell von Brod et al. [Bro⁺19] aus dem Jahr 2019. Übereinstimmung findet sich bei den progressiven Schadensmodellen generell in der Abfolge von Spannungsberechnung, Schadenskriterium und Materialdegradation. Jedoch unterscheiden sich alle Modelle sehr stark in der Beschreibung der einzelnen Schadenskriterien, Restfestigkeits- und Steifigkeitsverläufen oder Berücksichtigung der Mittelspannungseinflüsse. Alle Mo-

delle haben gemein, dass die Untersuchungen sich bisher auf systematische sinusförmige Beanspruchungen mit konstanten Amplituden beschränken. So sind die meisten Modelle nur für bestimmte Verbundarchitekturen unter vereinfachten Belastungssituationen validiert. Reale, stochastische Betriebsbeanspruchungen sind jedoch deutlich komplexer als Beanspruchungen bei konstanten Amplituden und erfordern die Berücksichtigung einer Vielzahl an Phänomenen innerhalb der Lebensdaueranalyse.

2.4 Stochastische Betriebsbeanspruchungen

Die Beanspruchungs-Zeit-Funktionen (BZFn) bei Betriebsbelastung können unter Umständen sehr komplex sein und von deterministischen und periodischen Schwingungsformen bis hin zu stochastischen Beanspruchungen reichen. Abbildung 2.19 zeigt beispielsweise den zeitlichen Biege- und Torsionsspannungsverlauf aus einer DMS-Messung an der Vorderachse bei einem Bremsvorgang [IRH95]. Für die Berechnung unter stochastischen Beanspruchungen werden zurzeit im Allgemeinen entweder Ermüdungslebensdauermodelle auf Basis der Schadensakkumulation aus modifizierten Miner-Regeln [Min45; MS54; OH72; BF00] oder phänomenologische Modelle unter Betrachtung des Restfestigkeitsverhaltens [BS72; SD97b; Pos⁺08] verwendet (vgl. auch Kapitel 2.3.1 und 2.3.2). Die Untersuchungen von Post et al. [PCL08] geben eine genauere Übersicht über verschiedene Modelle und deren Validierung für z. B. ein glasfaserverstärktes Polyesterharz ([90/0/±45/0]_s) der DOE/MSU-Datenbank [Man10] und für ein glasfaserverstärktes Epoxidharz ([±45/0]₄/±45) der OptiDAT-Datenbank [Nvv06b] anhand einachsiger sto-

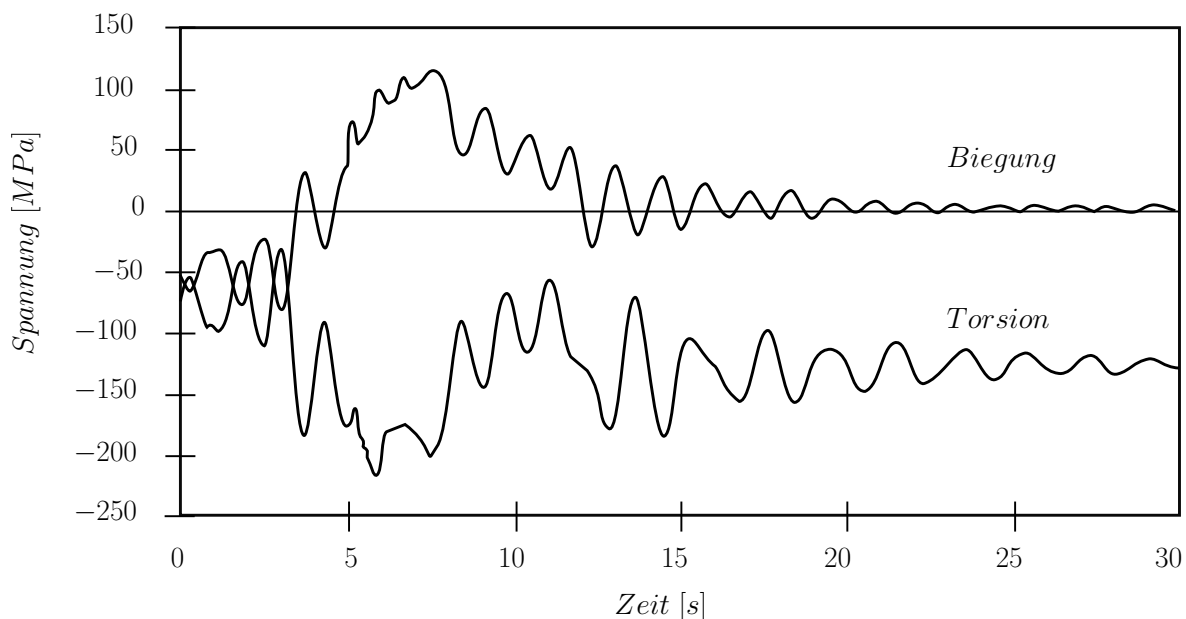


Abbildung 2.19: Zeitlicher Biege- und Torsionsspannungsverlauf an der Vorderachse eines Nutzfahrzeugs beim Bremsvorgang (DMS-Messung). Adaptiert nach [IRH95].

chastischer Versuche. Der Großteil der verfügbaren, experimentellen Datensätze basiert auf standardisierten Lastkollektiven der Luftfahrt (FALSTAFF - Fighter Aircraft Loading STandard For Fatigue [DJ75]) oder des Windkraftbereichs (WISPER - Wind Spectrum Reference [Hav88]). Bei allen untersuchten empirischen und phänomenologischen Modellen bleibt der wesentliche Nachteil bestehen, dass Eingangsgrößen einer bestimmten Verbundarchitektur verwendet werden. Das Materialverhalten dieses Verbundes unter stochastischen Beanspruchungen wird dann aus Untersuchungen unter einfachen konstanten Beanspruchungen des fixen Lagenaufbaus berechnet. Ein einfacher Wechsel oder Übertrag auf andere Verbundarchitekturen ist nicht vorgesehen. Die Konsequenz ist, dass für derzeitige Modelle Materialparameter mit einem großen experimentellen Aufwand erzeugt werden müssen, welche keinen substantiellen Input mehr liefern, sobald der Lagenaufbau variiert wird. Weitere Untersuchungen zu stochastischen Beanspruchungen auf Basis der Schadensakkumulationen nach Miner finden sich z. B. mit Kassapoglou [Kas10] oder auch Vassilopoulos et al. [Vas⁺10], welche z. B. den Einfluss verschiedener Ermüdungslebensdauermodelle auf die Berechnung von glasfaserverstärkten MSV untersuchten. Post et al. zeigen in den Untersuchungen, dass besonders die linearen empirischen oder phänomenologischen Modelle, wie das Modell nach Broutman and Sahu, wegen ihrer einfachen Anwendbarkeit und des reduzierten experimentellen Aufwands aufgrund fehlender Materialparameter, tendenziell zu einer guten Balance zwischen Vorhersage und benötigten Eingangsgrößen neigen [PCL08]. Nur in wenigen Fällen können durch die nichtlinearen Modelle geringe Verbesserungen in den Vorhersagen der Lebensdauer herbeigeführt werden [PCL08]. Gleichzeitig zeigt sich durch die Untersuchungen aber auch deutlich, dass die empirischen und phänomenologischen Modelle für Anwendungen an Strukturen unter Betriebsbeanspruchungen weiterhin stark auf experimentelle Anpassungen angewiesen sind, solange die Schadensmechanismen unter Ermüdungsbeanspruchungen nicht von der mikroskopischen bis zur makroskopischen Ebene vollständig verstanden sind. Im Jahr 2011 beschreiben Passipoularidis et al. [PPB11] ein erstes progressives Schadensmodell für die Berücksichtigung stochastischer Beanspruchungen. Das Modell basiert auf den Ansätzen der schichtenweisen Spannungsberechnung mit der KLT und verwendet das Schadenskriterium nach Puck für die Berechnung der Faser- und Zwischenfaserbruchanstrengungen. Für die Zählung der Lastkollektive der Beanspruchungen werden zwei verschiedene Rainflow-Zählungen innerhalb eines Algorithmus zur Schadensakkumulation untersucht. Innerhalb der Rainflow-Zählung können jedoch wesentliche Informationen über die Beanspruchung verloren gehen, wie z. B. die Reihenfolgen aufeinanderfolgender Spannungsamplituden, da die stochastische Beanspruchung einfach zu einzelnen Häufigkeiten der Blockbeanspruchungen zusammengefasst wird. Im Folgenden werden einzelne zentrale Phänomene innerhalb stochastischer Beanspruchungen für FKV angesprochen, welche für eine physikalisch begründete Berechnung innerhalb eines progressiven Modells berücksichtigt werden müssen.

2.4.1 Nichtproportionale Beanspruchungen

Die nichtproportionale mehrachsige Beanspruchung entspringt dem allgemeinen Belastungsfall, wenn alle Spannungskomponenten stochastisch und freigelöst voneinander schwingen. Die Spannungen können mit unterschiedlichen Frequenzen, phasenverschoben oder mit unterschiedlich veränderbaren Amplituden und Mittelspannungen (d. h. bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen) vorliegen. Die BZFn können durchaus periodisch veränderliche Subfunktionen (z. B. durch wiederkehrende Belastungszenarien) beinhalten, aber auch durch aperiodische Anteile (z. B. durch Einzelereignisse und äußere Einflüsse) gekennzeichnet sein. Näherungslösungen für die Berücksichtigung dieser allgemeinen Fälle existieren selbst für isotrope Werkstoffe nur in Sonderfällen [Hai06]. Zur Vereinfachung wird im Folgenden nur zwischen synchron proportionalen und synchron nichtproportionalen Beanspruchungen unterschieden, bei welchen die Spannungskomponenten stets mit gleicher Frequenz und Phase auftreten. Zwei Beispiele proportionaler und nichtproportionaler Beanspruchung in Form von periodisch deterministischen Schwingungen sind in Bild 2.20 dargestellt.

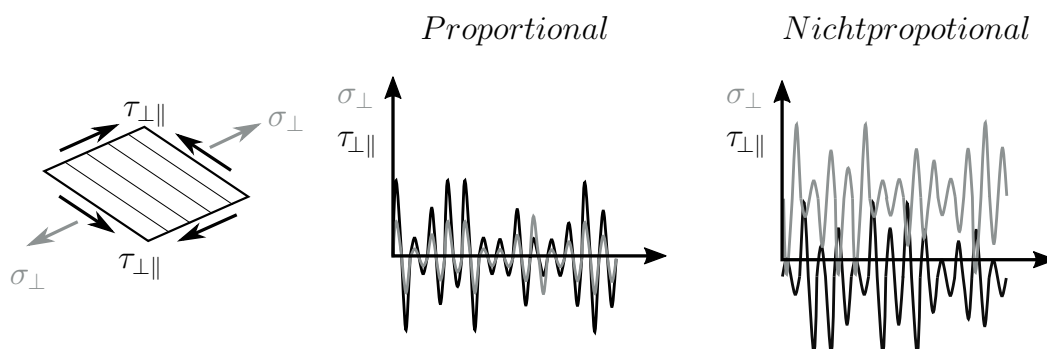


Abbildung 2.20: Synchron proportionale und synchron nichtproportionale Beanspruchung.

2.4.2 Lastfolgeeffekte bei variablen Amplituden

Die einfache Beanspruchung mit konstanten Amplituden ist in realen Betriebsbeanspruchungen kaum vertreten. Zu Untersuchungen von variablen Amplituden werden diese häufig in Form von Blockbelastungen, die im Laufe der Belastung von einem hohen auf ein niedriges Spannungsniveau („High-Low“ (HL)) oder von einem niedrigen auf ein hohes Spannungsniveau wechseln („Low-High“ (LH)) abgebildet. Beispiele solcher Blockbelastungen sind in Abbildung 2.21 dargestellt. In der Literatur finden sich zurzeit noch unterschiedliche Aussagen zum kritischeren Schädigungsbeitrag durch HL- oder LH-Blockbeanspruchungen [VD02]. Whitworth beschreibt im Jahr 1990 seine Untersuchungen

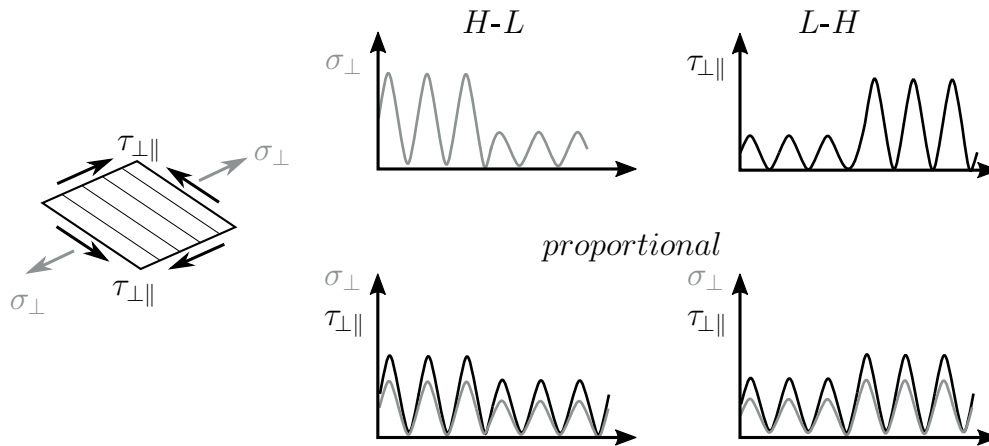


Abbildung 2.21: Variable Amplituden unter einachsiger und mehrachsiger Beanspruchung bei konstantem Biaxialitätsverhältnis.

zu Blockbelastungen und nichtlinearen Berechnungen zur Schadensakkumulation [Whi90]. Die Berechnungen führen zu einer kürzeren Lebensdauer unter LH-Beanspruchungen und werden mit experimentellen Daten aus zweistufigen Blockbelastungen an CFK validiert. Bartley-Cho et al. untersuchen speziell die Rissdichte bei zweistufigen Blockbelastungen an quasi-isotropen CFK-Verbunden [Bar⁺98]. Es zeigt sich deutlich, dass die LH-Lasten zu einer höheren Rissdichte und einem früheren Versagen führen als die HL-Lasten. Die Lastfolgeeffekte werden von dem Modellansatz von Bartley-Cho nicht erfasst, wodurch nur gute Vorhersagen für die LH-Beanspruchung getroffen werden können. Found und Quaresimin finden an einem quasi-isotropen CFK-Verbund ebenfalls eine deutlich höhere Schädigung durch LH-Belastungen vor [FQ03]. Hwang und Han untersuchen verschiedene Modelle zur Schadensakkumulation auf ihre Vorhersagegenauigkeit für Zweistufenbelastungen [HH86a]. Sie argumentieren, dass LH-Beanspruchungen innerhalb der Modelle nach Palmgren und Miner [Min45] höhere Werte als HL-Beanspruchungen ergeben. Ähnliches formulieren auch Fatemi und Yang [FY98] in ihren Untersuchungen zur kumulierten Schädigung bezüglich der auf der Miner-Regel aufbauenden Theorie von Marco-Starkey [MS54]. Weitere Untersuchungen zum weniger kritischen Verhalten von LH-Beanspruchungen finden sich z. B. auch bei Adam et al. [Ada⁺94] und Gamstedt und Sjögren [GS02]. Letztere argumentieren, dass die hohen anfänglichen Beanspruchungen eine größere Schädigung hervorrufen, von welchen die Schädigungen auf kleineren Spannungsniveaus starten können. Einige der Untersuchungen [YJ81; Has85; Far89; LJ00], welche die LH-Belastungen als kritischer ansehen, basieren auf Validierungen mit demselben Datensatz von Broutman and Sahu [BS72] zu zweistufigen Blockbelastungen an GFK-Kreuzverbunden. Der Fakt, dass generell wenige experimentelle Daten für im All-

gemeinen variierende Materialsysteme zur Verfügung stehen und oft derselbe Datensatz zur Validierung verwendet wird, erschwert eine vergleichbare Aussage zusätzlich. Im Jahr 2002 beschreiben Van Paepegem und Degrieck in ihrem Schadensmodell auf Basis des quasi-statischen Tsai-Wu Schadenskriteriums die Simulation von Lastfolgeeffekten unter vierstufigen Blockbelastungen an unidirektionalen GFK-Proben [VD02]. Nach Van Paepegem und Degrieck zeigen die Simulationen, dass keine allgemeingültige Aussage über die Schädigung unter LH- und HL-Beanspruchungen gemacht werden kann. Dennoch scheint der Übergang von einem niedrigen zu einem höheren Spannungsniveau ein besonders schädigender Vorgang zu sein, wobei der Einfluss der Schädigung stark abhängig von der Anzahl und Frequenz der Übergänge und auch der bereits vorliegenden Schadenssituation im Verbund ist [VD02].

2.4.3 Lastrichtungswechsel

Bei mehrachsiger Beanspruchung findet bei variablen Amplituden in der Regel ein Lastrichtungswechsel statt. Abbildung 2.22 zeigt beispielsweise eine Änderung der Lastrichtung für eine unidirektionale Schicht unter Quer- und Schubbeanspruchung.

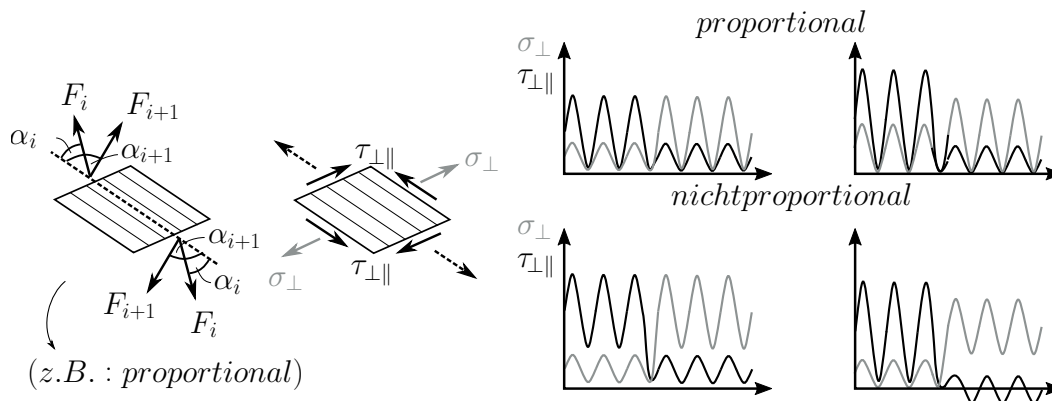


Abbildung 2.22: Variable Amplituden unter einachsiger und mehrachsiger Beanspruchung bei variierendem Biaxialitätsverhältnis.

Durch den Lastrichtungswechsel ändert sich das Biaxialitätsverhältnis

$$\lambda = \frac{\tau_{\perp\parallel}}{\sigma_{\perp}} \quad (26)$$

zwischen Quer- σ_{\perp} und Schubbeanspruchung $\tau_{\perp\parallel}$ während der Beanspruchung. Umfassende Untersuchungen zu mehrachsigen konstanten Ermüdungsbeanspruchungen mit unterschiedlichen Biaxialitätsverhältnissen der Spannungsponenten werden z. B. eingehend von Queresimin et al. diskutiert [QST10; QC13; QC14]. Es wird vor allem der Einfluss des Biaxialitätsverhältnisses und des Spannungsverhältnisses auf die experimentellen Wöhlerkurven dargestellt. Die Untersuchungen bilden Experimente an rohrförmigen Prüfkörpern

mit konstanten Amplituden und proportionalen Beanspruchungen. Für mehrachsig variable Amplituden mit Veränderung des Biaxialitätsverhältnisses finden sich derzeit keine detaillierten Voruntersuchungen in der Literatur.

2.4.4 Lastwechselwirkungen

Der Einfluss häufiger Übergänge von kleineren zu größeren Mittelspannungsniveaus wird im Folgenden als Lastwechselwirkung bezeichnet. Abbildung 2.23 zeigt Beispiele für höherfrequente Wechsel zwischen den Lastniveaus in Form von kleiner werdenden Abschnitten der Sequenzen, beginnend mit einfachen Blockversuchen. Farrow [Far89] zeigt, dass

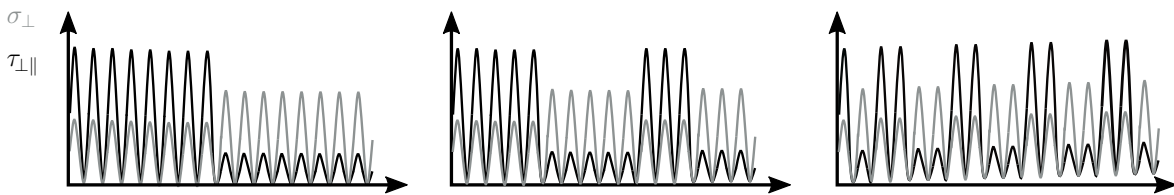


Abbildung 2.23: Lastwechselwirkungseinfluss durch häufige Übergänge von kleinen zu großen Mittelspannungsniveaus (Cycle Mix).

mehrfach wiederholte kurze Lastsequenzen die Restfestigkeit und Bruchlastspielzahl gegenüber lang andauernden Einzelsequenzen (wie z. B. in zweistufigen Blockversuchen) wesentlich verringern. Diese Lastwechselwirkungen werden von Farrow [Far89] und später von Davidson und Schaff [SD97b] als „Cycle Mix Effect“ benannt. Der Einfluss der Lastwechselwirkung kann z. B. nach Armanios [Hah⁺97] mit einem Lastwechselwirkungsfaktor („Cycle Mix Factor“) über

$$CM = C_m \hat{R}_0 \left[\frac{\Delta \hat{\sigma}_m}{\hat{R}(n)} \right]^{(\Delta \hat{\sigma}_{max} / \Delta \hat{\sigma}_m)^2} \quad (27)$$

berechnet werden. Hierin ist $\Delta \sigma_{max}$ und $\Delta \sigma_m$ die Veränderung der maximalen Spannung und der Mittelspannung im Vergleich zur vorherigen Lastsequenz und C_m die Wechselwirkungskonstante. Weitere Anwendung von Modellen zur Lastwechselwirkung können z. B. bei Stojkovic et al. [SF19] auf Basis von Untersuchungen zu Klebeverbindungen von Erpolat et al. [Erp⁺04] gefunden werden.

Modell zur Lebensdauer- und Restfestigkeitsanalyse von Mehrschichtverbunden

In diesem Kapitel wird ein progressives und auf Restfestigkeitsformulierungen basierendes Modell zur Lebensdaueranalyse von multidirektionalen Verbunden unter Verwendung von unidirektionalen Eingangsgrößen dargestellt, welches in der Lage ist mehrachsige und nichtproportionale Beanspruchungen in der Analyse zu berücksichtigen.

3.1 Modell und Programmablaufplan

Im Folgenden wird ein progressives und damit auf physikalische Schädigungen in der Schicht basierendes Berechnungsmodell vorgestellt. Das Berechnungsmodell beruht im wesentlichen auf einer Weiterentwicklung der in Kapitel 2.3.3 beschriebenen progressiven Modelle unter Verwendung eines auf Restfestigkeitsformulierungen basierenden Bruchkurvenmodells. Die Weiterentwicklung und Einführung des neuen Submodells für die Bruchkurvenmodellierung wird im Anschluss im Wesentlichen auf ihre Vorhersagefähigkeit bezüglich der in Kapitel 2.4 beschriebenen Beanspruchungsphänomene stochastischer Belastungen überprüft. Das Ziel ist es, die progressiven Schadensmodelle, welche ausgehend von Informationen der unidirektionalen Schicht auf das Ermüdungsverhalten multidirektionaler Verbunde schließen wollen, mit Blick auf Betriebsbeanspruchungen weiterzuentwickeln. In der über die Lastspielzyklen repetitiven und über die Verbundarchitektur schichtenweise betrachteten Lebensdaueranalyse werden aus den beliebigen globalen Belastungssituationen jedes Lastspiels³ die vorliegenden Schichtbeanspruchungen innerhalb des Verbundes, die dadurch auftretenden Anstrengungen in Matrix und Faser und die daraus resultierenden Konsequenzen für Steifigkeit und Restfestigkeit des Mehrschichtverbundes berechnet. Im Verlauf der Arbeit wird ebenfalls die zur numerischen Berechnung der Gesamtstruktur in die kommerzielle Software ABAQUS implementierte User-Materialsubroutine vorgestellt (Anhang A.4), welche auf die beschriebenen Modellschritte aufbaut. Um den Aufbau des Programmcodes vollständig nachvollziehen zu können befindet sich der vollständige Programmablaufplan in Anhang A.3. Im Folgenden ist zunächst eine übersichtliche und kompakte Form des Programmablaufplans der Berechnungsroutine in Abbildung 3.1 dargestellt.

³Je nach Anwendung ist auch eine Berechnung über mehrere Lastspiele hinweg in Form sogenannter Lastspielpakete sinnvoll, wenn sich die Lastspiele aufgrund ihrer Charakteristika (z.B. Beanspruchung mit konstanter Amplitude) zusammenfassen lassen und durch das Zusammenfassen keine Nachteile in der Genauigkeit der Berechnung entstehen.

Das Modell basiert dabei im wesentlichen auf den folgenden fünf, in der Abbildung farblich getrennten Bereichen:

- Die schichtenweise **Spannungsanalyse** (Kapitel 3.1.1),
- die Berücksichtigung des **Mittelspannungseinflusses** (Kapitel 3.1.2),
- die **Bruchkurvenmodellierung** über Restfestigkeitsmodelle (Kapitel 3.1.3),
- die schichtenweise **Bruchanalyse** (Kapitel 3.1.4) und
- die schichtenweise **Degradationsanalyse** (Kapitel 3.1.4).

Die modulare Struktur des Berechnungsmodells bietet die Möglichkeit zusätzliche Ansätze für die Berücksichtigung verschiedener Effekte an den benötigten Positionen als Submodelle im Programmablauf implementieren zu können. Einer der großen Vorteile

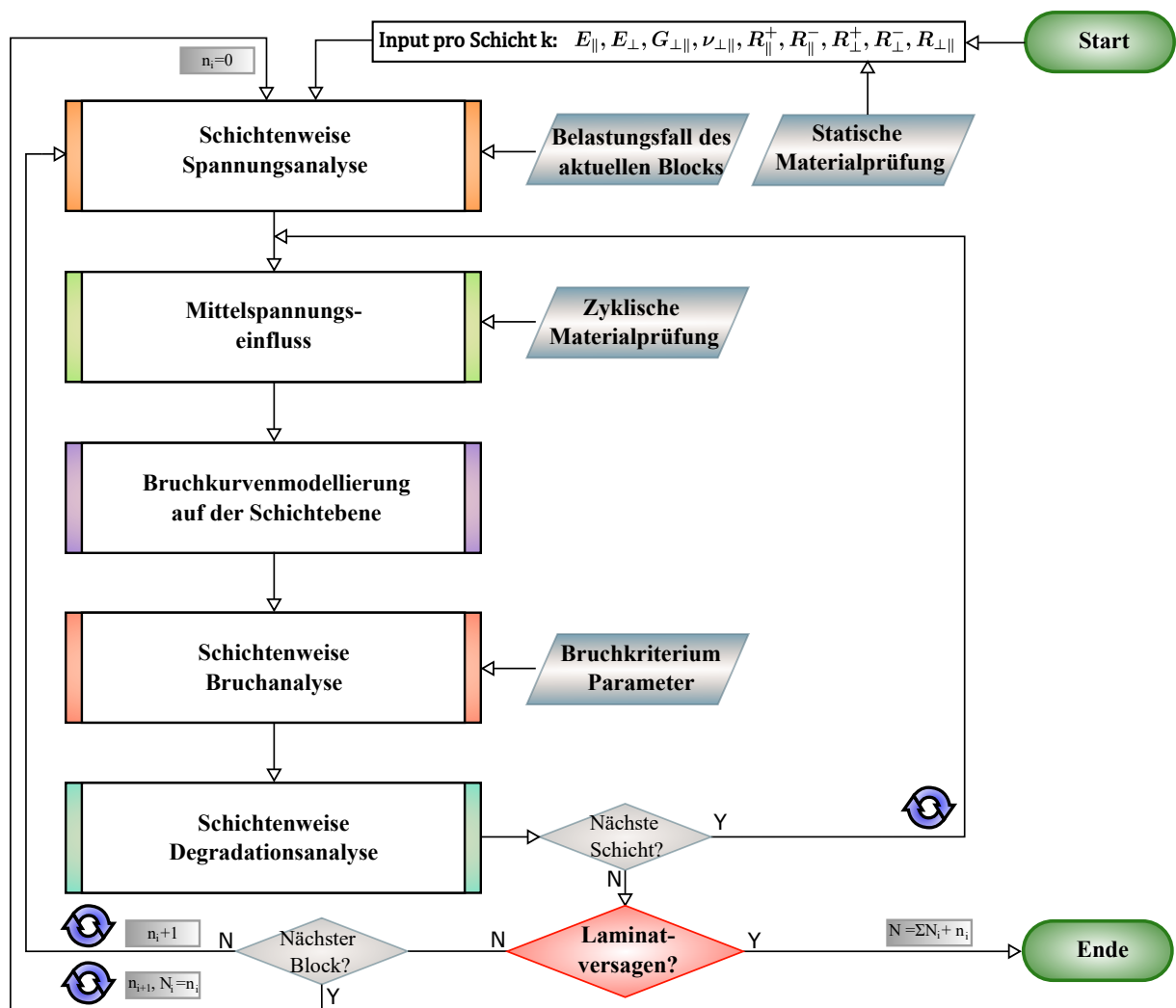


Abbildung 3.1: Programmablaufplan des progressiven Schadensmodells in kompakter Form.

des Berechnungsmodells ist, dass die Berechnung des multidirektionalen Verbunds ausschließlich auf Basis von Eingangsgrößen der unidirektionalen Schicht des MSV stattfindet. Die Lebensdaueranalyse (Kapitel 3.1.1 - 3.1.4) findet in Anlehnung an die klassische Laminattheorie (KLT) an einem repräsentativen Volumenelement (RVE) der Gesamtstruktur statt, welches in seinen Eigenschaften statistisch effektiv die Eigenschaften der Struktur repräsentiert. Für die Übertragung der Untersuchungen auf die Strukturebene der Rohrprüfkörper, wird das Modell allerdings für die numerische Berechnung mit der Finite-Elemente-Methode FEM in Form einer in Fortran geschriebenen Subroutine in die Software ABAQUS implementiert (Kapitel 3.2).

3.1.1 Schichtenweise Spannungsanalyse

Das Modell zur Lebensdaueranalyse baut im Wesentlichen auf die in Kapitel 2.1.2.2 angesprochene Kontinuumstheorie bzw. klassische Laminattheorie zur schichtenweisen Verzerrungs- und Spannungsanalyse von Mehrschichtverbunden auf. Im Folgenden wird der Ablauf der schichtenweisen Spannungsanalyse nach Abbildung 3.1 auf Basis der KLT erläutert. Im ersten Schritt werden die Steifigkeitsmatrizen der in Abbildung 3.2 dargestellten unidirektionalen Schichten in ihren lokalen Schicht-Koordinatensystemen (Schicht-KOS), unter Verwendung der mechanischen Kennwerte der UD-Schicht aus quasi-statischen Materialprüfungen, ermittelt. Da die UD-Schicht als homogenes Kontinuum unendlich

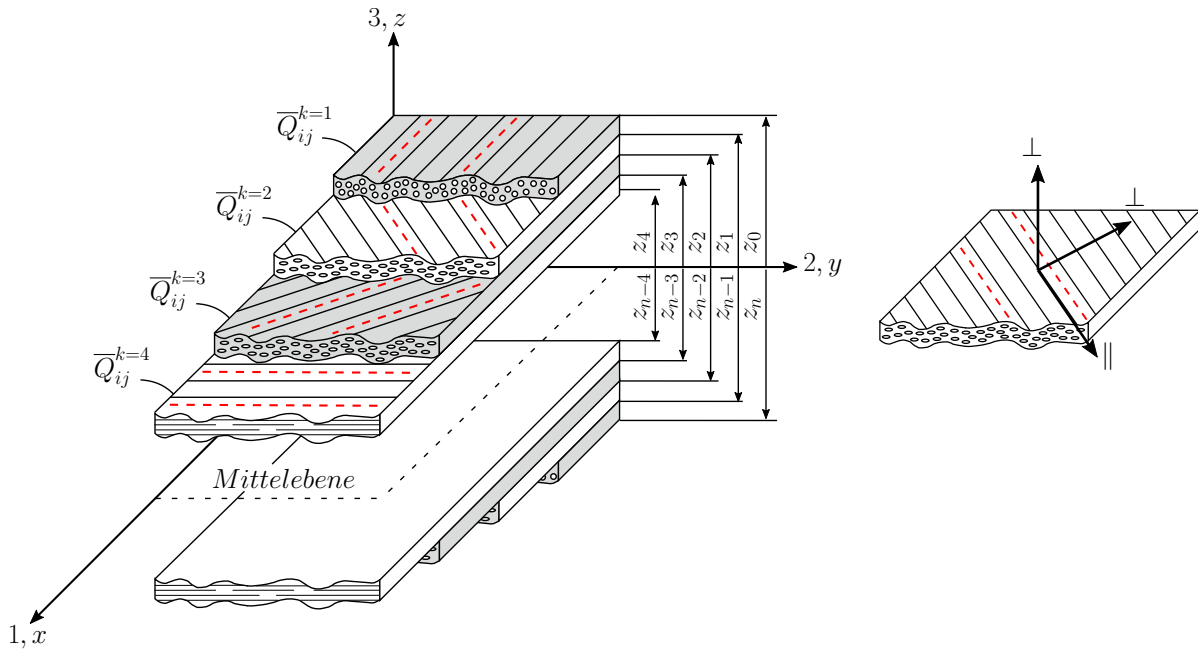


Abbildung 3.2: Verbundarchitektur eines symmetrischen Mehrschichtverbundes mit den Steifigkeiten der Einzelschichten und dem Bezug zur Mittelebene im globalen Verbund-Koordinatensystem.

viele Symmetrieebenen quer zur Faserrichtung besitzt, auf denen die gleichen mechanischen Eigenschaften vorliegen, ist die Schicht ein transversal isotroper Werkstoff. Aufgrund der Symmetrieebenen reduziert sich die Anzahl an unabhängigen Eingangsgrößen für den räumlichen Fall auf fünf und für den zweidimensionalen Fall auf vier Grund-Elastizitätsgrößen. Die Steifigkeitsmatrix einer Schicht k kann im zweidimensionalen Fall entsprechend

$$Q_{ij,k}(n) = \begin{vmatrix} Q_{11,k}(n) & Q_{12,k}(n) & 0 \\ Q_{21,k}(n) & Q_{22,k}(n) & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66,k}(n) \end{vmatrix} \quad (28)$$

mit den Einträgen

$$Q_{11,k}(n) = \frac{E_{\parallel}(n)}{1 - \nu_{\perp\parallel}(n) \cdot \nu_{\parallel\perp}(n)}, \quad (29)$$

$$Q_{22,k}(n) = \frac{E_{\perp}(n)}{1 - \nu_{\perp\parallel}(n) \cdot \nu_{\parallel\perp}(n)}, \quad (30)$$

$$Q_{12,k}(n) = \frac{\nu_{\perp\parallel}(n) \cdot E_{\perp}(n)}{1 - \nu_{\perp\parallel}(n) \cdot \nu_{\parallel\perp}(n)} = Q_{21,k}(n), \quad (31)$$

und

$$Q_{66,k}(n) = G_{\perp\parallel}(n) \quad (32)$$

berechnet werden. Hierin ist n die Lastspielzahl, E_{\parallel} der Längsmodul, E_{\perp} der Quermodul, $G_{\perp\parallel}$ der Schubmodul und $\nu_{\perp\parallel}$ die große Querkontraktionszahl der UD-Schicht. Zu Beginn der schichtenweisen Spannungsberechnung werden die Initialbedingungen der Schicht, d. h. die in quasi-statischen Materialprüfungen ermittelten mechanischen Kennwerte, verwendet. In den anschließenden Iterationsschleifen für $n > 1$ werden die Kennwerte aus dem letzten Schritt der Analyse nach entsprechender Steifigkeitsdegradation eingesetzt (siehe Kapitel 3.1.4). Die kleine Querkontraktionszahl $\nu_{\parallel\perp}$ wird auf Basis der Maxwell-Betti Energiebetrachtung durch die Beziehung

$$\frac{E_{\parallel}(n)}{\nu_{\perp\parallel}(n)} = \frac{E_{\perp}(n)}{\nu_{\parallel\perp}(n)} \quad (33)$$

erhalten. Im nächsten Schritt wird mit der Transformationsmatrix

$$T_{ij} = \begin{vmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin^2(\alpha) & -\sin(2\alpha) \\ \sin^2(\alpha) & \cos^2(\alpha) & \sin(2\alpha) \\ \sin(2\alpha)/2 & -\sin(2\alpha)/2 & \cos(2\alpha) \end{vmatrix} \quad (34)$$

$$\overline{Q}_{ij,k}^{\pm\alpha}(n) = T_{ij}Q_{ij,k}(n)T_{ji} \quad (35)$$
$$\frac{1}{\chi} \sum_{k=1}^n \overline{Q}_{ij,k}^{\pm\alpha}(n) (z_k^\chi - z_{k-1}^\chi) = \begin{cases} A_{ij}(n), & \text{für } \chi = 1 \\ B_{ij}(n), & \text{für } \chi = 2 \\ D_{ij}(n), & \text{für } \chi = 3 \end{cases} \quad (36)$$

(37)

Hierin sind \hat{n}_x und \hat{n}_y die im Schnitt auftretenden Normalkraftflüsse, \hat{n}_{xy} der Schubfluss, \hat{m}_x und \hat{m}_y die Biegemomentenflüsse und \hat{m}_{xy} der Drillmomentenfluss. Die Verbund-Steifigkeitsmatrix, allgemein auch als ABBD-Matrix bezeichnet, besteht mit dem Scheiben-, den Kopplungs- und dem Plattenquadranten aus vier Quadranten. Die Membran- oder Scheibensteifigkeiten A_{ij} beschreiben den Zusammenhang zwischen den Schnittkräften und den Verzerrungen und die Biege- oder Plattensteifigkeiten D_{ij} beschreiben die Verbindung der Schnittmomente und der Krümmungen des Verbundes. Die Kopplungssteifigkeiten B_{ij} hingegen koppeln jeweils die Verzerrungen mit den Schnittmomenten und die Krümmungen mit den Schnittlasten des Verbundes. Das Auftreten einer vollbesetzten Verbund-Steifigkeitsmatrix ist in realen Anwendungen der seltene Fall. Je nach Konstruktion der Verbundarchitektur können bestimmte Sonderfälle auftreten, bei welchen einige Terme der Verbund-Steifigkeitsmatrix verschwinden:

- So verschwindet zum Beispiel für symmetrisch aufgebaute Verbunde und die transversal orthotrope Einzelschicht die Kopplungssteifigkeitsmatrix B_{ij} , so dass keine Biege-Dehnungs-Kopplung auftritt.
- Die im Flugzeugbau und im Windkraftbereich oft vertretenen, quasi-isotrop aufgebauten Verbundarchitekturen sind zusätzlich stets frei von Dehnungs-Schiebungs-Kopplungen („Schubkopplung“). Verbunde, bei welchen keine Dehnungs-Schiebungs-Kopplung vorhanden ist, werden auch als ausgeglichene Verbunde bezeichnet.
- Weitere Besonderheiten in Bezug auf die ABBD-Matrix finden sich z. B. auch bei symmetrischen Winkelverbunden (ausgeglichen und frei von Biege-Dehnungs-Kopplungen) oder auch symmetrischen Kreuzverbunden (zusätzlich frei von Biege-Drill-Kopplungen).

Mit den Scheiben-Dehnungen ϵ_{x_0} und ϵ_{y_0} , der Scheiben-Schiebung γ_{xy_0} , den Platten-Krümmungen κ_{x_0} und κ_{y_0} und der Platten-Drillung κ_{xy_0} liegen zunächst nur die Verformungen für den Bezugspunkt vor. Zur Berechnung der Verzerrungen des MSV und damit auch der Verzerrungen der Einzelschichten über die Verbund-Bedingung werden die kinematischen Bedingungen der Kirchhoffschen Plattentheorie nach Abbildung 3.3 angenommen, in welcher die Orthogonalen zur Mittelfläche unter Verformung senkrecht zur deformierten Mittelfläche bleiben (äquivalent zur Bernoullischen Balkentheorie). Die dargestellten Beziehungen gehen von der Annahme aus, dass im Rahmen kleiner Verformungen alle Materialpunkte auf den senkrecht zur Plattenmittelebene bleibenden Querschnitten die gleiche Verformung in z-Richtung erfahren. In Abbildung 3.3 gilt daher mit $-z \cdot \sin w' \approx -z \cdot w'$ und $z \cdot \cos w' \approx z$ für Punkt M (rot) und Punkt A (blau) die selbe Durchbiegung w_0 für kleine w' . Die Annahme vernachlässigt die Schubverzerrungen orthogonal zur Mittelfläche ($\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$). Zusätzlich wird eine Änderung der Dicke des Verbundes vernachlässigt ($\epsilon_z = 0$) und nur kleine Verformungen des Verbunds zugelassen.

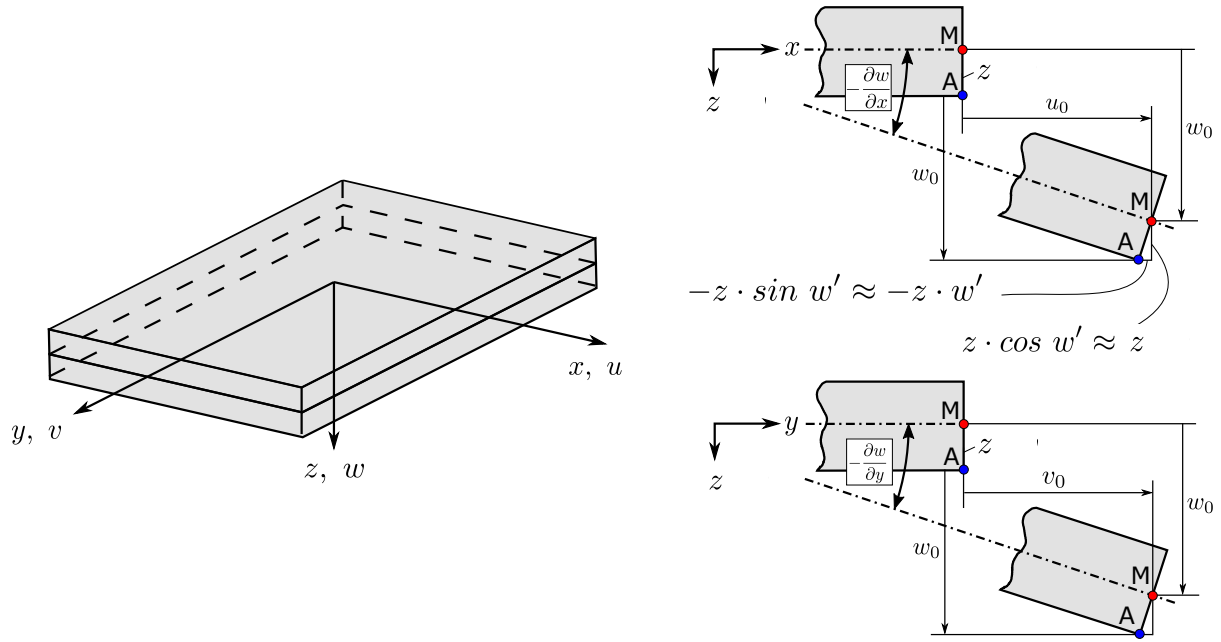


Abbildung 3.3: Schubstarre Platte nach der Kirchhoffschen Plattentheorie. Die im Ursprungszustand orthogonal zur Plattenmittelebene stehenden Querschnitte bleiben in guter Näherung auch nach der Verformung orthogonal zur Plattenmittelebene (vgl. Bernoulli-Balken).

Auf diese Weise lassen sich die Verbunddehnungen

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \hat{\varepsilon}_x \\ \hat{\varepsilon}_y \\ \hat{\gamma}_{xy} \end{pmatrix}}_{\hat{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{u(x,y)}{\partial x} \\ \frac{v(x,y)}{\partial y} \\ \frac{u(x,y)}{\partial y} + \frac{v(x,y,z)}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{u_0}{\partial x} \\ \frac{v_0}{\partial x} \\ \frac{u_0}{\partial y} + \frac{v_0}{\partial x} \end{pmatrix} - z \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 w_0(x,y)}{\partial^2 x} \\ \frac{\partial^2 w_0(x,y)}{\partial^2 y} \\ \frac{\partial^2 w_0(x,y)}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \hat{\varepsilon}_{x_0} \\ \hat{\varepsilon}_{y_0} \\ \hat{\gamma}_{xy_0} \end{pmatrix}}_{\hat{\varepsilon}_0} + z \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \hat{\kappa}_{x_0} \\ \hat{\kappa}_{y_0} \\ \hat{\kappa}_{xy_0} \end{pmatrix}}_{\hat{\kappa}_0} \quad (39)$$

aus der Überlagerung der Verschiebungen der Mittelfläche u_0 , v_0 und w_0 des MSV und den Neigungen $w_{0,x}$ und $w_{0,y}$ entsprechend Abbildung 3.3 beschreiben. Beim Umstellen von Gleichung 37 nach den Verformungen des MSV in Gleichung 38 ist zu beachten, dass die Inversen der Scheiben-, Kopplungs- und Plattenmatrix durch die Invertierung der vollständigen ABBD-Matrix in ihrer Gesamtheit berechnet werden. Die Schichtverzerrungen ergeben sich dann folgendermaßen:

$$\hat{\varepsilon}_{i,k}(n) = \hat{\varepsilon}_{i0,k}(n) + z_k \cdot \hat{\kappa}_{i0,k}(n) \quad (40)$$

Über z_k können die Verzerrungen an verschiedenen Orten über die Dicke der Schicht erhalten werden, wie z. B. am oberen oder unteren Rand der Schicht k . Unter Verwendung der transponierten Transformationsmatrix werden die Schichtverzerrungen entsprechend

$$\epsilon_{i,k} = T_{ji} \cdot \hat{\epsilon}_{i,k} \quad (41)$$

wieder in das lokale Schichtkoordinatensystem übertragen. Im nächsten Schritt können die lokalen Schichtspannungen mit der Schicht-Steifigkeitsmatrix berechnet werden:

$$\sigma_{i,k} = Q_{ij,k} \cdot \epsilon_{i,k} \quad (42)$$

Hierin besteht der Spannungsvektor $\sigma_{i,k}$ aus den drei Komponenten für den ebenen Spannungszustand (ESZ): Aus faserparalleler Längsspannung σ_{\parallel} , faserorthogonaler Querspannung σ_{\perp} und der Schubspannung in der Ebene $\tau_{\perp\parallel}$. Für jede Spannungskomponente wird anschließend in jedem Lastspiel aus den aktuellen Schnitt-Lastflüssen schichtenweise die maximale $\sigma_{i_{max}}$ (Oberspannung) und minimale Spannung $\sigma_{i_{min}}$ (Unterspannung) und anschließend das jeweilige Spannungsverhältnis

$$r_{\sigma_{i,k}} = \frac{\sigma_{i_{min},k}}{\sigma_{i_{max},k}} = \frac{\sigma_{i_m,k} - \sigma_{i_a,k}}{\sigma_{i_m,k} + \sigma_{i_a,k}} \quad (43)$$

jeder Komponente ermittelt. Hierin sind σ_{i_m} die Mittelspannung und σ_{i_a} die Amplitude der Beanspruchung.

3.1.2 Mittelspannungseinfluss

Wie in Kapitel 2.2 beschrieben, weisen FKV bei zeitlich veränderlichen Beanspruchungen auf einem gewissen Spannungsniveau eine begrenzte Lebensdauer auf. Bei stochastischen Beanspruchungen sind die globalen Spannungsverhältnisse der äußeren Belastung nicht konstant und führen zu vielfältigen und komplexen lokalen Spannungsverhältnissen auf der Schichtebene. Diese lokalen Spannungsverhältnisse entsprechen bei anisotropen Materialien unter mehrachsiger Beanspruchung zusätzlich nicht zwingend den äußeren Spannungsverhältnissen (vgl. Kapitel 2.2.1). Damit liegen im Zuge der Betriebsbeanspruchungen generell nichtproportionale Beanspruchungen auf unterschiedlichen Spannungsverhältnissen in den einzelnen Lastspielen vor. Die Interpolation von Wöhlerkurven für unbekannte Spannungsverhältnisse wird damit zu einem besonders wichtigen Punkt in der Analyse mehrachsiger Ermüdungsbeanspruchung. Innerhalb des Rechenmodells werden die drei in den Kapiteln 2.2.1.1, 2.2.1.2 und 2.2.1.3 beschriebenen Interpolationsmodelle auf ihre Anwendungsmöglichkeiten in der progressiven Berechnung auf der Schichtebene untersucht. Die Modelle sind ursprünglich für die Vorhersage des Materialverhaltens bestimmter Verbunde unter variierenden Spannungsverhältnissen auf Basis von Eingangsdaten desselben Verbundes vorgesehen. Für die Anwendung innerhalb des Mo-

dells zur Lebensanalyse werden die Formulierungen auf die Schichtebene angepasst. Das Spannungsverhältnis nach Gleichung (43) wird für jede Spannungskomponente im ebenen Spannungszustand berechnet. Damit liegen unter mehrachsiger Beanspruchung im Allgemeinen die drei unterschiedlichen Spannungsverhältnisse $r_{\sigma_{\parallel,k}}$, $r_{\sigma_{\perp,k}}$ und $r_{\tau_{\perp\parallel,k}}$ auf der Schichtebene vor. Folglich werden drei interpolierte Diagramme konstanter Lebensdauerlinien benötigt, um wiederum in jedem Lastspiel die drei benötigten Wöhlerkurven zu extrapolieren. Über die drei Lebensdauerdiagramme liegen dann vor dem nächsten Schritt des Berechnungsmodells die Lage- und Neigungsparameter für die im aktuellen Lastschritt vorliegenden Längsspannungs-, Querspannungs- und Schubspannungsverhältnisse vor:

- $C_{\parallel}, k_{\parallel}$ für $r_{\sigma_{\parallel,k}}$
- C_{\perp}, k_{\perp} für $r_{\sigma_{\perp,k}}$
- $C_{\perp\parallel}, k_{\perp\parallel}$ für $r_{\tau_{\perp\parallel,k}}$

Abbildung 3.4 stellt schematisch die dafür benötigten CLD auf der Schichtebene anhand des stückweise linearen Modells und die daraus extrapolierten Wöhlerkurven dar.

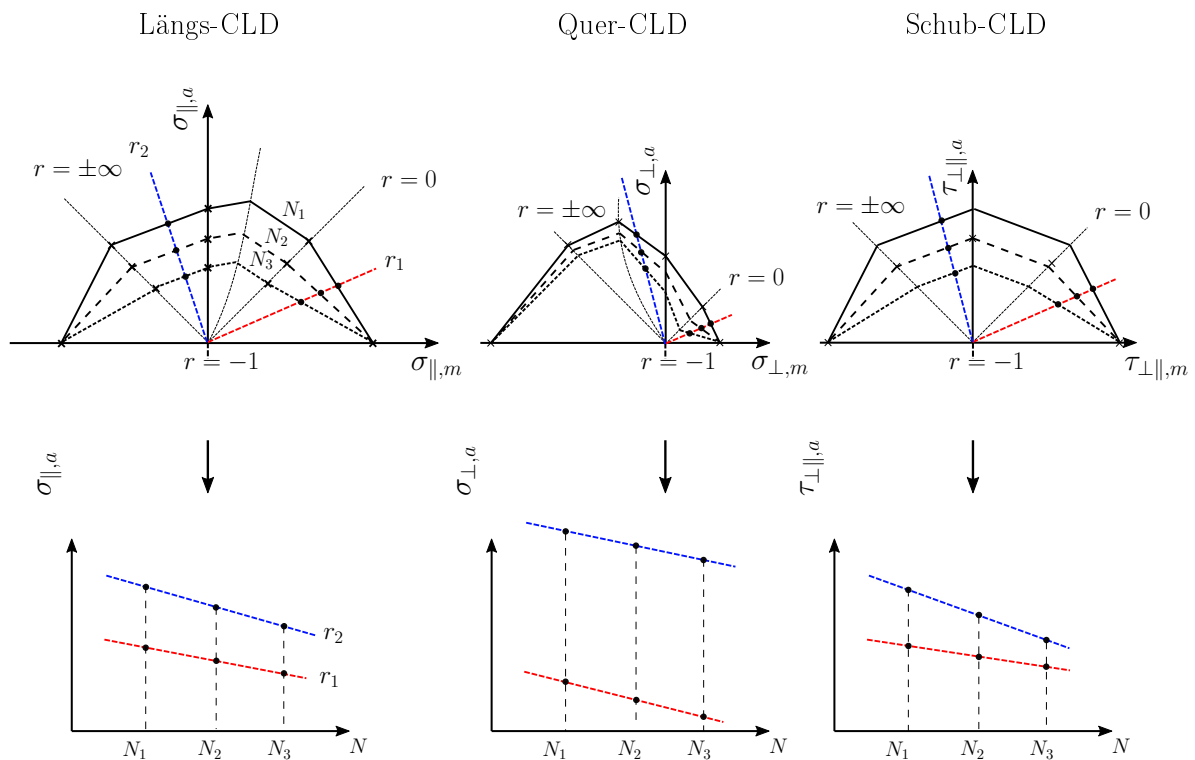


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der Lebensdauerdiagramme für die Schichtspannungen am Beispiel des stückweise linearen Modells und Beispiele extrapolierter Wöhlerkurven.

Die extrapolierten Lage- und Neigungsparameter für jede Spannungskomponente sind im Folgenden zentrale Eingangsgrößen für die Bruchkurvenmodellierung.

3.1.3 Bruchkurvenmodellierung

Eine erste Konstruktion der Ermüdungs-Zwischenfaserbruchkurve für unidirektionale Einzelschichten über Eingangsdaten aus Wöhlerkurven beschreiben Hashin und Rotem indirekt mit ihrem Lebensdauermodell aus dem Jahr 1970 (siehe Gleichungen (17) und (18) in Kapitel 2.3.1). Gude et al. [Gud⁺06] bilden erste Formulierungen von Ermüdungsbruchkurven über die Neigungen der Querkzug- und Schubwöhlerkurven mit Bezug auf Pucks Schadenskriterium, welche auch von Hahne [Hah14] weiterverfolgt werden. Für mehrachsige Beanspruchungen von unidirektionalen Prüfkörpern im Zug- und Druckschwellbereich mit konstanten Amplituden zeigen die Bruchkurvenmodelle sehr gute Ergebnisse [Gud⁺06]. Hierbei ist allerdings anzumerken, dass die Wöhlerkurve nur die für eine bestimmte Lastspielzahl erlaubte Bruchspannung angibt, während die Restfestigkeitsformulierungen den eigentlichen Weg der ertragbaren Spannungen beschreiben und die Restfestigkeit nur bei Bruch im letzten Lastspiel ($n = N$) mit der Bruchspannung aus der Wöhlerkurve übereinstimmt (vgl. Abbildung 2.16). Für ein über die Lastspielzahl iterierendes Modell ist besonders mit Blick auf stochastische Beanspruchungen mit variablen Amplituden ein restfestigkeitsbasiertes Modell zur Beschreibung von Bruchkurven zweckmäßig. Dadurch kann die Bruchkurve nach jedem Lastspiel für den aktuellen Verbundzustand berechnet werden und dann wiederum den Ausgangszustand für das nächste Lastspiel bilden. Die Annahme der Modellierung der Zwischenfaser-Ermüdungsbruchkurve unter Verwendung von Wöhlerkurven wurde jedoch bisher noch nicht mit tatsächlich ermittelten Restfestigkeitswerten verglichen. Besonders in Bezug auf mehrachsig variable Amplituden wird bei einer Modellierung auf Basis von Restfestigkeitsformulierungen eine Verbesserung der Vorhersagequalität erwartet, da so der Ausgangspunkt der nächsten Lastspielschleife auf den tatsächlichen Restfestigkeiten basiert. Gleichzeitig wird als zusätzliche Information die Berechnung der Restfestigkeit des mehrschichtigen Verbundes in jedem Lastspiel über das Modell ermöglicht. Erste Untersuchungen des entwickelten restfestigkeitsbasierten Bruchkurvenmodells sind bereits für proportionale Beanspruchungen mit Lastrichtungswechseln innerhalb des Bruchmodus A in [Möl⁺20] realisiert.

3.1.3.1 Schadenskriterium nach Puck

Das Bruchkurvenmodell basiert auf den ursprünglich für quasi-statische Beanspruchungen entwickelten Puck-Kriterien [Puc96]. In Abbildung 3.5 ist die Zwischenfaserbruchkurve nach Puck dargestellt. Im Fokus der Arbeit liegen vor allem die aus überlagerten Querkzug- und Schubspannungen resultierende Modus A Beanspruchung und die aus überlagerten Querdruck- und Schubspannungen resultierende Modus B Beanspruchung im ebenen Spannungszustand der Schicht. Als Maß für die Schädigung werden die Faser- und Zwischenfaserbruchanstrengungen jeder Schicht innerhalb des Verbunds berechnet.

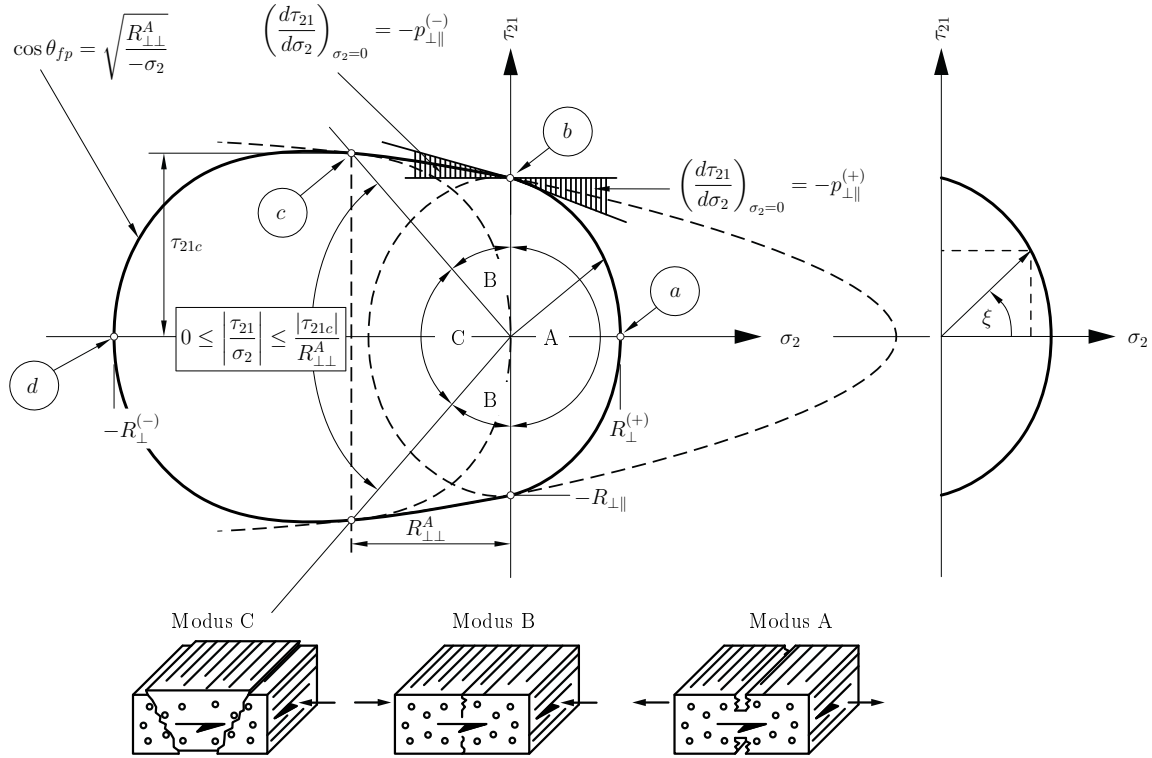


Abbildung 3.5: Links: Zwischenfaserbruchkurve in der $(\sigma_{\perp}, \tau_{\perp||})$ -Ebene für $\sigma_{||} = 0$ nach [Puc96]. Die Bruchkurve wird aus einzelnen Ellipsen- und Parabelabschnitten für die drei Bruchmodi A, B und C zusammengesetzt. Rechts: Darstellung des Biaxialitätswinkels.

Nach Puck [Puc96] wird die Faserbruchanstrengung

$$f_{z,d} = \left| \frac{1}{R_{||}^{\pm}} \left[\sigma_{||} - \left(\nu_{\perp||} - \nu_{f\perp||} \frac{E_{||}}{E_{f||}} m_{\sigma f} \right) (\sigma_{\perp}) \right] \right| \leq 1 \text{ mit } \begin{cases} R_{||}^{+} & \text{für } \sigma_{||} \geq 0 \\ R_{||}^{-} & \text{für } \sigma_{||} \leq 0 \end{cases} \quad (44)$$

mit der vorliegenden Faserlängsbeanspruchung $\sigma_{||}$, der Faserlängsfestigkeit $R_{||}^{\pm}$, den Querkontraktionen der Schicht $\nu_{\perp||}$ und der Faser $\nu_{f\perp||}$ und den Elastizitätsmodulen der Schicht $E_{||}$ und der Faser $E_{f||}$ berechnet. Je nachdem ob eine Faserzug- $\sigma_{||} \geq 0$ oder Faserdruckspannung $\sigma_{||} < 0$ vorliegt, wird zur Berechnung für $R_{||}^{\pm}$ die Faserlängszugfestigkeit $R_{||}^{+}$ oder die Faserlängsdruckfestigkeit $R_{||}^{-}$ verwendet. Der hintere Teil der Gleichung berücksichtigt zum einen, dass eine reine Faserquerbeanspruchung den Fasern eine zusätzliche Dehnung in Längsrichtung aufzwingt, und zum anderen, dass die Querspannung aufgrund der Dehnungsvergrößerung ungleichmäßig verteilt ist [Sch07]. Das wird über den Vergrößerungsfaktor $m_{\sigma f} = 1.3$ für GFK und $m_{\sigma f} = 1.1$ für CFK realisiert [Sch07]. Die intralaminaren Matrixschädigungen werden in die drei Zwischenfaserbruchmodi A, B und C unterteilt. Die Zwischenfaserbruchanstrengung für Modus A

$$f_{e,A} = \sqrt{\frac{\tau_{\perp||}^2}{R_{\perp||}^2} + \left(1 - p_{\perp||}^{+} \frac{R_{\perp||}^{+}}{R_{\perp||}^{+}} \right)^2 \left(\frac{\sigma_{\perp}}{R_{\perp||}^{+}} \right)^2} + p_{\perp||}^{+} \frac{\sigma_{\perp}}{R_{\perp||}^{+}} \leq 1 \quad (45)$$

nach [Puc96] unter Verwendung der Querkzugspannung σ_{\perp} und -festigkeit R_{\perp}^+ , der Schubspannung $\tau_{\perp\parallel}$ und -festigkeit $R_{\perp\parallel}$ und der Neigung

$$p_{\perp\parallel}^+ = - \left(\frac{d\tau_{\perp\parallel}}{d\sigma_{\perp}} \right)_{\sigma_{\perp}=0} \quad (46)$$

der Zwischenfaserbruchkurve an der Stelle $\sigma_{\perp} = 0$ für den Verlauf der Kurve bei Querkzugspannungen berechnet. Eine Anstrengung von 0 entspricht dem ungeschädigten Schichtzustand und eine Anstrengung von 1 entspricht dem Bruch der Einzelschicht in dem entsprechenden Zwischenfaserbruchmodus. Im eingebetteten Zustand geht ein Versagen unter einem Zwischenfaserbruchmodus, d. h. ein Anstrengungswert von 1, nicht zwangsweise mit dem Versagen des Verbundes einher. Oft werden Verbunde in der Auslegung so konstruiert, dass selbst der erste Zwischenfaserbruch vermieden werden soll. Im Allgemeinen ist ein Verbund jedoch weit über die ersten Zwischenfaserbrüche hinaus tragfähig (vgl. Abbildung 2.8). Bei hohen aufgeprägten Spannungen können in einer eingebetteten Schicht rechnerisch somit auch Anstrengungen größer als 1 erzielt werden und die Überanstrengung unter Umständen als Basis für die Degradationsanalyse verwendet werden. Alternativ können auch Degradationsmodelle zum Einsatz kommen, welche die entsprechende Steifigkeit iterativ reduzieren bis der Anstrengungswert der geschädigten Schicht auf dem Wert 1 festgehalten wird. Nach [Puc96] berechnet sich die Zwischenfaserbruchanstrengung im Modus B über

$$f_{e,B} = \frac{1}{R_{\perp\parallel}} \left(\sqrt{\tau_{\perp\parallel}^2 + (p_{\perp\parallel}^- \sigma_{\perp})^2} + p_{\perp\parallel}^- \sigma_{\perp} \right) \lesseqgtr 1 \quad (47)$$

mit der Neigung

$$p_{\perp\parallel}^- = - \left(\frac{d\tau_{\perp\parallel}}{d\sigma_{\perp}} \right)_{\sigma_{\perp}=0} . \quad (48)$$

der $\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel}$ -Zwischenfaserbruchkurve an der Stelle $\sigma_{\perp} = 0$ für den Kurvenverlauf bei Querkdruckspannungen ($\sigma_{\perp} < 0$). Die Neigungen der Bruchkurve sind werkstoffspezifisch und variieren für verschiedene Materialsysteme. Empfehlungen für die Neigungen finden sich z. B. in den Richtlinien zur Ermittlung der Neigungsparameter von Puck et al. [PKK02]. Für UD-GFK mit Epoxidharzmatrix liegen die Werte z. B. im Bereich von $p_{\perp\parallel}^+ \approx 0,15$ bis $0,45$ und $p_{\perp\parallel}^- \approx 0,1$ bis $0,3$ [Puc96]. Für CFK-EP liegen die Werte in der Regel leicht über den Werten für GFK, mit z. B. $p_{\perp\parallel}^+ \approx 0,35$ und $p_{\perp\parallel}^- \approx 0,3$ bis $0,35$ nach [PKK02]. Kleinere Neigungen bedeuten eine größere Fläche unter der Bruchkurvenfunktion und damit, bei gleichbleibender Beanspruchung, einen späteren Bruch im Vergleich zu Bruchkurven mit größeren Neigungen. Bezeichnend für den Bruchmodus B und die restfestigkeitsbasierte Modellierung ist, dass die Bruchkurve in diesem Bereich hauptsächlich von der Schubfestigkeit und der Neigung der Bruchkurve abhängig ist.

Im Druckbereich ist Gleichung (47) gültig für den Intervallbereich von

$$\sigma_{\perp} < 0 \text{ und } 0 \leq \left| \frac{\sigma_{\perp}}{\tau_{\perp\parallel}} \right| \leq \left| \frac{R_{\perp\perp}^A}{\tau_{\perp\parallel,c}} \right| \quad (49)$$

mit dem Bruchwiderstand einer faserparallelen Wirkebene gegen ihren Bruch infolge einer in ihr wirkenden $\tau_{\perp\perp}$ -Beanspruchung

$$R_{\perp\perp}^A = \frac{R_{\perp\parallel}}{2p_{\perp\parallel}^-} \left(\sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^- \frac{R_{\perp}^-}{R_{\perp\parallel}}} - 1 \right) \quad (50)$$

und der entsprechenden Schubspannung

$$\tau_{\perp\parallel,c} = R_{\perp\parallel} \sqrt{1 + 2p_{\perp\perp}^-} \quad (51)$$

bei $R_{\perp\perp}^A$. Die Koordinaten mit $\sigma_{\perp} = -R_{\perp\perp}^A$ und $\tau_{\perp\parallel} = \tau_{\perp\parallel,c}$ geben dann den Punkt auf der Zwischenfaserbruchkurve wieder, an welchem der Wechsel zwischen Modus B und Modus C stattfindet. Für höhere Querdruckspannungen wird die Zwischenfaserbruchanstrengung für Modus C nach [Puc96] über

$$f_{e,C} = \left[\left(\frac{\tau_{\perp\parallel}}{2(1 + p_{\perp\perp}^-) R_{\perp\parallel}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\perp}}{R_{\perp}^-} \right)^2 \right] \frac{R_{\perp}^-}{-\sigma_{\perp}} \lesseqgtr 1 \quad (52)$$

unter Verwendung der Querdruckfestigkeit R_{\perp}^- , der Schubfestigkeit $R_{\perp\parallel}$ und der Neigung

$$p_{\perp\perp}^- = p_{\perp\parallel}^- \frac{R_{\perp\perp}^A}{R_{\perp\parallel}} \quad (53)$$

der Bruchkurve an der Stelle $\sigma_n = 0$ für den Kurvenast im Bereich $\sigma_n < 0$ berechnet. Über die Gleichungen 45, 47 und 52 lässt sich dann die gesamte Zwischenfaserbruchkurve für zweiachsige Beanspruchungen in der Ebene beschreiben. In den Gleichungen haben faserparallele Spannungen σ_{\parallel} zunächst keine Auswirkung auf die Berechnung der Zwischenfaserbruchanstrengungen. In Wirklichkeit üben jedoch hohe Längszug- oder Längsdruckspannungen einen Einfluss auf die σ_{\perp} , $\tau_{\perp\parallel}$ -Bruchkurve aus. Der Einfluss der faserparallelen Spannungen kann z. B. über einen auf die Bruchfestigkeiten beaufschlagten Schwächungsfaktor η_w berücksichtigt werden, welcher den Bruchkörper mit zunehmender Längsspannung affin verkleinert [Sch07]. Die Höhe der Abminderung kann, wie in Abbildung 3.6 dargestellt, zum Beispiel nach Schürmann [Sch07] über eine Ellipsenfunktion

$$\left(\frac{f_E(Fb) - s}{a} \right)^2 + \left(\frac{\eta_w}{1} \right)^2 = 1 \text{ mit } a = \frac{1 - s}{\sqrt{1 - m^2}} \quad (54)$$

mit dem Bruchteil s , bei welchem der Schädigungseinfluss beginnt, und dem minimalen Restwert m von η_w gesteuert werden. Anhaltswerte für die Ellipsenparameter finden sich z. B. mit $s=0,5$ und $m=0,5$ entsprechend der VDI-Richtlinie 2014 [VDI06].

eine sogenannte biaxiale ξ -Wöhlerkurve verknüpft werden. Mit dieser ξ -Wöhlerkurve wird eine mehrachsige Reduzierung der Festigkeiten über die maximale Lastspielzahl für ein bestimmtes lokales Biaxialitätsverhältnis λ bzw. den Biaxialitätswinkel ξ zwischen Schub- und Querspannung (siehe auch Abbildung 3.5) angestrebt. Der Biaxialitätswinkel

$$\xi = \xi_A = \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{\perp\parallel, \max}}{\sigma_{\perp, \max}} \right) = \tan^{-1}(\lambda) \quad (56)$$

beschreibt den Winkel zwischen dem Lastvektor und der Abszisse der $\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel}$ -Bruchkurve entsprechend Abbildung 3.5. Das ξ -Bruchkurvenmodell basiert auf der Berechnung einer gemeinsamen maximalen Lastspielzahl für eine mehrachsige Beanspruchung, welche aufbauend auf dem Puck'schen Schadenskriterium berechnet wird. Im Anschluss wird die Reduzierung aller Zwischenfaserbruchfestigkeiten der Einzelschicht über diese gemeinsame Lastspielzahl gekoppelt.

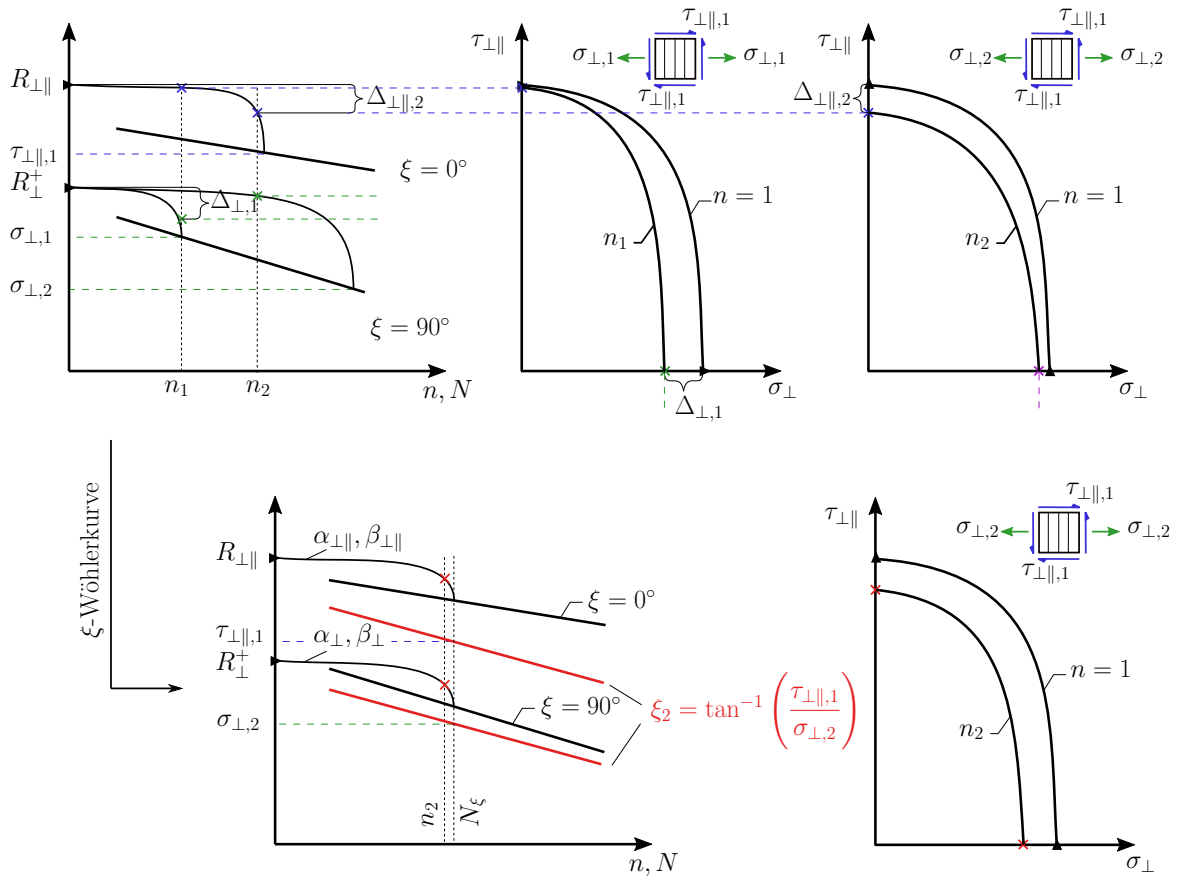


Abbildung 3.7: Oben: Reduzierung der Querkzug- und Schubfestigkeit über die jeweiligen Wöhlerkurven und Restfestigkeitsformulierungen. Unten: Kopplung der Restfestigkeitsreduzierung über eine gemeinsame biaxiale ξ -Wöhlerkurve.

ξ -Modell 1: ξ -Wöhlerkurve für Modus A

Gesucht wird die ξ -Wöhlerkurve im Bruchmodus A zur Berechnung der Bruchlastspielzahl $N_{\xi,A}$ bei einer kombinierten $\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel}$ -Beanspruchung mit dem Biaxialitätsverhältnis ξ .

$$N_{\xi,A} = C_{\perp\parallel,\xi,A} \cdot \tau_{\perp\parallel}^{-k_{\perp\parallel,\xi,A}} = C_{\perp,\xi,A} \cdot \sigma_{\perp}^{-k_{\perp,\xi,A}} \quad (57)$$

Dazu werden die quasi-statischen Festigkeiten in Gleichung (45) durch die entsprechenden Restfestigkeiten ersetzt und die Verknüpfung der Querkzug- und Schubspannung über Gleichung (56) eingesetzt. Dadurch ist die Zwischenfaserbruchanstrengung im Modus A für eine zyklische Beanspruchung mit der maximalen Schubspannung $\tau_{\perp\parallel,max}$ und dem Biaxialitätswinkel ξ (vgl. Abbildung 3.5)

$$f_{e,A} = \sqrt{\frac{\tau_{\perp\parallel,max}^2}{R_{\perp\parallel}^2(n)} + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{R_{\perp\parallel}^+(n)}{R_{\perp\parallel}(n)}\right)^2 \left(\frac{\tau_{\perp\parallel,max}}{R_{\perp\parallel}^+(n) \tan(\xi)}\right)^2} + p_{\perp\parallel}^+ \frac{\tau_{\perp\parallel,max}}{R_{\perp\parallel}(n) \tan(\xi)} \quad (58)$$

in Abhängigkeit der Lastspielzahl n ermittelbar⁴. Zur Berechnung einer maximalen Lastspielzahl N_{ξ} unter biaxialer Beanspruchung wird eine Wöhlerkurve für eine maximale Schubbeanspruchung bei einem bestimmtem Biaxialitätswinkel benötigt. Zur Berechnung dieser biaxialen ξ -Wöhlerkurve werden, bei Verwendung des Potenzgesetzes nach Basquin in Gleichung (10), zwei maximale ertragbare Schubbeanspruchungen für zwei Bruchlastspielzahlen $n = N_1$ und $n = N_2$ innerhalb des gültigen Zeitfestigkeitsbereichs berechnet. Dazu wird Gleichung (58) nach der maximalen Schubbeanspruchung umgestellt, so dass sich ein Polynom zweiten Grades mit der Lösung

$$\tau_{\perp\parallel,A,max}(N_1, N_2) = -\frac{a_{\perp\parallel,max}(N_1, N_2)}{2} + \sqrt{\frac{a_{\perp\parallel,max}^2(N_1, N_2)}{4} - b_{\perp\parallel,max}(N_1, N_2)} \quad (59)$$

ergibt. Hierbei berechnet sich das Verhältnis des linearen zum quadratischen Glied der allgemeinen Form der quadratischen Gleichung mit

$$a_{\perp\parallel,max}(N) = \frac{2p_{\perp\parallel}^+ R_{\perp\parallel} R_{\perp\parallel}^{+2}(N) \tan(\xi)}{R_{\perp\parallel}^{+2}(N) \tan^2(\xi) + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{R_{\perp\parallel}^+(N)}{R_{\perp\parallel}(N)}\right)^2 R_{\perp\parallel}^2(N) - p_{\perp\parallel}^+ R_{\perp\parallel}^{+2}(N)} \quad (60)$$

und das Verhältnis des konstanten zum quadratischen Glied der allgemeinen Form der

⁴An dieser Stelle sei hervorgehoben, dass die Notation mit kleinem n für progressive Lastspielzahlen und die Notation mit großem N für die Bruchlastspielzahl verwendet wird.

quadratischen Gleichung mit

$$b_{\perp\parallel,max}(N) = - \frac{R_{\perp\parallel}^2(N) R_{\perp}^{+2}(N) \tan^2(\xi)}{R_{\perp}^{+2}(N) \tan^2(\xi) + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{R_{\perp}^+(N)}{R_{\perp\parallel}(N)}\right)^2 R_{\perp\parallel}^2(N) - p_{\perp\parallel}^+ R_{\perp}^{+2}(N)}. \quad (61)$$

In Gleichung (60) und (61) werden für die Querkzug- und Schubfestigkeit jeweils die für eine bestimmte Bruchlastspielzahl N_1 und N_2 maximal zulässigen Bruchspannungen der Querkzugwöhlerkurve

$$R_{\perp}^+(N_1, N_2) = 10^{\frac{\log(C_{\perp}) - \log(N_1, N_2)}{k_{\perp}}} \quad (62)$$

und der Schubwöhlerkurve

$$R_{\perp\parallel}(N_1, N_2) = 10^{\frac{\log(C_{\perp\parallel}) - \log(N_1, N_2)}{k_{\perp\parallel}}} \quad (63)$$

verwendet. Hier wird der Ansatz von Basquin nach Gleichung (10) jeweils mit den für das entsprechende Spannungsverhältnis extrapolierten Lage- (C_{\perp} , $C_{\perp\parallel}$) und Neigungsparametern (k_{\perp} , $k_{\perp\parallel}$) der Querkzug- und Schubwöhlerkurve angewendet. Daraufhin können der Neigungsparameter

$$k_{\perp\parallel,\xi,A} = \frac{\log(N_1) - \log(N_2)}{\log(\tau_{\perp\parallel,A,max}(N_2)) - \log(\tau_{\perp\parallel,A,max}(N_1))} \quad (64)$$

und der Lageparameter

$$\log(C_{\perp\parallel,\xi,A}) = \log(N_1) + k_{\perp\parallel,\xi,A} \log(\tau_{\perp\parallel,max}(N_1)) \quad (65)$$

der biaxialen ξ -Wöhlerkurve mit den in Gleichung (59) berechneten maximalen Schubspannungen $\tau_{\perp\parallel,A,max}(N_1)$ und $\tau_{\perp\parallel,A,max}(N_2)$ berechnet werden. Die Querkzugparameter der ξ -Wöhlerkurve können entsprechend über die maximalen Schubspannungen mit der Umrechnung über Gleichung (56) berechnet werden. Analog wird dann der Neigungsparameter

$$k_{\perp,\xi,A} = \frac{\log(N_1) - \log(N_2)}{\log\left(\frac{\tau_{\perp\parallel,A,max}(N_2)}{\tan \xi}\right) - \log\left(\frac{\tau_{\perp\parallel,A,max}(N_1)}{\tan \xi}\right)} \quad (66)$$

und der Lageparameter

$$\log(C_{\perp,\xi,A}) = \log(N_1) + k_{\perp,\xi,A} \log\left(\frac{\tau_{\perp\parallel,max}(N_1)}{\tan \xi}\right) \quad (67)$$

für die Querkzug ξ -Wöhlerkurve berechnet. Für die ausschließliche Berechnung der Bruch-

lastspielzahl in Gleichung (57) genügen die Parameter einer der beiden Wöhlerkurven.

Gültigkeitsbereich 1

Die Formulierungen zur Berechnung der ξ -Wöhlerkurve für den Bruchmodus A sind gültig für:

$$0^\circ < \xi < 90^\circ$$

Für Beanspruchungen mit einem Biaxialitätswinkel von 0° oder 90° wird die Querzug- oder Schubwöhlerkurve direkt zur Bestimmung von $N_{\xi,A}$ verwendet.

ξ -Modell 2: ξ -Wöhlerkurve für Modus B

Gesucht wird die ξ -Wöhlerkurve im Bruchmodus B zur Berechnung der Bruchlastspielzahl $N_{\xi,B}$ unter einer kombinierten $\sigma_\perp, \tau_{\perp\parallel}$ -Beanspruchung mit dem Biaxialitätsverhältnis ξ .

$$N_{\xi,B} = C_{\perp\parallel,\xi,B} \cdot \tau_{\perp\parallel}^{-k_{\perp\parallel,\xi,B}} = C_{\perp,\xi,B} \cdot \sigma_\perp^{-k_{\perp,\xi,B}} \quad (68)$$

Analog zu der Vorgehensweise in Gleichung (58) - (57) werden die ξ -Wöhlerkurven für Beanspruchungen im Modus B aus dem Schadenskriterium nach Puck berechnet. Für die Zwischenfaserbruchanstrengung nach zyklischer Beanspruchung

$$f_{e,B} = \frac{1}{R_{\perp\parallel}(n)} \left(\sqrt{\tau_{\perp\parallel,max}^2 + \left(p_{\perp\parallel}^- \frac{\tau_{\perp\parallel,max}}{\tan \xi_B} \right)^2} + p_{\perp\parallel}^- \frac{\tau_{\perp\parallel,max}}{\tan \xi_B} \right) \leq 1 \quad (69)$$

wird die statische Festigkeit in Gleichung (47) durch die Restfestigkeit ersetzt und die Querzugspannung entsprechend durch die Schubspannung und das Biaxialitätsverhältnis im Bereich B

$$\xi_B = \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{\perp\parallel,max}}{\sigma_{\perp,max}} \right) = 180^\circ - \xi \quad (70)$$

ersetzt. Die maximale Schubspannung

$$\tau_{\perp\parallel,B,max}(N_1, N_2) = \frac{|\tan \xi_B|}{\sqrt{\tan^2 \xi + p_{\perp\parallel}^- - p_{\perp\parallel}}} 10^{(\log(C_{\perp\parallel}) - \log(N_1, N_2)) k_{\perp\parallel}^{-1}} \quad (71)$$

berechnet sich dann ausschließlich über die degradierte Schubrestfestigkeit und den Neigungsparameter im Bereich B. Lage- und Neigungsparameter der ξ -Wöhlerkurve für den Bereich B werden analog zu den Gleichungen (64) - (67) berechnet und für die Berechnung der Bruchlastspielzahl $N_{\xi,B}$ in Gleichung (68) verwendet.

Gültigkeitsbereich 2

Die Formulierungen zur Berechnung der ξ -Wöhlerkurve für den Bruchmodus B sind gültig für:

$$\tan^{-1} \left(\frac{\tau_{\perp\parallel c}}{R_{\perp\perp}^A} \right) < \xi_B < 90^\circ, \text{ bzw.: } 90^\circ < \xi < 90^\circ + \tan^{-1} \left(\frac{R_{\perp\perp}^A}{\tau_{\perp\parallel c}} \right)$$

Für eine Beanspruchung mit einem Biaxialitätswinkel von 90° wird die Schubwöhlerkurve direkt zur Bestimmung von $N_{\xi,B}$ verwendet.

 ξ -Modell 3: ξ -Wöhlerkurve für Modus C

Gesucht wird die ξ -Wöhlerkurve im Bruchmodus C zur Berechnung der Bruchlastspielzahl $N_{\xi,C}$ unter einer kombinierten σ_{\perp} - $\tau_{\perp\parallel}$ -Beanspruchung mit dem Biaxialitätsverhältnis ξ .

$$N_{\xi,C} = C_{\perp\parallel,\xi,C} \cdot \tau_{\perp\parallel}^{-k_{\perp\parallel,\xi,C}} = C_{\perp,\xi,C} \cdot \sigma_{\perp}^{-k_{\perp,\xi,C}} \quad (72)$$

Innerhalb des Berechnungsmodells wird zwar für einen Bruch im Modus C die Berechnung abgebrochen (vgl. Abbildung 3.1), dennoch können vor allem innerhalb der nicht-proportionalen Beanspruchung mit variablen Amplituden Beanspruchungen im Bereich C auftreten. Diese werden auch in der Berechnung berücksichtigt, solange sie nur auf einem Bruchteil der Querdruckfestigkeit und damit kein Versagen auf Bruchmodus C stattfindet. Für die Zwischenfaserbruchanstrengung nach zyklischer Beanspruchung

$$f_{e,C} = \left[\left(\frac{\tau_{\perp\parallel}}{2(1+p_{\perp\perp}) R_{\perp\parallel}(n)} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{\perp\parallel}}{R_{\perp}(n) \tan \xi_C} \right)^2 \right] \frac{R_{\perp}^-(n) \tan \xi_C}{-\tau_{\perp\parallel}} \stackrel{\leq}{\geq} 1 \quad (73)$$

werden wiederum die statischen Festigkeiten in Gleichung (52) durch die jeweiligen Restfestigkeiten und die Querkzugspannung durch die Schubspannung und das Biaxialitätsverhältnis

$$\xi_C = \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{\perp\parallel,max}}{\sigma_{\perp,max}} \right) = 180^\circ - \xi \quad (74)$$

ersetzt. Die maximale Schubspannung

$$\tau_{\perp\parallel,C,max}(N_1, N_2) = R_{\perp}^-(N_1, N_2) \tan \xi_C \left(\frac{-R_{\perp}^-(N_1, N_2) \tan^2 \xi_C}{2(1+p_{\perp\perp}) R_{\perp\parallel}^2(N_1, N_2)} - 1 \right)^{-1} \quad (75)$$

wird nach Umstellung der Gleichung (73) analog zur vorherigen Vorgehensweise mit der

Druckrestfestigkeit

$$R_{\perp}^{-}(N_1, N_2) = 10^{\left(\frac{\log(C_{\perp}) - \log(N_1, N_2)}{k_{\perp}} \right)} \quad (76)$$

bei N_1 bzw. N_2 mit der Lage C_{\perp} und Neigung k_{\perp} der Querdruckwöhlerkurve berechnet. Die Schubfestigkeit wird wie für Modus A und B entsprechend Gleichung (63) berechnet. Die Lage- und Neigungsparameter der ξ -Wöhlerkurve für Bereich C sind wiederum durch die Gleichungen (64) - (67) zu bestimmen und für die Berechnung der Bruchlastspielzahl $N_{\xi,C}$ in Gleichung (72) zu verwenden.

Gültigkeitsbereich 3

Die Formulierungen zur Berechnung der ξ -Wöhlerkurve für den Bruchmodus C sind gültig für:

$$0^{\circ} < \xi_C < \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{\perp\parallel c}}{R_{\perp\perp}^A} \right), \text{ bzw.: } 90^{\circ} + \tan^{-1} \left(\frac{R_{\perp\perp}^A}{\tau_{\perp\parallel c}} \right) < \xi < 180^{\circ}$$

Für eine Beanspruchung mit einem Biaxialitätswinkel von 180° wird die Querdruckwöhlerkurve direkt zur Bestimmung von $N_{\xi,C}$ verwendet.

3.1.3.3 Mehrachsige Restfestigkeitsreduzierung

An die Berechnung der Bruchlastspielzahlen schließt sich die tatsächliche Reduzierung der Schichtfestigkeiten auf Basis der vorliegenden Beanspruchungssituation an. Hierzu werden die Restfestigkeitsformulierungen in eine lastspiel- und schichtenweise Formulierung übertragen und mit zusätzlichen Veränderungen für die mehrachsige Degradation versehen. Zur Berücksichtigung variabler Amplituden wird der Ansatz so formuliert, dass sich ein Übergang auf andere Restfestigkeitsverläufe basierend auf der normierten Lastspielzahl ergibt. Dafür wird ein schädigungsequivalenter Wechsel zwischen den Restfestigkeitsverläufen entsprechend Abbildung 3.8 verwendet. Erste Untersuchungen an einachsigen variablen Amplituden zeigen gute Ergebnisse im Vergleich mit experimentellen Daten an GFK-Verbunden [Möl+18a]. Aufgrund der geringen Längsspannungen der betrachteten außerachsig beanspruchten Verbunde kann die Längszug- und Längsdruckfestigkeit im ersten Schritt ohne Kopplung mit den drei matrixdominierten Festigkeiten separat reduziert werden.

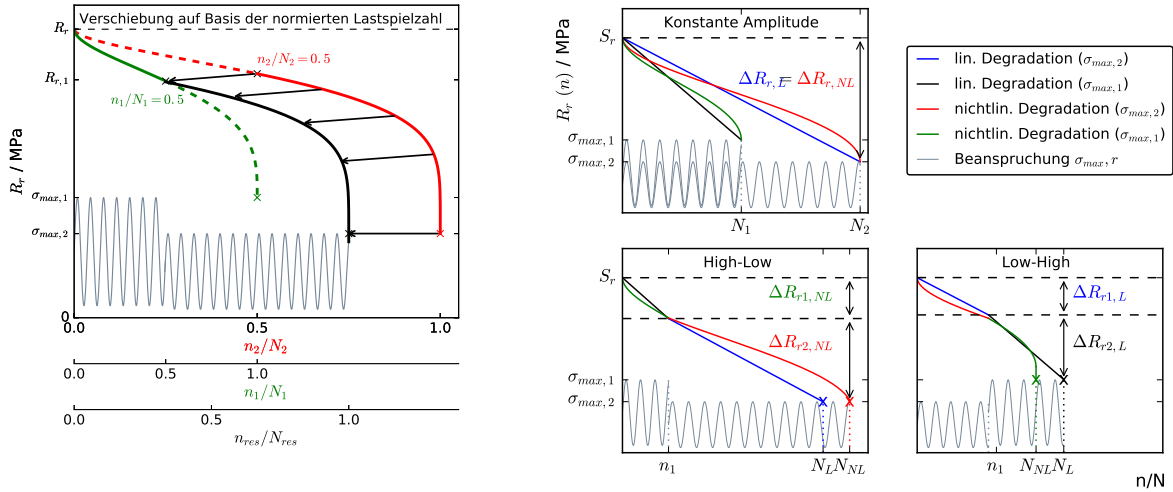


Abbildung 3.8: Übergang zwischen den Restfestigkeitsverläufen für variable Beanspruchungen innerhalb des iterativen Berechnungsmodells auf Basis der normierten Lastspielzahl nach [Möl⁺18a].

Die Restfestigkeiten jeder Schicht k im aktuellen Lastschritt i

$$\underbrace{\begin{pmatrix} R_{\parallel}^{+}(n) \\ R_{\parallel}^{-}(n) \\ R_{\perp}^{+}(n) \\ R_{\perp}^{-}(n) \\ R_{\perp\parallel}(n) \end{pmatrix}}_{R_{k,i}} = \underbrace{\begin{pmatrix} R_{\parallel}^{+}(n) \\ R_{\parallel}^{-}(n) \\ R_{\perp}^{+}(n) \\ R_{\perp}^{-}(n) \\ R_{\perp\parallel}(n) \end{pmatrix}}_{R_{k,i-1}} - \left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta R_{\parallel}^{+}(n) \\ \Delta R_{\parallel}^{-}(n) \\ \Delta R_{\perp}^{+}(n) \\ \Delta R_{\perp}^{-}(n) \\ \Delta R_{\perp\parallel}(n) \end{pmatrix}}_{\Delta R_{k,i}} - \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta R_{\parallel}^{+}(n) \\ \Delta R_{\parallel}^{-}(n) \\ \Delta R_{\perp}^{+}(n) \\ \Delta R_{\perp}^{-}(n) \\ \Delta R_{\perp\parallel}(n) \end{pmatrix}}_{\Delta R_{k,i-1}} \right\} \quad (77)$$

werden mit dem Festigkeitswerte $R_{k,i-1}$ des letzten Lastspiels und der Änderung $\Delta R_{k,i} - \Delta R_{k,i-1}$ auf dem Restfestigkeitspfad auf Basis der aktuellen Beanspruchungen berechnet. Die Längszug- und Längsdruckfestigkeit

$$\begin{pmatrix} R_{\parallel}^{+}(n) \\ R_{\parallel}^{-}(n) \end{pmatrix}_{k,i} = \begin{pmatrix} R_{\parallel}^{+}(n) \\ R_{\parallel}^{-}(n) \end{pmatrix}_{k,i-1} - \sigma_{\parallel,max} \cdot \left(1 - \left(\frac{n_i}{N_{\parallel}} \right)^{\alpha} \right)^{\beta} \quad (78)$$

werden über die maximale Lastspielzahl N_{\parallel} für die aktuelle Längsspannung $\sigma_{\parallel,max}$ mit den Restfestigkeitsparametern $\alpha_{\parallel}^{+}, \beta_{\parallel}^{+}$ für die Längszugfestigkeit und $\alpha_{\parallel}^{-}, \beta_{\parallel}^{-}$ für die Längsdruckfestigkeit sowohl für den Lastschritt i als auch für den Lastschritt $i - 1$ berechnet. Die Querkzug-, Querdruck- und Schubfestigkeit

$$\begin{pmatrix} \Delta R_{\perp}^{+}(n) \\ \Delta R_{\perp}^{-}(n) \\ \Delta R_{\perp\parallel}(n) \end{pmatrix}_{k,i} = \begin{pmatrix} R_{\perp}^{+}(n) \\ R_{\perp}^{-}(n) \\ R_{\perp\parallel}(n) \end{pmatrix}_{k,i-1} - \begin{pmatrix} \sigma_{\perp,f,\xi} \\ \sigma_{\perp,f,\xi,eq} \\ \tau_{\perp\parallel,f,\xi} \end{pmatrix} \cdot \left(1 - \left(\frac{n_i}{N_{\xi,i}} \right)^{\alpha} \right)^{\beta} \quad (79)$$

sind jeweils über die biaxiale Bruchlastspielzahl N_ξ und die entsprechend Restfestigkeitsparameter $\alpha_\perp^+, \beta_\perp^+$ für die Querkzugfestigkeit, $\alpha_\perp^-, \beta_\perp^-$ für die Querkdruckfestigkeit und $\alpha_{\perp\parallel}, \beta_{\perp\parallel}$ für die Schubfestigkeit zu berechnen. Für einachsige Beanspruchungen muss die Restfestigkeit im letzten Lastschritt nach Gleichung (55) der maximalen Spannung des Lastspiels entsprechen, um die Bruchbedingung zu erfüllen. Wie in Abbildung 3.9 dargestellt würde eine Reduzierung auf die jeweiligen Spannungen die Bruchbedingung für die mehrachsige Beanspruchung nicht erfüllen.

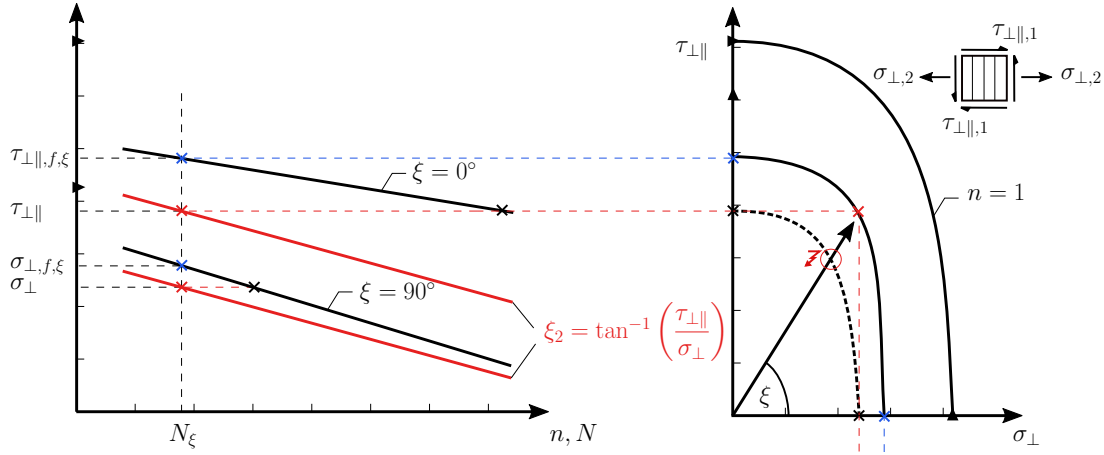


Abbildung 3.9: Anpassung der Bruchbedingung der Restfestigkeitsfunktionen unter Verwendung der Festigkeitswerte der einachsigen Wöhlerkurven bei der biaxialen Bruchlastspielzahl N_ξ .

Aus diesem Grund werden die Restwerte

$$\sigma_{\perp, f, \xi} = 10^{\frac{\log C_\perp - \log N_\xi}{k_\perp}} \quad (80)$$

und

$$\tau_{\perp\parallel, f, \xi} = 10^{\frac{\log C_{\perp\parallel} - \log N_\xi}{k_{\perp\parallel}}} \quad (81)$$

aus den einachsigen Wöhlerkurven mit der biaxialen Bruchlastspielzahl N_ξ berechnet. Da für die Reduzierung der Druckrestfestigkeit unter Querkzugbeanspruchungen nur wenige Informationen vorliegen, wird der Restwert der Druckfestigkeit

$$\sigma_{\perp, f, \xi, eq} = \sigma_{\perp, f, \xi} \frac{R_{\perp, st}^-}{R_{\perp, st}^+} \quad (82)$$

äquivalent über die Änderung der Querkzugfestigkeit berechnet. Diese Vorgehensweise stellt aufgrund der Riss schließenden Wirkung unter Druckspannungen eine konservative Methode im Druckbereich dar. Abbildung 3.10 stellt die Konstruktion der Bruchkurve ausgehend von den Wöhlerkurven und Restfestigkeiten ganzheitlich dar.

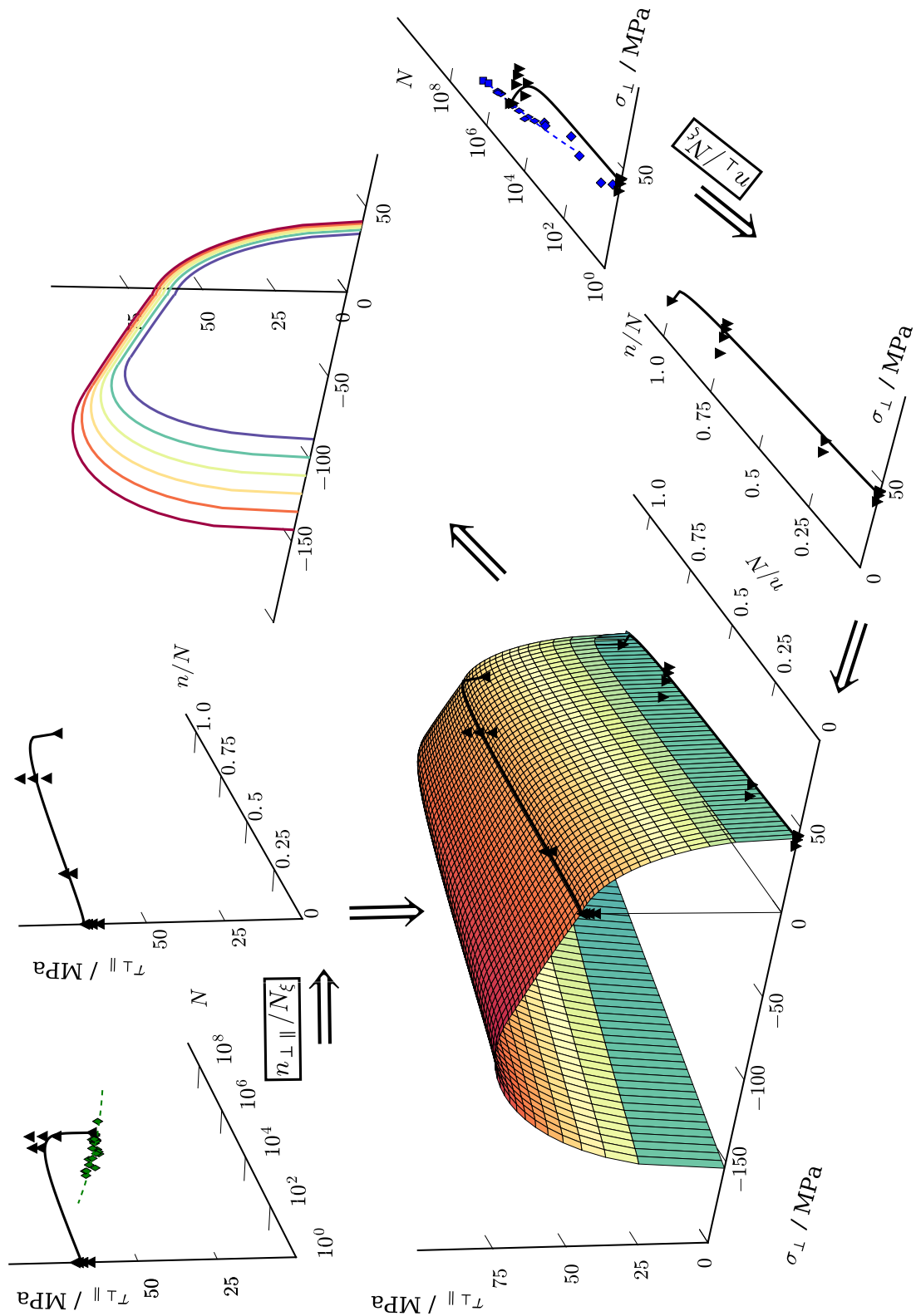


Abbildung 3.10: Anschauung der Bruchkurvenmodellierung über die biaxiale Bruchlastspielzahl auf Basis der Wöhlerkurven und Restfestigkeitsverläufe der Quer- und Schubspannungen.

Über die Wöhlerkurven- und Mittelspannungsmodelle werden somit die nichtproportionalen Beanspruchungen und über die Restfestigkeitsformulierungen die verschiedenen Spannungsniveaus mit ihren maximalen Spannungen berücksichtigt.

3.1.3.4 Neigungsparameter

In den Gleichungen (58), (69) und (73) sind die Neigungsparameter der Bruchkurve nicht als Funktion der Lastspielzahl dargestellt. Im ersten Schritt wird also davon ausgegangen, dass die in den statischen Versuchen ermittelten Neigungen $p_{\perp\parallel}^+$ und $p_{\perp\parallel}^-$ der Zwischenfaserbruchkurve im Laufe der Ermüdungsbeanspruchung konstant bleiben. Da homothetische Funktionen unter anderem die wichtige Eigenschaft aufweisen, dass die Steigung der Isoquanten längs einer beliebigen Ursprungsgeraden konstant bleibt, wird im Folgenden diese Herangehensweise zur Konstruktion der Lebensdauerbruchkurve als homothetisches Bruchkurvenmodell bezeichnet. Hierbei handelt es sich bei allen Ursprungsgeraden in der $\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel}$ -Ebene um Linien mit konstantem Biaxialitätsverhältnis λ entsprechend Abbildung 3.11 nach [Möl⁺20]. Ein vollständig homothetisches „Schrumpfen“ der Bruchkurve, bei welchem die Steigung der Bruchkurven bei allen Biaxialitätsverhältnissen konstant bleibt, findet allerdings für das oben beschriebene restfestigkeitsbasierte Bruchkurvenmodell nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen statt. Dafür müssen die Neigungsparameter $p_{\perp\parallel}^+$ und $p_{\perp\parallel}^-$ der Bruchkurve konstant bleiben und die auf die jeweilige statische Festigkeit normierte Querfestigkeit $R_{\perp}^+(n)/R_{\perp,st}^+$ und Schubfestigkeit $R_{\perp\parallel}(n)/R_{\perp\parallel,st}$ gleichermaßen reduziert werden. Da das Modell besonders auf die Übertragung des Materialverhaltens der einachsigen Beanspruchungen auf die kombinierten mehrachsigen Beanspruchungen

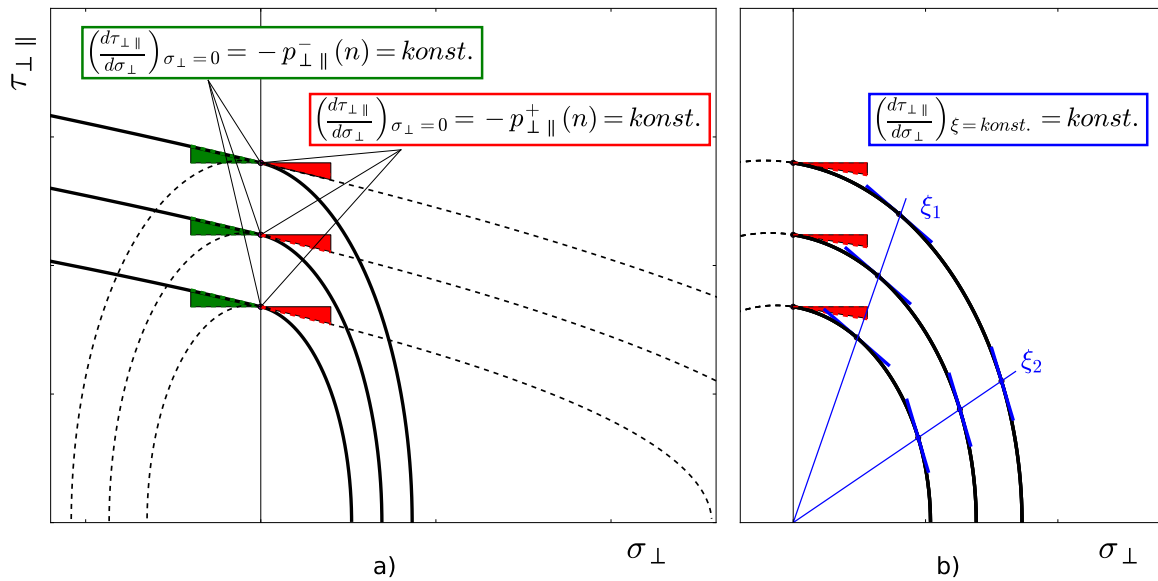


Abbildung 3.11: Bruchkurvenmodellierung für ZFB-Modus A und B. Links: Auf die Neigungsparameter der Bruchkurve bezogenes homothetisches Bruchkurvenmodell. Rechts: Vollständig homothetisches Schrumpfen der Bruchkurve nach [Möl⁺20].

beruht und das unterschiedliche Restfestigkeitsverhalten im Fokus steht, werden die erhaltenen Bruchkurven nur in seltenen Zufällen vollständig homothetisch sein. Bei allgemeinen Restfestigkeitsverläufen der Querkzug- und Schubfestigkeit variieren die Isoquanten bei konstantem Biaxialitätsverhältnis. Im allgemeinen Fall bleiben dann nur die Neigungsparameter $p_{\perp\parallel}^+$ und $p_{\perp\parallel}^-$ bei $\xi = 90^\circ$ für $\sigma_{\perp} \geq 0$ und für $\sigma_{\perp} < 0$ konstant. Im Folgenden wird daher als Unterbegriff der vollständigen Homothetie die Bruchkurve bei konstanten Puck'schen Neigungsparametern als teilweise homothetisches Bruchkurvenmodell bezeichnet. Zwar liegt der Gedanke nahe, dass auch die Neigungsparameter der Bruchkurve in Folge von zyklischen Beanspruchungen variieren, doch kann dazu aufgrund der umfassenden nötigen experimentellen Untersuchungen derzeit noch keine definitive Aussage getroffen werden. Innerhalb dieser Arbeit wird daher bei der Validierung des Bruchkurvenmodells in Kapitel 5 zusätzlich eine genaue Analyse der Sensitivität der Neigungsparameter auf die Lebensdauerprognosen innerhalb des progressiven Modells durchgeführt, um den Einfluss der Annahme konstanter Neigungsparameter zu identifizieren.

3.1.4 Bruch- und Degradationsanalyse

Innerhalb der Bruchanalyse werden die Anstrengungswerte jeder Schicht mit dem Schadenskriterium nach Puck entsprechend den Gleichungen (44), (45), (47) und (52) für die intralaminaren Faser- und Matrixschädigungen auf Basis der modellierten Bruchkurve berechnet. Auf die Berechnungen der Anstrengungswerte (Bruchanalyse) folgt im Falle einer Schädigung, d. h. für Anstrengungswerte > 1 , die Degradationsanalyse der Schicht. Abbildung 3.12 stellt dar, wie die im Verbund eingebettete Einzelschicht einer Überanstrengung ausgesetzt sein kann. Während die Einzelschicht für Anstrengungswerte von $f_e = 1$ bricht, besitzt die eingebettete Einzelschicht innerhalb des Verbunds („in-situ“) eine Resttragfähigkeit, die weiterhin eine gewisse Beanspruchung der Schicht zulässt. Um den Spannungs-Verzerrungsverlauf eines mehrschichtigen Verbundes ganzheitlich bis zum Versagen abbilden zu können, muss die Steifigkeitsänderung des Verbundes aufgrund von Zwischenfaserbrüchen einzelner Schichten und die daraus resultierende Spannungsumlagerung innerhalb des Verbundes beschrieben werden. Spannungsumlagerung bedeutet, dass bei Steifigkeitsänderung die Spannungen teilweise von den unverändert steifen benachbarten Schichten aufgenommen werden. Die Reststeifigkeit wird im Allgemeinen über eine Reduzierung der Grund-Elastizitätsgrößen vorgenommen. Im Folgenden wird die Reduzierung der Materialkennwerte bei Überanstrengung der Schicht über die Abminderungsfunktion $\eta = f(f_e)$ nach Knops [Kno03] vollzogen. Die Funktionen sind für Steifigkeitsverläufe bei progressiven statischen Beanspruchungen (PFA) vorgesehen, können aber aufgrund der direkten Formulierung in Abhängigkeit der Anstrengung auch auf zyklische Beanspruchungen angewendet werden [AH10].

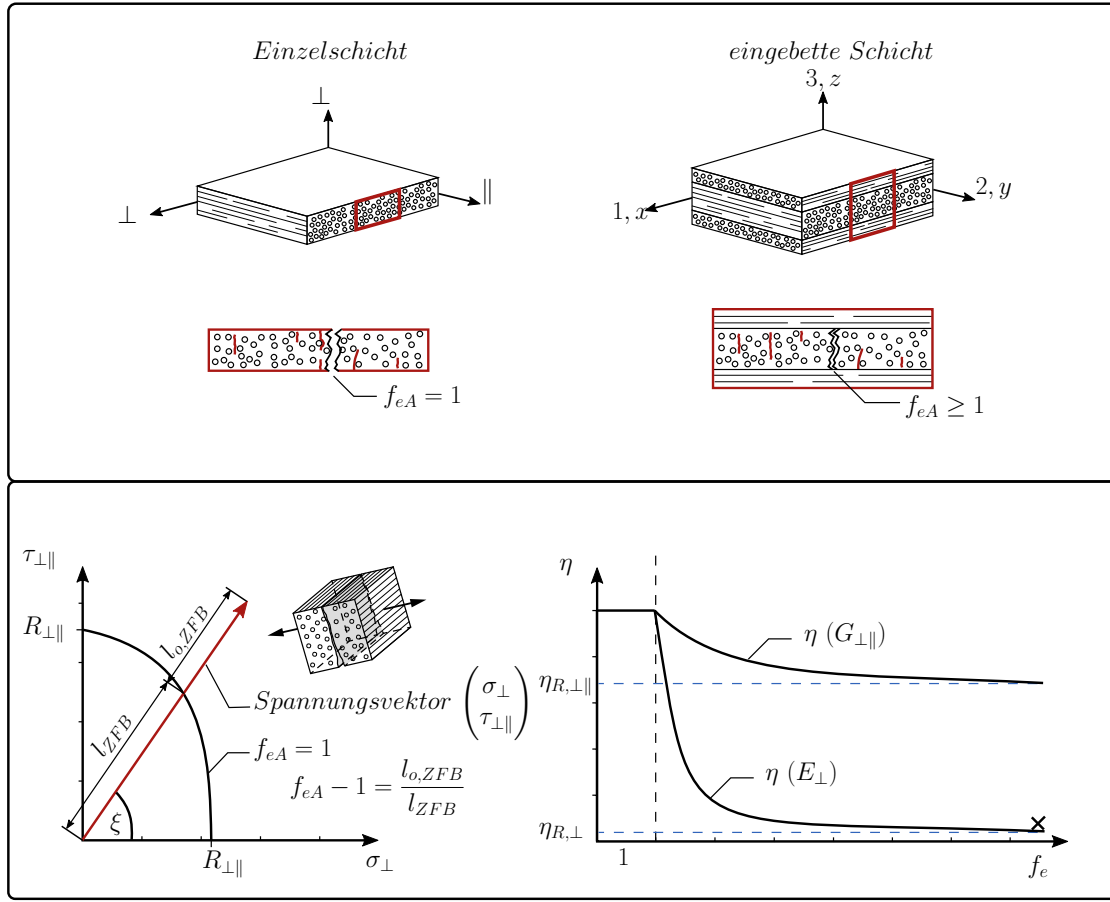


Abbildung 3.12: Oben: Verhalten der eingebetteten Einzelschicht. Unten: Darstellung der Überanstrengung der eingebetteten Schicht und Abminderungsfunktionen für die Elastizitätsgrößen E_{\perp} und $G_{\perp\parallel}$ in Anlehnung an [Sch07].

Die Verläufe der Abminderungsfaktoren für die Querkzugabminderung

$$\eta_{\perp}(n) = \frac{1 - \eta_{r,\perp}}{1 + c_{\perp}(f_{e,IFF}(n) - 1)^{\xi_{\perp}}} + \eta_{r,\perp} \quad (83)$$

und Schubabminderung

$$\eta_{\perp\parallel}(n) = \frac{1 - \eta_{r,\perp\parallel}}{1 + c_{\perp\parallel}(f_{e,IFF}(n) - 1)^{\xi_{\perp\parallel}}} + \eta_{r,\perp\parallel} \quad (84)$$

sind unterschiedlich. Die Degradation beruht immer auf der Höhe des Anstrengungswertes $f_{e,IFF}$ und den drei Materialparametern η_r , c und ξ . Da die Rissdichte der Schicht unter schwingender Beanspruchung mit fortlaufenden Lastspielen wächst bis eine gewisse Rissättigung eintritt, nähern sich die Grundelastizitätsgrößen dem Restwert n_r langsam an. Die Materialparameter sollten für jede Materialkombination experimentell ermittelt werden. Weiterhin könnte nach Schürmann [Sch07] davon ausgegangen werden, dass die Materialparameter für jeden Bruchmodus A, B und C unterschiedlich sind, es genügt je-

doch als Näherung eine Fallunterscheidung zwischen Querdruck und Querkzugspannungen. Erste Werte nach Knops für GFK und CFK mit EP-Matrix sind in Tabelle 3.1 angegeben. Im Folgenden werden daher zunächst alle Materialparameter ($\eta_{r,\perp A} = \eta_{r,\perp B} = \eta_{r,\perp C}$ und $\eta_{r,\perp\parallel A} = \eta_{r,\perp\parallel B} = \eta_{r,\perp\parallel C}$) für die Bruchmodi A,B und C als identisch angenommen. Die Elastizitätswerte und folglich auch die Querkontraktionszahlen der Schicht

$$\begin{bmatrix} E_{\perp}(n) \\ G_{\perp\parallel}(n) \\ \nu_{\perp\parallel} \\ \nu_{\parallel\perp}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_{\perp}(n) \cdot E_{\perp,st} \\ \eta_{\perp\parallel}(n) \cdot G_{\perp\parallel,st} \\ const. \\ \nu_{\perp\parallel} \cdot (E_{\perp}(n)/E_{\parallel}(n)) \end{bmatrix} \quad (85)$$

werden über die Abminderungsfunktionen reduziert. Eine Abminderung der großen Querkontraktionszahl für quasi-statische Beanspruchungen ist nicht vorgesehen [Kno03] und wird auch für zyklische Beanspruchungen als nicht notwendig erachtet [AH10]. Daher ergibt sich die kleine Querkontraktionszahl ausschließlich über die Restwerte des Faserlängs- und Faserquermoduls. Da durch ZFB der Quermodul deutlich stärker reduziert wird als der Längsmodul wird die kleine Querkontraktionszahl der Schicht mit zunehmenden Lastspielen nach Gleichung (85) stets abnehmen. Die Degradation der Faserlängssteifigkeit wird über ein zweiparametriges Modell ähnlich des Restfestigkeitsmodells durchgeführt. Der generelle Unterschied ist, dass die Abminderungsfunktion an dieser Stelle auf der vorliegenden Anstrengung in Faserrichtung an Stelle der ertragenden Lastspielzahl beruht. Dafür wird der Faserlängsmodul

$$E_{\parallel,k,i} = E_{\parallel,k,i-1} - \left\{ \Delta E_{\parallel,k,i} - \Delta E_{\parallel,k,i-1} \right\} \quad (86)$$

der Schicht k im aktuellen Lastspiel i über die Änderung

$$\Delta E_{\parallel,k,i} = E_{\parallel,st} - E_{\parallel,f} \cdot [(1 - (f_{e,i})^{\gamma})^{\chi} - (1 - (f_{e,i+1})^{\gamma})^{\chi}] \quad (87)$$

mit den Materialparametern $\gamma = 10$ und $\chi = 0,1$ für eine leichte Degradierung der Steifigkeit auf den Restwert $E_{\parallel,f} = 0,8$ bei hohen Anstrengungswerten berechnet.

	CFK		GFK	
Parameter	E_{\perp}	$G_{\perp\parallel}$	E_{\perp}	$G_{\perp\parallel}$
c	5,34	0,95	5,34	0,7
n_r	0,03	0,67	0,03	0,25
ξ	1,31	1,17	1,31	1,5

Tabelle 3.1: Materialkennwerte für die Abminderungsfunktion für GFK und CFK nach Knops [Kno03].

3.2 Finite-Elemente-Methode und User-Material Subroutine

Zur Berechnung der gesamten faserverstärkten Struktur ist der Programmablauf des Berechnungsmodells (Kapitel 3.1.1 - 3.1.4) in Form von zwei in FORTRAN programmierten Anwender-Subroutinen für die numerische Berechnungen mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) umgesetzt. Die Subroutinen greifen an verschiedenen Stellen des in Abbildung 3.13 gezeigten Programmablaufs der impliziten Berechnungen innerhalb der Software ABAQUS an.

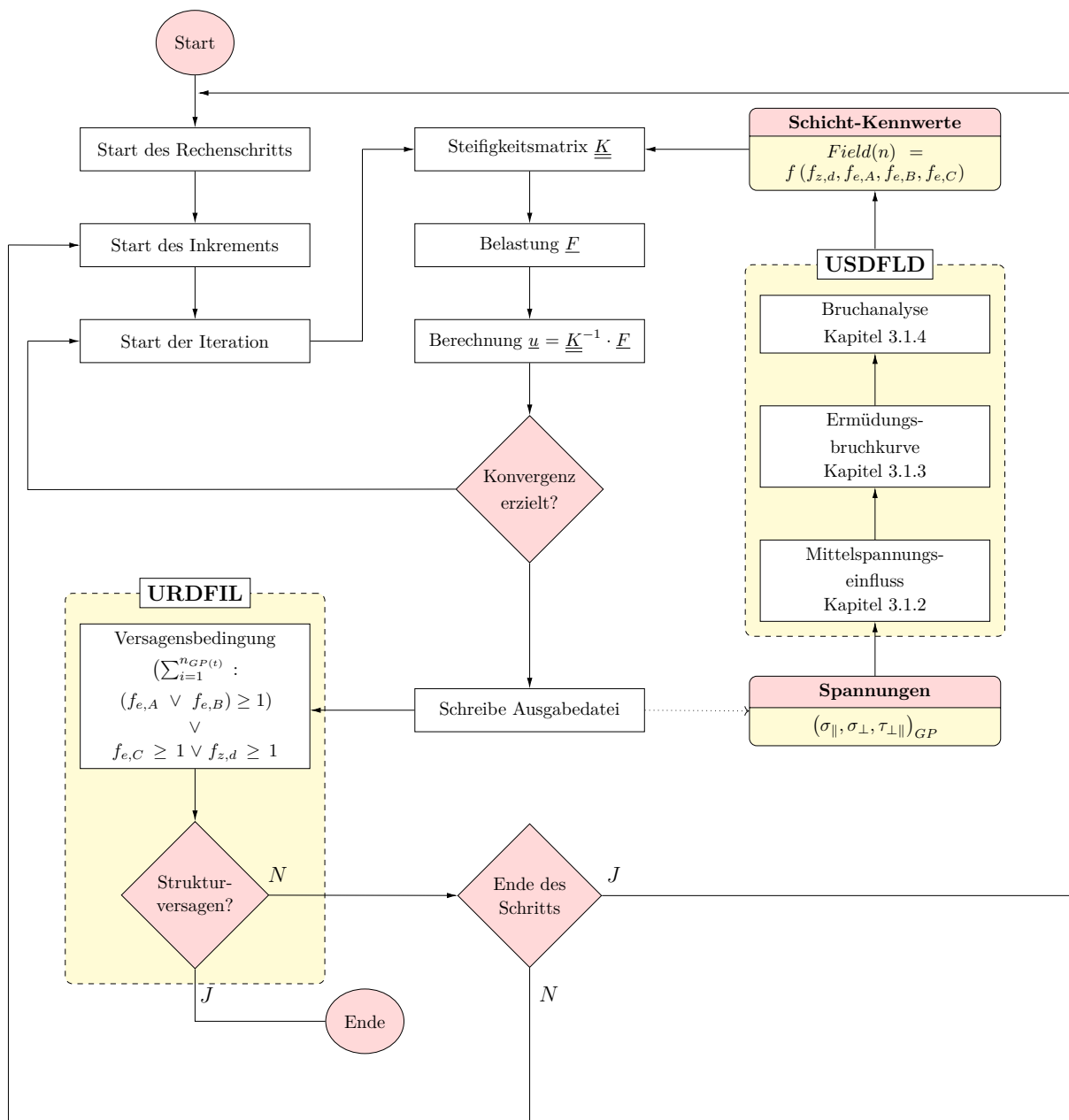


Abbildung 3.13: Programmablauf der wiederholten statisch impliziten Berechnungsschritte und Implementierung der Subroutinen zur Schadensakkumulation.

Die Spannungsanalyse wird dabei von dem FEM-Solver übernommen. Der Programmablauf (vgl. Abbildung A.3 in Anhang A.3) ist dabei in Form des Mittelspannungseinflusses, der Bruchkurvenmodellierung, der Bruch- und der Degradationsanalyse in dem gelb hinterlegten Feld der USDFLD und in Form der Überprüfung der Versagensbedingungen in dem gelb hinterlegten Feld der URDFIL zu finden. Für die Umsetzung des Berechnungsmodells kommt die Grundstruktur einer sogenannten „User-Defined Field“-Subroutine (USDFLD) zu tragen. Die Basis der USDFLD gestattet der Subroutine einen Eingriff in die Berechnung der Steifigkeitsmatrix. Im Zuge der Berechnung werden aufgrund der vorliegenden Beanspruchungs- und Anstrengungssituation sogenannte Feldvariablen definiert, welche im nächsten Berechnungsschritt einen Einfluss auf die Grundelastizitätsgrößen der Materialeigenschaften nehmen. Den Feldvariablen können die verschiedensten Funktionen zugrunde liegen. So stehen die Materialeigenschaften des aktuellen Lastspiels als direkte Funktion der Anstrengungswerte des letzten Lastspiels in Form der übermittelten Feldvariablen zur Verfügung. Da die numerische Berechnung über jeden Gaußpunkt der Struktur stattfindet, wird über eine zweite Subroutine der Zustand jedes zu einem Element gehörigen Gaußpunktes zur Überprüfung des lokalen Versagens des Verbundes überprüft. Die sogenannte „User-Read-File“-Subroutine (URDFIL) erlaubt einen Eingriff in die Software kurz vor dem Ende des jeweiligen Rechenschritts und kann auf die in der Ausgabedatei erzeugten Daten zugreifen. Die Subroutine überprüft also alle elementzugehörigen Integrationspunkte über die Schichtdicke auf ihre Anstrengungswerte nach dem aktuellen Lastspiel und bricht bei Versagen jeder Schicht in Folge eines beliebigen Bruchmodus die Simulation ab. Der elementweise Aufbau der Struktur ist für eine dünnwandige Struktur am Beispiel einer Schalenmodellierung in Abbildung 3.14 dargestellt. Aufgrund des iterativen Aufbaus des Berechnungsmodells bietet sich eine wiederholte

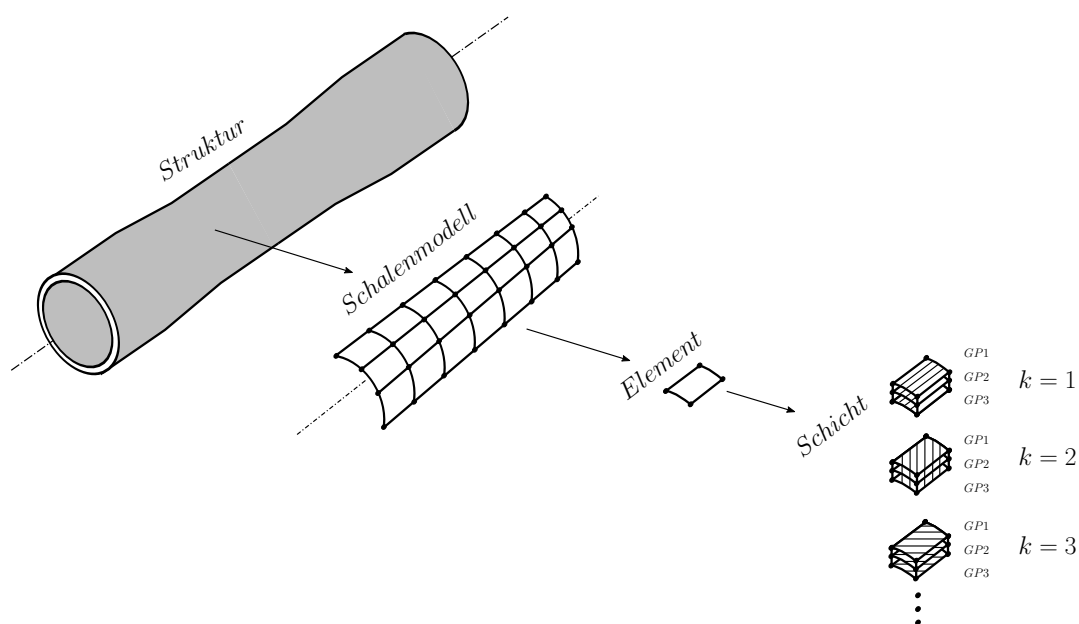


Abbildung 3.14: Aufbau der dünnwandigen Struktur innerhalb des FEM-Modells.

Analyse statisch impliziter Berechnungsschritte an. Auf den Informationen des aktuellen Schritts aufbauend wird innerhalb der impliziten Berechnung in jedem Schritt nach dem statischen Gleichgewicht gelöst. Je nach Anforderung kann der Berechnungscode problemlos in explizite Berechnungsverfahren integriert werden. Zur Simulation der Rohrstruktur werden rechteckige Schalenelemente mit vier Knoten (ABAQUS: Schalenelement „S4“) verwendet, welche für dünne Elementdicken den Ansätzen nach Kirchhoff entsprechen (Vgl. Abbildung 3.3 in Kapitel 3.1.1). Es werden für jede Schicht drei Integrationspunkte über die Schichtdicke (Oben, Mitte, Unten jeder Schicht) verwendet und alle Punkte innerhalb der URDFIL-Subroutine auf Versagen im Gesamtkontext überprüft. Generell können die Subroutinen jedoch auf jedes Schalenelement mit mehr oder weniger Knoten und auch für eine variierende Anzahl an Integrationspunkten über die Schichtdicke angepasst werden. Aufgrund des Umfangs der Subroutinen ist im Anhang A.4 ausschließlich das Kernprogramm der FEM-Subroutine ohne detaillierte Unterfunktionen der einzelnen, in Kapitel 3.1.1 - 3.1.4 beschriebenen Submodelle zur übersichtlichen Darstellung und zum besseren Verständnis der Rechenstruktur angehängt.

In diesem Kapitel werden die untersuchten Materialien und Materialprüfungen beschrieben und eine Übersicht des Versuchsprogramms zur Validierung des Bruchkurvenmodells gegeben.

4.1 Prüfkörper und Materialkombination

Für die Materialprüfung an Prüfkörpern stehen bei FKV verschiedenste Prüfmethoden und Prüfkörpergeometrien zur Verfügung. Für experimentelle Untersuchungen zur $\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel}$ -Bruchkurve sind insbesondere Materialprüfungen wichtig, die sowohl die Prüfung des jeweils reinen und gleichförmig verteilten Querkzug- und Schubspannungszustands als auch beliebige Kombinationen der Spannungen in Form von reinen zweiachsigen Spannungszuständen ermöglichen. Der Querelastizitätsmodul und die Querkzugfestigkeit lassen sich sowohl in Prüfungen an unidirektionalen Flachprüfkörpern als auch an radial gewickelten Rohrprüfkörpern hervorragend bestimmen. Während bei Flachprüfkörpern der Randeffekt durch die Konfektionierung der Proben eine Rolle spielt, sind Rohrprüfkörper ohne Nachbearbeitung prüfbar. Die Prüfung der reinen intralaminaren Schubbeanspruchung in der Ebene stellt mit den üblichen Prüfverfahren jedoch eine größere Herausforderung dar. Tabelle 4.1 zeigt einen Ausschnitt der verschiedenen Prüfmethoden zur Schubprüfung. Da die Prüfung von Flachprüfkörpern im Kunststoffbereich üblich ist und die benötigten Einspannsysteme gebräuchlich und verbreitet sind, ist die einachsige Prüfung von ausgeglichenen $\pm 45^\circ$ -Winkelverbunden im sogenannten $\pm 45^\circ$ -Zugversuch nach DIN EN ISO 14129 [DIN97] der verbreitetste Schubversuch von FKV. Flachprüfkörper sind auf Basis verschiedener Halbzeuge in einfachen Fertigungsverfahren schnell in größeren Mengen herstellbar. Während sich der Schubmodul erfahrungsgemäß gut im einachsigen Zugversuch prüfen lässt, ist die Schubfestigkeit und damit einhergehend auch die Schubwöhlerkurve aufgrund des mehrachsigen Spannungszustands im Verbund nicht zu bestimmen. Mit dem V-Kerb Schubversuch [AST19b] und dem „Iosipescu“-Schubversuch [AST19a] stehen zwei Schubprüfungen auf Basis von gekerbten 0° - oder $0/90^\circ$ -Flachprüfkörpern zur Verfügung. Aufgrund der Kerbe entsteht der durch eine Schubspannungskonzentration induzierte Bruch in Folge der Verformung des Prüfkörpers. Eine tatsächlich reine Schubbeanspruchung liegt jedoch nicht vor. Mit dem zwei- oder dreischienigen Schubversuch [AST15] werden große 0° -Flachprüfkörper mit Schienenbefestigungen versehen. Dazu wird eine spezielle und aufwendige Einspannung benötigt. Für sowohl quasi-statische als auch zyklische Beanspruchung ist die Torsionsprüfung rohrförmiger Prüfkörper in Anlehnung

Methode	Reiner Schub	Modul	Festigkeit	Standard	Einspannung	Frei von Randeffekten	Aufwand
$\pm 45^\circ$: Zugversuch - DIN EN ISO 14129	-	+	-	+	-	+	+
Iosipescu : ASTM D 5379		+	+	-	-	-	-
V-Notched: ASTM D 7078		+	+	-	-	-	-
2- oder 3-Rail: ASTM D 4255		+	+	-	-	-	-
Rohr-Torsionsprüfung: ASTM D 5448	+	++	++	-	+	-	-

Tabelle 4.1: Prüfmethoden zur Prüfung der reinen Schubbeanspruchung.

an die ASTM D 5448 [AST16] besonders geeignet. Durch eine Torsionsbelastung des rein radial gewickelten $\pm 90^\circ$ -Rohrprüfkörpers lässt sich ein reiner Schubspannungszustand erzeugen und damit die Schubfestigkeit $R_{\perp\parallel}$ deutlich genauer prüfen als bei den oft verwendeten $\pm 45^\circ$ -Flachprüfkörpern [Ble12]. Speziell für die zyklische Beanspruchung und experimentelle Ermittlung der Schubwöhlerkurve bietet sich die Rohrprüfung gegenüber den zuvor genannten Schubversuchen an. Dem gegenüber steht jedoch der bei Rohrprüfkörpern entstehende Zeit- und Kostenfaktor durch die deutlich zeitaufwendigere Herstellung. Für zweiachsige Prüfungen werden im Allgemeinen entweder Kreuzproben unter zweiachsigen Zug-/Druckkräften [SP89] oder Rohrprüfkörper unter Zug/Druck-Torsionsbelastung (ZDT) verwendet [Mil⁺85]. Mehrachsige Prüfungen an rohrförmigen Prüfkörpern sind im Faserverbundbereich bereits länger etabliert. Untersuchungen zu mehrachsigen Prüfungen an Rohren finden sich z. B. für frühe Innendruckbelastung an glasfasermattenverstärkten UP-Harz-Verbunden nach Menges [Men81] oder auch für ZDT-Belastung an Prepreg-glassfaserverstärkten EP-Harzproben nach Quaresimin [QC13]. An radial unidirektionalen

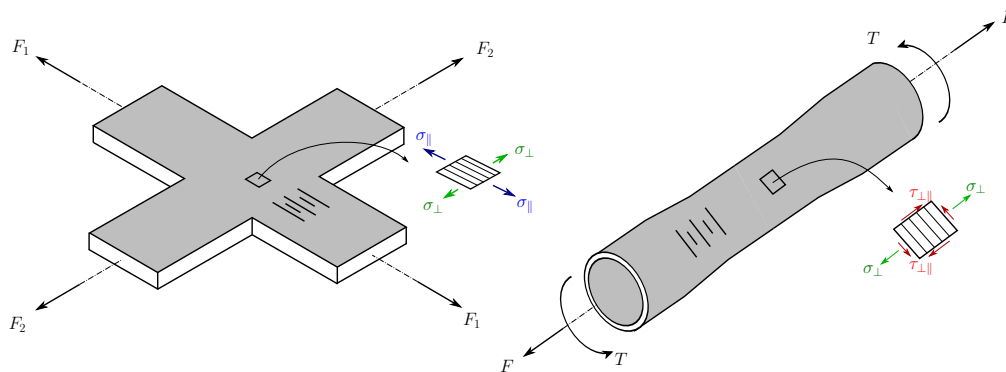


Abbildung 4.1: Mehrachsige Beanspruchungen an Kreuz- und Rohrprüfkörpern.

Rohrprüfkörpern lassen sich unter ZDT-Belastung gezielt beliebige zweiachsige Beanspruchungskombinationen der Querkzug-/Querdruck- und Schubspannung in der Bruchebene ohne gleichzeitige Beanspruchung in Faserrichtung einstellen. Die Versuchszuordnung der einzelnen, in Kapitel 2.4 vorgestellten Phänomene als Ursachen der Beanspruchungs-Zeit-Funktionen (BZF_n) werden in Abbildung 4.2 zusammengefasst.

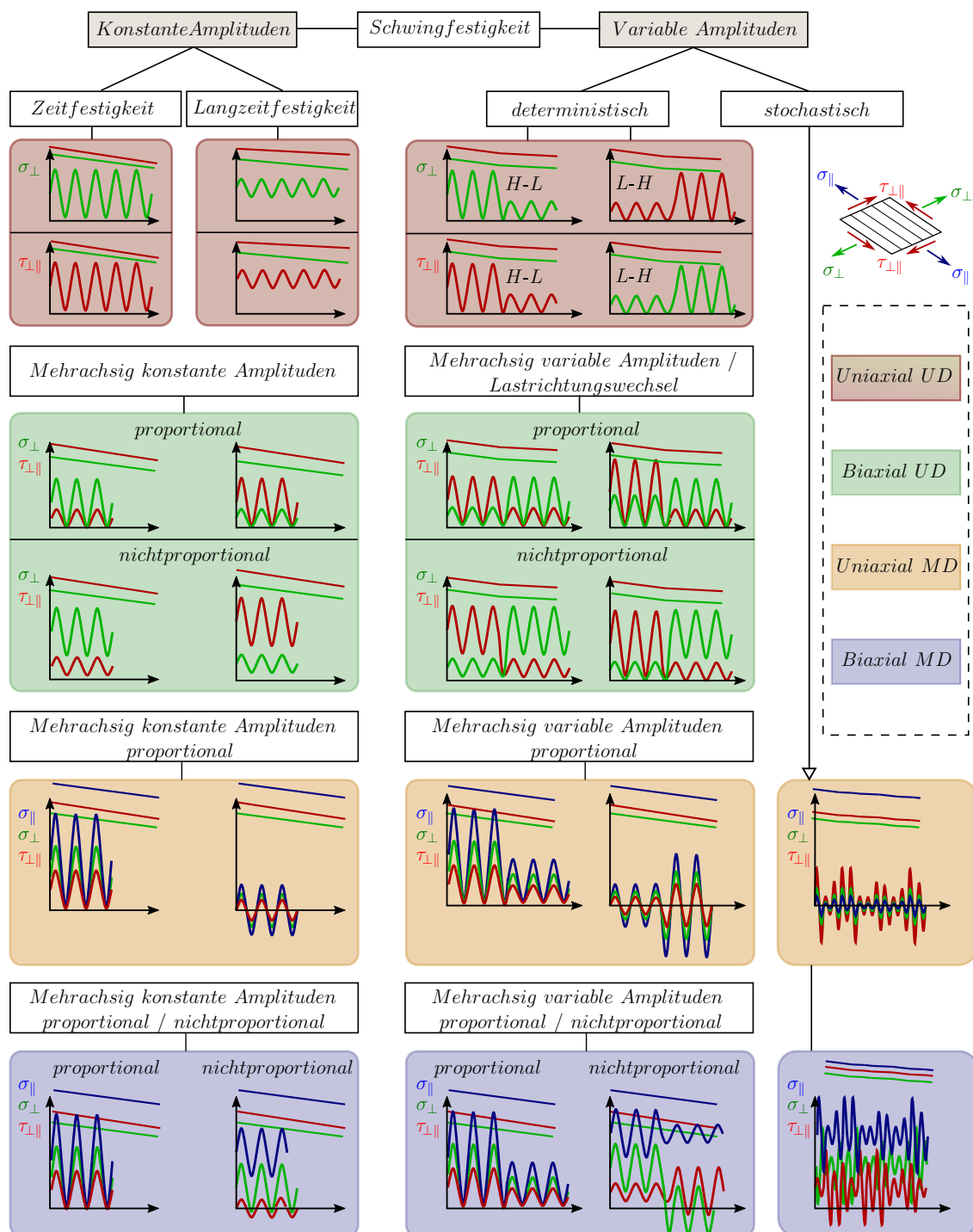


Abbildung 4.2: Schwingfestigkeitsuntersuchungen kombinierter mehrachsiger Beanspruchungen bei FKV und die Verknüpfung zur Prüfung an Rohrprüfkörpern.

Abbildung 4.2 verknüpft gleichzeitig die einzelnen Effekte mit den experimentellen Versuchen im Rahmen der mehrachsigen Prüfung von Rohrprüfkörpern. In Anhang A.1 ist eine vollständige Übersicht über die zur Verifizierung und Validierung durchgeführten experimentellen Untersuchungen inklusive spezifischer zentraler Angaben für die jeweilige Material- und Beanspruchungskonfiguration gegeben. Die Geometrie der verwendeten Prüfkörper ist in Abbildung 4.3 dargestellt und die geometrischen Maße für einlagige und mehrlagige Prüfkörper finden sich in Tabelle 4.2. Für die Untersuchungen werden

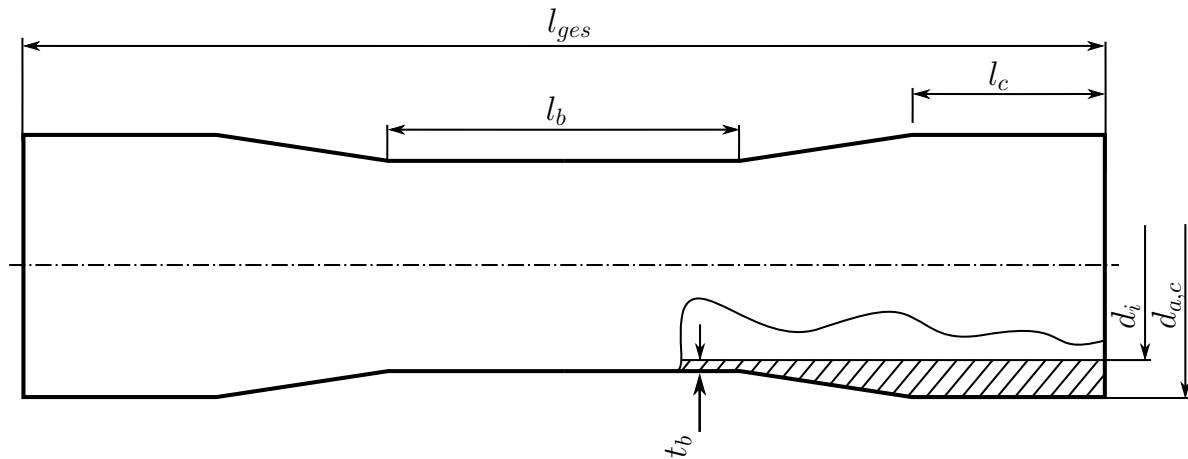


Abbildung 4.3: Geometrie der gewickelten Rohrprüfkörper.

Prüfkörper	\bar{l}_{ges} mm	\bar{l}_b mm	\bar{l}_c mm	\bar{t}_b mm	\bar{d}_i mm	$\bar{d}_{a,c}$ mm
Unidirektional	251,7	82	60,4	0,9	60,3	63,6
Winkelverbund	255,2	82	60,5	1,0	60,3	63,3
Multidirektional	260,8	82	65,4	1,1	60,3	63,6

Tabelle 4.2: Mittlere Geometriedaten der uni- und multidirektionalen Rohrprüfkörper.

zum einen radial gewickelte quasi-unidirektionale Rohrprüfkörper mit dem Lagenaufbau $[\pm 90]_s$, ausgeglichene Winkelverbunde mit dem Lagenaufbau $[\pm 70]_s$ und multidirektionale Verbunde mit dem Lagenaufbau $[90 | \pm 70]_s$ verwendet. Das untersuchte Materialsystem besteht aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff mit einem duroplastischen Epoxidharz als Matrixwerkstoff. Das Verstärkungsmaterial bilden Filamentgarne der Kohlenstofffaser Tenax®-E HTS45 der Standard-Modul Klasse. Für die Herstellung der Prüfkörper im Wickelprozess kommen Rovings mit einer Filamentanzahl von 12k und einer Rovingfeinheit (Titer) von 800 tex zu tragen. Die Fasern haben einen Filamentdurchmesser von 7 μm und sind mit einer EP-Schichte präpariert. Als Matrixmaterial wird das Epoxidharz-System Araldite®LY556 (A) mit dem Härter Aradur 917 (H) und dem Beschleuniger DY070 (B)

in einem über alle Proben gemittelten Mischungsverhältnis von 100 : 90,37 : 1,04 Gewichtsanteilen ($\bar{A} : \bar{H} : \bar{B}$) verwendet. Die Aushärtung erfolgt für 60 Minuten bei 90 °C und anschließend für 135 Minuten bei 140 °C. Für die Modellgenerierung und Validierung verschiedenster Beanspruchungssituationen ist eine Vielzahl an experimentellen Untersuchungen notwendig. Die quasi-statischen und zyklischen Zug-/Druck-Torsionsprüfungen werden auf einer servo-hydraulischen Prüfmaschine Instron® Typ 8802 mit einer Nennlast von 100 kN und einem Nennmoment von 1 kN m, entsprechend Abbildung 4.4, durchgeführt. Die geometrischen Abmaße des in Abbildung 4.3 abgebildeten Prüfkörpers sind,

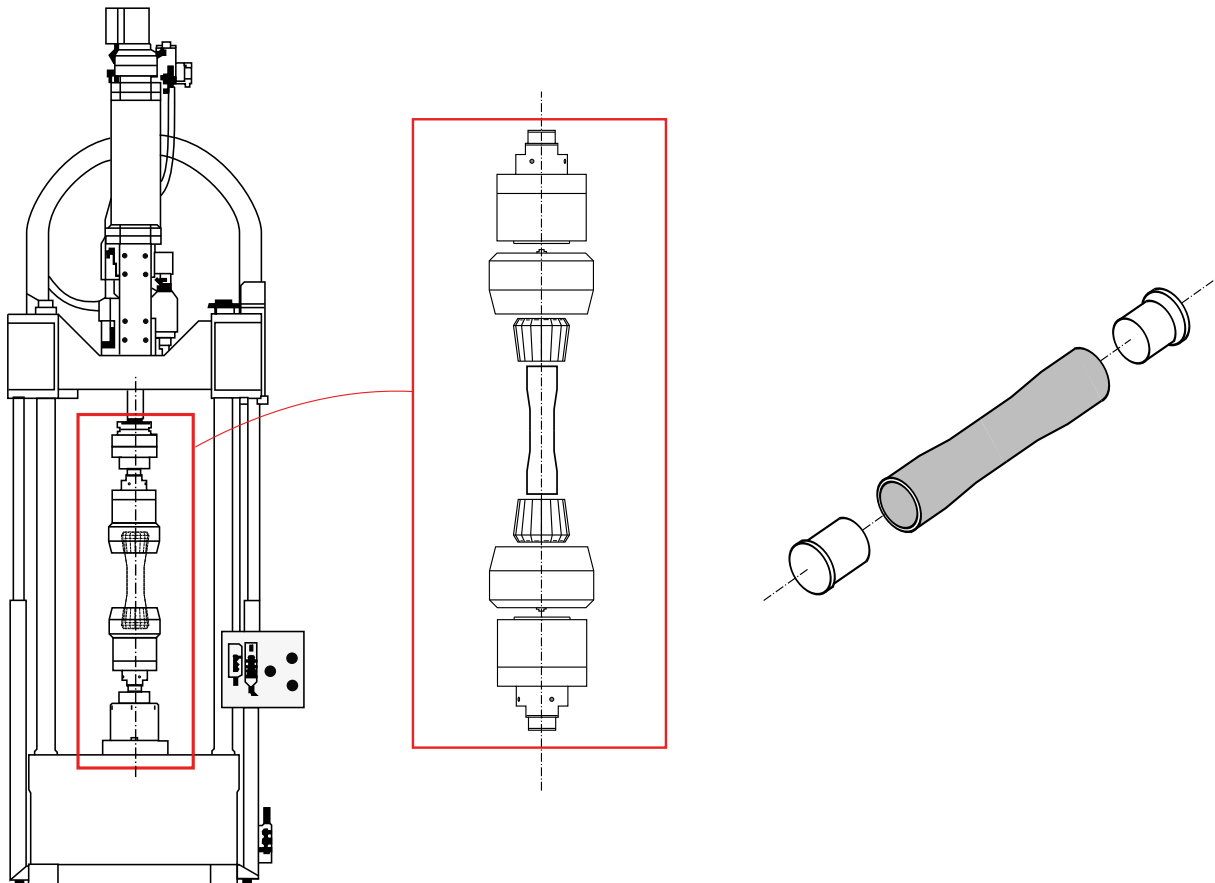


Abbildung 4.4: Servo-hydraulische Zug-/Druck-Torsionsprüfanlage inklusive der Einspannung der Rohrkörper über hydraulisch getätigte Spannzeuge und Verstärkung der Rohrprüfkörper über Aluminium-Inlets im Einspannbereich.

unter Berücksichtigung der Beulsicherheit, so konstruiert, dass die nötigen kombinierten Beanspruchungen innerhalb der Nennlasten prüfbar sind. Die Einspannung erfolgt durch ein hydraulisch getätigtes Spannzangensystem über die gesamte Mantelfläche der verstärkten Rohrenden mit einer Länge von 50-60 mm und einem Spanndruck von 40 bar für die unidirektionalen und 60 bar für die multidirektionalen Prüfkörper. Die Prüfkörper werden an den Rohrenden zusätzlich mit Aluminium-Inlets mit einer Länge von 70 mm versehen, die ein Beulen unter Spanndruck verhindern sollen. Während in der Rohrprobe eine über die Querschnittsfläche gleichverteilte Normalspannung bei Zug- oder Druckbelastung vorliegt, entsteht durch die Torsionsbelastung ein Schubspannungsgradient über den Radius

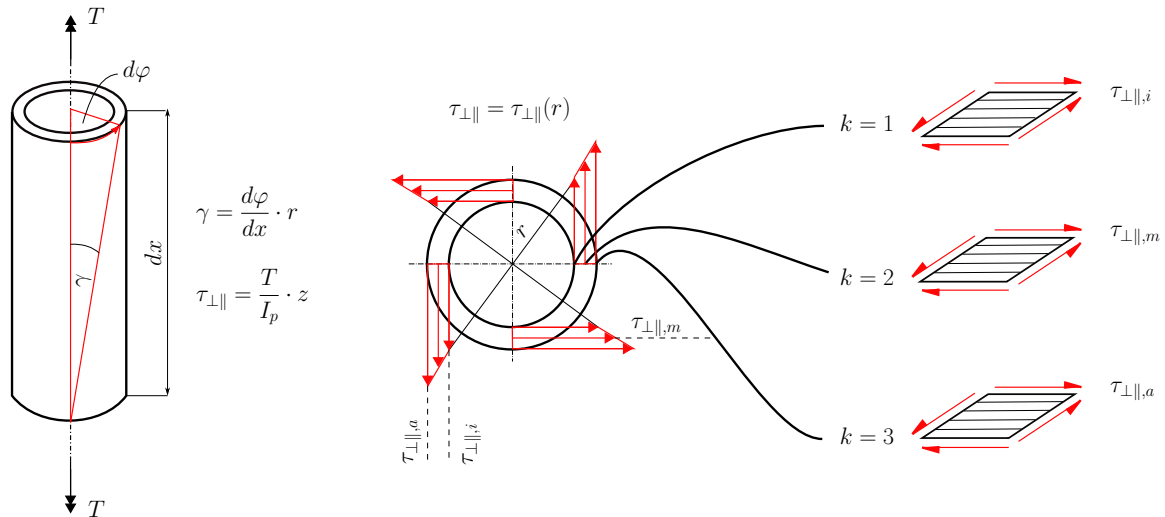


Abbildung 4.5: Schubspannungsgradient über den Radius des dünnwandigen Rohrprüfkörpers und Einfluss auf die Schubprüfung.

der Probe. Die von der Längsachse der Rohrprobe weiter entfernten, das heißt die äußeren Schichten des Verbundes, werden stärker durch Torsion belastet als die inneren Schichten. Mit zunehmender Wandstärke der Rohrprüfkörper ist daher ein Versagensbeginn des Verbundes an den äußeren Schichten zu erwarten. Der Rohrprüfkörper sollte daher keine zu große, aber aus Stabilitätsgründen auch keine zu geringe Wandstärke aufweisen. Abbildung 4.5 zeigt den Schubgradienten über die Wandstärke für einen dünnwandigen unidirektionalen Rohrprüfkörper. Für die in Tabelle 4.2 angegebenen Wandstärken und Durchmesser der verwendeten Rohrproben ergibt sich dadurch z. B. für den unidirektionalen Rohrprüfkörper eine um 3 % erhöhte Schubspannung in der äußeren im Vergleich zur inneren Schicht ($\tau_{\perp||,a} = 1,03\tau_{\perp||,i}$) bzw. eine um 1 % erhöhte (verringerte) Schubspannung in der äußeren (inneren) Schicht bezogen auf die Mittelschicht des Prüfkörpers ($\tau_{\perp||,a} = 1,01\tau_{\perp||,m}$ und $\tau_{\perp||,i} = 0,99\tau_{\perp||,m}$).

4.2 Materialcharakterisierung

4.2.1 Quasi-statische Materialkennwerte

Die grundlegenden mechanischen Kennwerte der unidirektionalen Schicht werden in quasi-statischen Prüfungen ermittelt, um den Ausgangspunkt der Ermüdungsbeanspruchung zu charakterisieren. Tabelle 4.3 fasst die wesentlichen Kennwerte für eine ganzheitliche Charakterisierung der UD-Schicht zusammen. Für die Betrachtung der hauptsächlich außerachsig beanspruchten Verbunde sind vor allem die Kennwerte innerhalb der gestrichelten Markierungen von zentraler Bedeutung. Die experimentell ermittelten Elastizitäts- und Festigkeitskennwerte sind in Mittelwert \bar{X} und Standardabweichung s für die jeweiligen

mittleren Faservolumengehalten $\bar{\varphi}$ angegeben. Der faserparallele Elastizitätsmodul E_{\parallel} und die Querkontraktionszahl $\nu_{\perp\parallel}$ sind in Tabelle 4.3 über die Faser- und Matrixkennwerte der Herstellerdaten entsprechend der mikromechanischen Ansätze aus Kapitel 2.1.2.1 berechnet. Die Längszugfestigkeit R_{\parallel}^+ , die Längsdruckfestigkeit R_{\parallel}^- und die Querdrukfestigkeit R_{\perp}^- entspringen der Compositor Materialdatenbank [FKS02] für ein vergleichbares Materialsystem auf Basis der HT-C-Faser Toray T700 und dem untersuchten Matrixsystem LY556/HY917/DY063.

	E_{\parallel}	$E_{f\parallel}$	E_m	$\nu_{\perp\parallel}$	$\nu_{f\perp\parallel}$	$\nu_{m\perp\parallel}$	
	GPa	GPa	GPa	GPa	GPa	GPa	
$\bar{\varphi}$	0,55	1.00	0.00	0,55	1.00	0.00	
\bar{X}	133,4 ⁵	240 ⁶	3,2 ⁶	0,27 ⁵	0,2 ⁶	0,35 ⁶	
	E_{\perp}	$G_{\perp\parallel}$	R_{\parallel}^+	R_{\parallel}^-	R_{\perp}^-	R_{\perp}^+	$R_{\perp\parallel}$
	GPa	GPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
$\bar{\varphi}$	0,53	0,53	0,55	0,55	0,55	0,53	0,56
\bar{X}	8,2	4,1	1948 ⁷	1439 ⁷	201 ⁷	43,4	69,9
s	0,4	0,3				2,8	1,9

Tabelle 4.3: Zusammenstellung der mechanischen Kennwerte und Bruchkurvenparameter der unidirektionalen Einzelschicht.

Die Neigungen der Zwischenfaserbruchkurve sind werkstoffspezifisch und sollten nach Möglichkeit durch experimentelle Versuche unter zweiachsiger Beanspruchung ermittelt werden. Während für die anknüpfenden Validierungen des Berechnungsmodells das Ermüdungsverhalten für variierende zweiachsige Spannungskombinationen herangezogen wird, findet die Ermittlung der Neigungen $p_{\perp\parallel}^+$ und $p_{\perp\parallel}^-$ der quasi-statischen Bruchkurve nur auf Basis der Schubfestigkeit, Querkzugfestigkeit und der Festigkeit bei $\xi = 58^\circ$ und $\xi = 110^\circ$ statt. Beide Parameter werden jeweils in einer Ausgleichungsrechnung durch einen „Least-Square-Fit“ mit der Methode der kleinsten Abstandsquadrate an die Funktionen für den Zwischenfaserbruchmodus A nach Gleichung 45 und B nach Gleichung 47 berechnet. Die erhaltenen Bruchkurvenparameter sind in Tabelle 4.4 angegeben. Der Bruchkurvenparameter im Modus B entspricht den Größenordnungen nach [PKK02] für CFK. Die ermittelte Neigung im Bereich A ist etwas geringer und damit weniger konservativ für zweiachsige

⁵Werte aus den Mischungsregeln entsprechend der mikromechanischen Ansätze aus Kapitel 2.1.2.1

⁶Daten aus Herstellerdatenblättern der Kohlenstofffaser Tenax®-E HTS45 und des Epoxidharz-Systems Araldite®LY556 / Härter Aradur 917 / Beschleuniger DY070 von Huntsman

⁷Die für die Berechnung der off-axis Verbunde nicht zentralen Festigkeiten sind für ein vergleichbares Materialsystem (HT-Faser: Toray T700 / Matrix: LY556/HY917/DY063) aus der COMPOSITOR Materialdatenbank [FKS02] entnommen.

Beanspruchungen mit hohem Schubspannungsanteil im Vergleich mit den empfohlenen Größenordnungen für den Parameter.

	$R_{\perp\xi=58^\circ}^+$ MPa	$R_{\perp\parallel\xi=58^\circ}^+$ MPa	$R_{\perp\xi=110^\circ}^+$ MPa	$R_{\perp\parallel\xi=110^\circ}^+$ MPa	$p_{\perp\parallel}^+$	$p_{\perp\parallel}^-$
$\bar{\varphi}$	0,49	0,49	0,51	0,51		
$\bar{\xi}$	58°	58°	110°	110°		
\bar{X}	30,3	47,7	28,4	78,0	0,16	0,32
s	1,1	2,0	0,9	2,5		

Tabelle 4.4: Ermittlung der Neigungsparameter der ZFB-Kurve bei $\sigma_{\parallel} = 0$ an der Stelle $\sigma_{\perp} = 0$ über Festigkeiten bei den Biaxialitätswinkeln $\xi=58^\circ$ und $\xi=110^\circ$.

4.2.2 Ermüdungsprüfung

Üblicherweise werden Ermüdungsversuche von Faser-Kunststoff-Verbunden im Bereich der Zeit- und Langzeitfestigkeit mit Prüffrequenzen im Bereich von 3 bis 10 Hz durchgeführt. Der Hauptgrund für die Begrenzung der Testfrequenzen auf diesen kleinen Frequenzbereich ist die extreme Temperaturentwicklung innerhalb der Verbundproben unter zyklischer Beanspruchung. Die Temperaturerhöhung kann direkt auf die kinetische Energie des Prüfkörpers zurückgeführt werden, welche über innere Materialreibung in thermische Energie umgewandelt wird [Ala⁺19]. Je nach Verbundarchitektur und Belastungsszenario können erhebliche Temperaturunterschiede im Inneren des Prüfkörpers auftreten, die nicht nur das mechanische Verhalten beeinflussen, sondern auch Auswirkungen auf die chemischen Eigenschaften des Matrixmaterials haben. Besonders kritisch für duroplastische Matrixmaterialien sind lokale Temperaturerhöhungen in den näheren Bereich der Glasübergangstemperatur, denn in diesem Bereich ändert sich das Materialverhalten des Kunststoffes deutlich. Das linke Bild in Abbildung 4.6 zeigt eine Messung der Differentialkalorimetrie (DSC) zur Bestimmung der Glasübergangstemperatur T_G am Beispiel des Probenausschnitts eines einlagigen, radial gewickelten CFK-Rohrprüfkörpers und im rechten Bild den charakteristischen Einfluss auf den Speichermodul in diesem Temperaturbereich. In der DSC-Analyse wird die Differenz der spezifischen Wärme der Probe zu einer Referenzprobe bei Erwärmung und Abkühlung gemessen. Die Tabelle 4.5 fasst dazu mehrere DSC-Messungen an Flach- und Rohrprüfkörpern des Materialsystems zusammen. Es existieren keine genauen Richtlinien oder Vorgaben bezüglich der maximal zulässigen Temperaturänderungen bei FKV während der zyklischen Materialprüfung. Für metallische Werkstoffe gelten laut DIN 50100 z. B. maximale Temperaturänderungen von 20 °C für z. B. kubisch-flächenzentrierte und 30 °C für kubisch-raumzentrierte Werkstoffe [DIN15]. Die ISO 13003:2003 empfiehlt für FKV eine maximale Temperaturänderung von

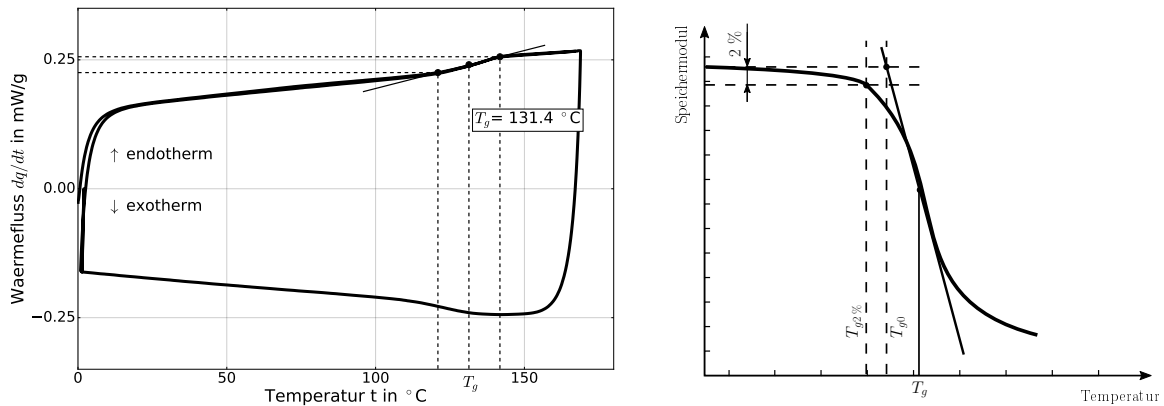


Abbildung 4.6: Links: DSC-Messung einer kohlenstofffaserverstärkten Epoxidharzprobe zur Bestimmung der Glasübergangstemperatur. Rechts: Typischer Verlauf des Moduls über die Temperatur in Anlehnung an die DIN 65583 [DIN99].

	$T_{G,i}$	$\bar{T}_{G,i}$	\bar{T}_G
Flachprüfkörper	131.4	129.3	134.9
Rohrprüfkörper	132.4	135.5	133.2

Tabelle 4.5: Glasübergangstemperaturen von Ausschnitten im Bruchbereich der kohlenstoffverstärkten Flach- und Rohrprüfkörper mit Epoxidharzmatrix nach dem Aushärtezyklus von 60 Minuten bei 90 °C und 135 Minuten bei 140 °C.

10 °C nicht zu überschreiten, erklärt aber gleichzeitig, dass die Wahl der Prüffrequenzen stark von den jeweiligen Materialien abhängen muss und in einem Bereich von 1 bis maximal 25 Hz liegen sollte [ISO03]. Die Temperaturentwicklung von FKV kann während Ermüdungsprüfungen zum Beispiel berührungslos über die Messung der Wärmestrahlung des Prüfkörpers durch Infrarot-Thermografie aufgenommen werden [Hua⁺19; FPG19]. Abbildung 4.7 zeigt jeweils drei mittels Infrarot-Thermografie aufgenommene Bilder für rein schubbeanspruchte unidirektionale Rohrprüfkörper bei einer Prüffrequenz von 8 Hz (oben) und 5 Hz (unten) auf demselben konstanten Spannungsniveau. Dargestellt sind jeweils die Temperaturbilder bei $n=0$, $n=800$ und $n=2000$ Lastzyklen. Bei Beanspruchungen mit konstanter Spannungsamplitude und konstanter Prüffrequenz stabilisiert sich die Temperaturänderungen nach etwa 2000-3000 Zyklen [Gor⁺13], solange die Prüffrequenz in einem angemessenen Rahmen für die Materialprüfung gewählt ist. Bei sehr hohen Prüffrequenzen werden in den meisten Fällen Temperaturänderung von deutlich mehr als 10 °C hervorgerufen. Bei der zyklischen Beanspruchung von FKV kann eine Vergrößerung der Fläche zwischen Belastungs- und Entlastungspfad der Hysteresekurve unter höheren Beanspruchungen, höheren Frequenzen und veränderten Spannungsverhältnissen beobachtet werden. Die Hysteresenfläche kann direkt mit der dissipierten Energie pro Lastzyklus in Verbindung gebracht werden. Hierbei hängt die Form und Fläche der Hystereseschleife und damit die Temperaturentwicklung stark von der Probengeometrie, dem Lagenaufbau

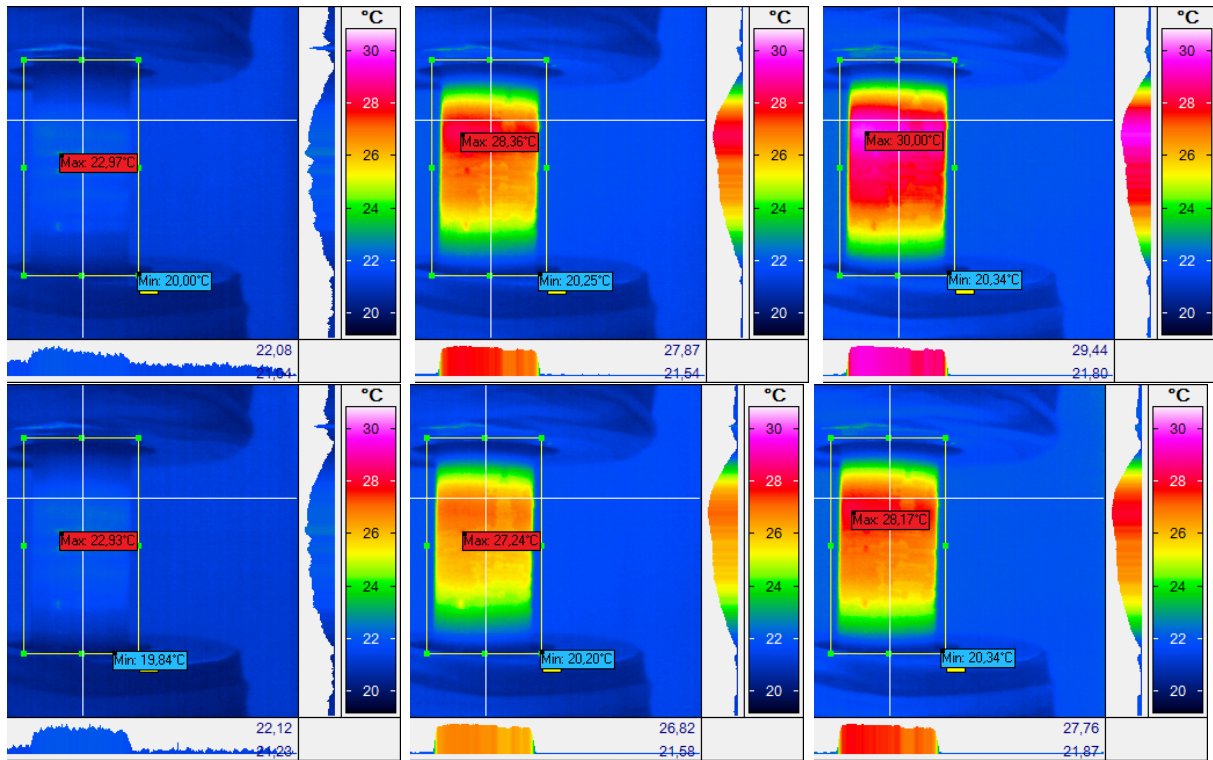


Abbildung 4.7: Temperaturentwicklung radial gewickelter Rohrprüfkörper unter reiner Torsionsbeanspruchung mit $\tau_{\perp\parallel}/R_{\perp\parallel} = 0.63$ bei einer Belastungsfrequenz von 8 Hz (oben) und 5 Hz (unten) nach 0, 800 und 2000 Zyklen (v. l. n. r.).

und der Belastung ab. Abbildung 4.8 stellt die von dem Belastungs- und Entlastungspfad aufgespannte Hystereseschleife am Beispiel der Schub-Schiebungs-Hysteresis für den rein torsionsbelasteten unidirektionalen Rohrprüfkörper dar. Die Abhängigkeit verschiedener

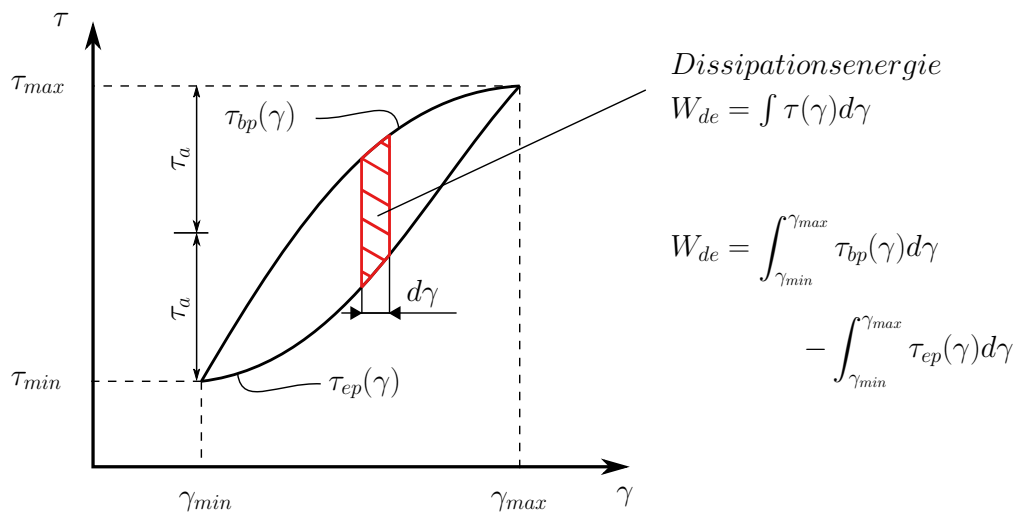


Abbildung 4.8: Typische Hystereseschleife für die reine Schubbeanspruchung und Definition der Dissipationsenergie.

Parameter von der Prüffrequenz, wie dem Ermüdungsmodul, dem Dämpfungsverhalten und der örtlich höheren Proben temperatur, ist bei CFK-Schubverbunden schwerwiegender als z. B. bei Kreuzverbunden [BBM01]. Die erhöhte Temperatur der Schubverbunde ist vor allem auf die hohen Schubanteile zurückzuführen [BBM01], so dass Verbunde unter Beanspruchungen mit hohen Biaxialitätsverhältnissen zu einer erhöhten Abhängigkeit der Frequenz zu neigen scheinen. Abbildung 4.9 stellt im linken Bild die nichtlineare Schubspannungs-Schiebungsbeziehung und die mittlere Schubfestigkeit dar. In den beiden rechten Bildern sind die Hystereseschleifen für reine Schubbeanspruchung auf verschiedenen Spannungsniveaus für 5 Hz und bei verschiedenen Spannungsverhältnissen für 2 Hz dargestellt. Besonders für hohe Spannungsamplituden und bei kritischen Spannungsverhältnissen, wie z. B. unter Wechselbeanspruchung, stellen sich hohe Dissipationsenergien ein. Die Temperaturdaten entstammen kontinuierlichen Infrarot-Messungen der Oberflächentemperatur über einen mit der Prüfsoftware gekoppelten Infrarot-Pyrometer und selektiven Aufnahmen einer Infrarot-Kamera. Die Auswirkungen erhöhter Spannungsamplituden bei hohen Prüffrequenzen auf die Temperaturentwicklung ist besonders in Abbildung 4.10 deutlich zu erkennen. Selbst bei einer Prüffrequenz von 5 Hz ist die Temperaturentwicklung bei reiner Schubbeanspruchung über den Großteil der Spannungsamplituden im Kurz- und Langzeitfestigkeit für die Materialprüfung zu hoch. Im Gegensatz dazu sind für reine Querkzugbeanspruchungen kaum nennenswerte Änderungen der Temperatur an der Prüfkörperoberfläche zu erkennen. Im rechten Bild der Abbildung ist die Tempera-

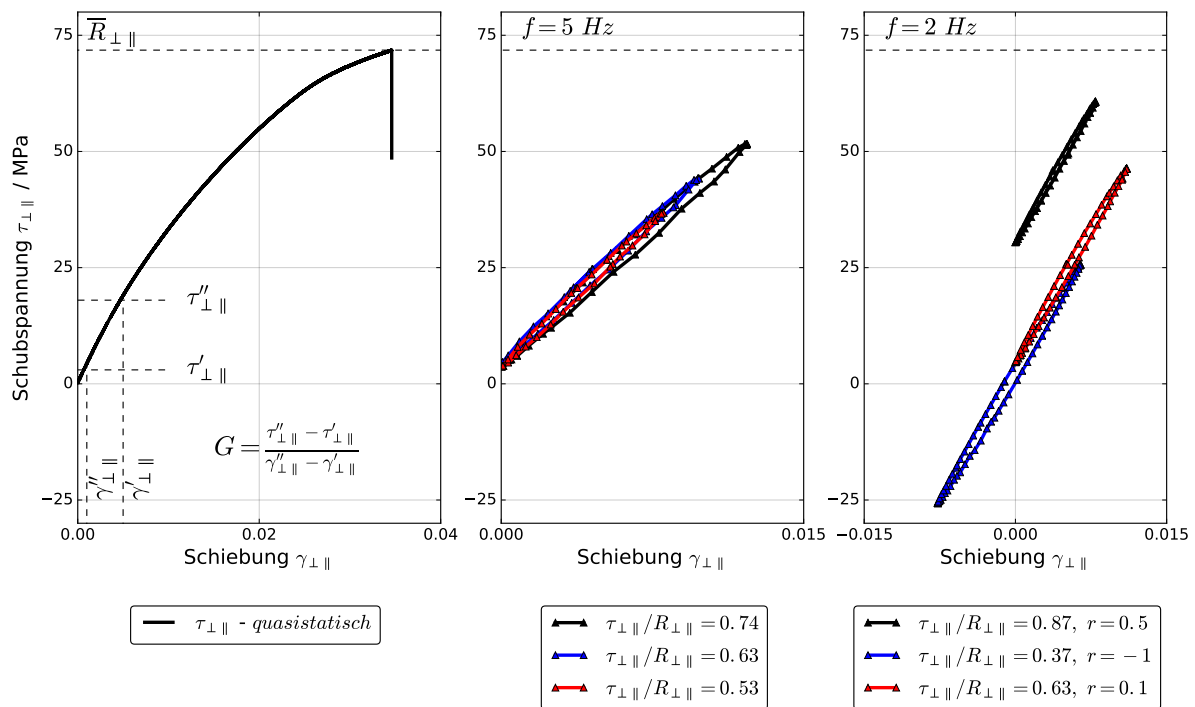


Abbildung 4.9: Hystereseschleifen der Rohrprüfkörper bei variierenden Spannungsamplituden, Frequenzen und Spannungsverhältnissen.

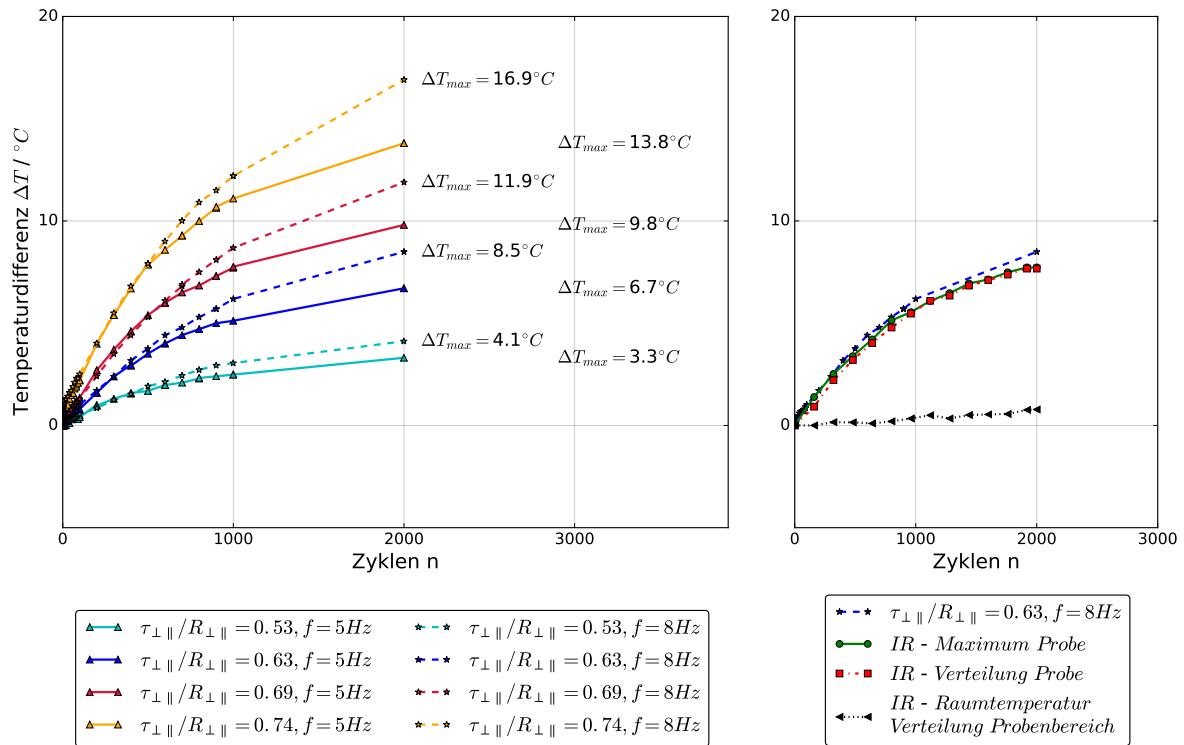


Abbildung 4.10: Links: Verschiedene Spannungs-niveaus bei reiner Schubbeanspruchung mit 5 Hz und 8 Hz. Rechts: Vergleich der Messung von Pyrometer und Infrarotkamera für Probe und probennahe Raumtemperatur.

turkurve der Pyrometer-Messung für die Schubbeanspruchung bei 8 Hz den Daten der Thermografiekamera gegenübergestellt. Hier ist die Temperaturverteilung über den Prüfkörper, die maximale punktuelle Temperatur und die durchschnittliche Raumtemperatur in unmittelbarer Nähe des Prüfkörpers im Verlauf der Lastzyklen aus den Thermografie-Messungen dargestellt. Abbildung 4.11 stellt zusätzlich noch den Einfluss des Spannungs-verhältnisses auf die Temperaturentwicklung dar. Im linken Bild sind Beanspruchungen auf zwei Spannungs-niveaus für die Zugschwell- und die Wechselbeanspruchung bei 5 Hz und bei 2 Hz bzw. 3 Hz dargestellt. Obwohl die maximale Spannung für die wechselbean-spruchte Probe nur 37 % der Schubfestigkeit entspricht, ist die maximale Temperaturdif-ferenz gegenüber der schwellbeanspruchten Probe bei 69 % der Schubfestigkeit deutlich erhöht. Die Wechselbeanspruchung führt, einhergehend mit der Vergrößerung der Flä-che der Hystereseschleife in Abbildung 4.9, zu großen Dissipationsenergien. Es muss also bei der Wahl der Prüffrequenz für die Materialprüfung unter Ermüdungslasten beson-ders auch das Spannungsverhältnis der Prüfung berücksichtigt werden. Das rechte Bild von Abbildung 4.11 verdeutlicht den von Barron et al. [BBM01] beschriebenen größe-ren Effekt durch höhere Schubspannungsanteile auf die Temperaturerhöhung in Kreuz-und Schubverbunden, anhand der zweiachsig beanspruchten unidirektionalen Prüfkörper. Während für die Querkzugbeanspruchung eine kaum messbare Temperaturerhöhung vor-liegt, steigt die Temperaturerhöhung bei höherem Biaxialitätsverhältnis und damit mit

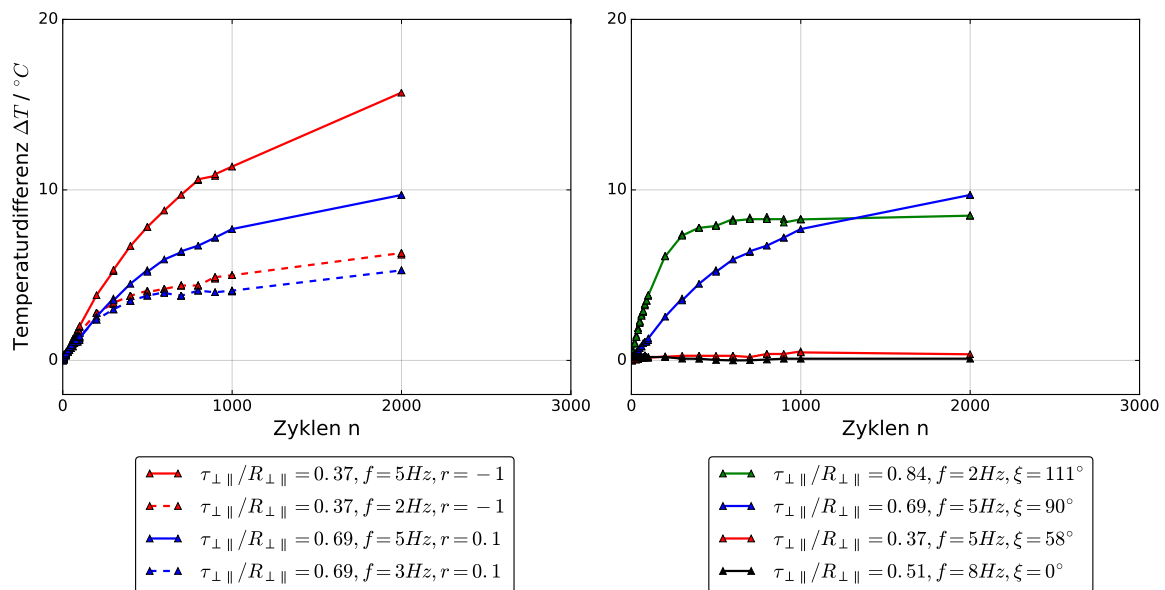


Abbildung 4.11: Links: Einfluss des Spannungsverhältnisses auf die Temperaturentwicklung bei reiner Schubbeanspruchung. Rechts: Vergleich des Einflusses bei variierenden zweiachsigen Beanspruchungen mit Querzug und -druck.

höheren Schubanteilen. Für die zweiachsige Beanspruchung bei $\xi = 58^\circ$ ist jedoch auch im Vergleich zum reinen Querzug noch keine nennenswerte Temperaturerhöhung zu messen, da die Schubspannung im Vergleich zur Schubfestigkeit auch hier noch relativ gering ist. Deutlicher wird der Schubeinfluss dann z. B. für die mit geringem Querdruck überlagerte Schubbeanspruchung bei $\xi = 111^\circ$ bei einer Prüffrequenz von nur 2 Hz. Unter Berücksichtigung der Einflüsse durch die Beanspruchungssituation aus sowohl äußerer Belastung als auch der Verbundarchitektur muss die Wahl der Prüffrequenz der entsprechenden Prüfung angepasst werden, um gültige Ergebnisse zu erzielen. Tabelle 4.6 stellt für eine bessere Übersicht die gewählten Prüffrequenzen für die in Anhang A.1 aufgeführten Materialprüfungen zusammen.

	[± 89] _s								[± 70] _s	[$\pm 89, \pm 70$] _s
ξ	0°		0°-90°		90°		>90°		0°-90°	0°-90°
r	0,1	-1	=	≠	0,1	0,5	-1	=	alle	alle
f	8	3	5	3	3	2	1-2	2	5	3

Tabelle 4.6: Wahl der Prüffrequenzen in Abhängigkeit des Temperatureinflusses. Für zweiachsige Beanspruchung: Proportional: „=“. Nichtproportional: „≠“.

4.2.3 Charakteristische Wöhlerkurven der unidirektionalen Schicht

Die Verfahrensweise zur Bestimmung experimenteller Wöhlerkurven aus Bruchlastspielzahlen ist nicht genormt [MHE11]. Für die Bestimmung der Zusammenhänge im Zeitfestigkeitsbereich empfehlen sich grundsätzlich das Perlschnur- und das Horizontenverfahren entsprechend Abbildung 4.12. Im Perlschnurverfahren werden, ausgehend von einem

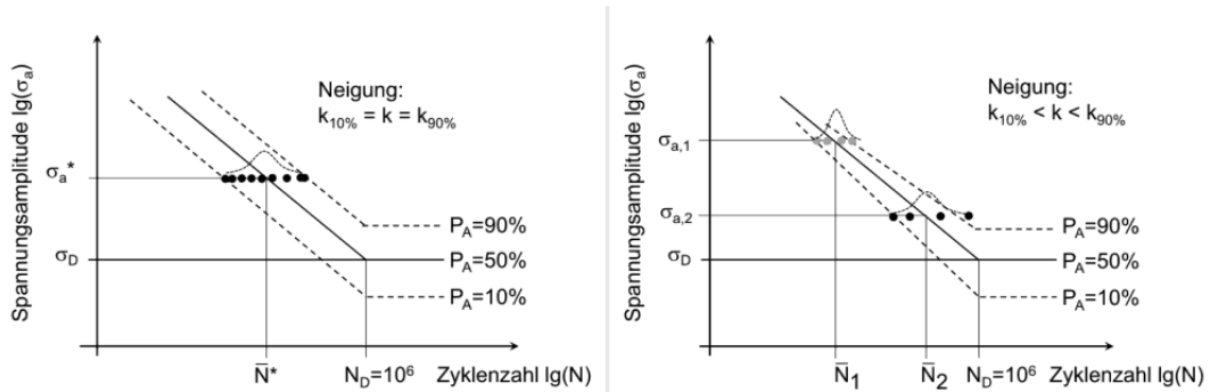


Abbildung 4.12: Ermittlung der Wöhlerkurve für verschiedene Ausfallwahrscheinlichkeiten aus Bruchlastspielzahldaten im Perlschnur- und Horizontenverfahren [Ein18].

sinnvollen Startpunkt aus rechnerischen Vorüberlegungen, alle Ermüdungsversuche auf unterschiedlichen Spannungshorizonten über einen möglichst großen Intervall des Zeitfestigkeitsbereichs durchgeführt. Wenn sich die Versuchsdaten bei doppeltlogarithmischer Darstellung dann in Form einer Perlschnur entlang einer Geraden anordnen, kann durch lineare Regression die Wöhlerkurve für die mittlere Ausfallwahrscheinlichkeit von 50 % ermittelt werden [Mül15]. Die Minimierung der Abstandsquadrate in der doppeltlogarithmischen Regression findet in Richtung der Lastspielzahl statt [MHE11]. Wird angenommen, dass die Streuungen auf den unterschiedlichen Spannungsniveaus im Zeitfestigkeitsbereich über die Lastspiele konstant bleiben, können alle Ermüdungsversuche auf einen Spannungshorizont transformiert werden [Ein18], um die Streuung und damit die Wöhlerkurven bei unterschiedlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten zu berechnen. Wie Abbildung 4.12 zeigt, sind aufgrund der konstanten Streuung die im Perlschnurverfahren ermittelten Wöhlerkurven auf allen Ausfallwahrscheinlichkeiten parallel zueinander. Im Horizontenverfahren wird hingegen eine höhere Anzahl an Versuchen auf bestimmten Spannungshorizonten durchgeführt. Die Spannungshorizonte sollten so gewählt werden, dass ein möglichst großer Bereich der Wöhlerkurve abgedeckt wird. Durch die vermehrten Stichproben auf einem Spannungsniveau kann für jeden Horizont eine separate Standardabweichung angegeben werden. Dadurch ergeben sich entsprechend Abbildung 4.12 für jede Ausfallwahrscheinlichkeit Wöhlerkurven mit unterschiedlichen Lage- und Neigungsparametern. Für die auf die Versuchsdurchführung aufbauende Regression existieren verschiedene An-

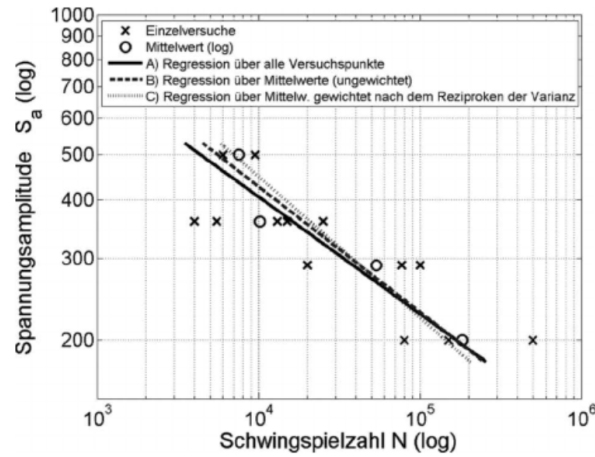


Abbildung 4.13: Ermittlung der Wöhlerkurve aus Bruchlastspielzahldaten im Perlschnur-, Horizonten- und Mischverfahren [Ein18].

sätze. Die Ausgleichsrechnung kann z. B. nach [MHE11] über

- alle Versuchspunkte
- die Mittelwerte der Spannungshorizonte
- gewichtete Mittelwerte der Spannungshorizonte

stattfinden. Wie Abbildung 4.13 verdeutlicht, hat die Wahl der Methode einen starken Einfluss auf die Schätzung der Wöhlerkurve. Abbildung 4.14 stellt die grundlegenden Schub- und Querkzugwöhlerkurven des Materialsystems bei verschiedenen Spannungsverhältnissen dar. Für die Ermittlung der grundlegenden Wöhlerkurvenparameter der Ein-

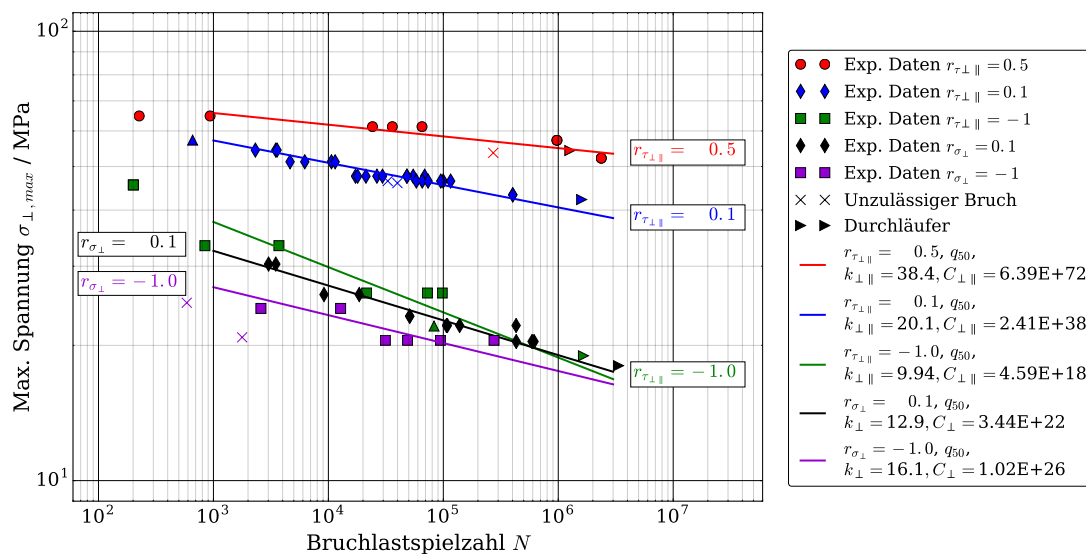


Abbildung 4.14: Charakteristische Wöhlerkurven der unidirektionalen Schicht bei variierenden Spannungsverhältnissen für die reine Schub- und reine Querkzugbeanspruchung.

zelschicht wird im Folgenden die Regression über die Mittelwerte der Spannungshorizonte durchgeführt. Der Zusammenhang zwischen Spannung und Lastspiel wird über das in Gleichung (10) beschriebene Potenzgesetz nach Basquin formuliert. Die zugrundeliegenden experimentellen Bruchdaten sind jeweils nach einer Mischung aus Perlschnur- und Horizontenverfahren ermittelt. An dieser Stelle dient das Perlschnurverfahren zur Erkennung der Zeitfestigkeitsgrenzen und das Horizontenverfahren zur Charakterisierung der Streuung auf einzelnen Spannungshorizonten. Dargestellt sind die Wöhlerkurven für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 50 % (q_{50} : 50 %-Quantil). Bei Betrachtung der Querkzug- und Schubwöhlerkurven bei Schwellbeanspruchung mit einem Spannungsverhältnis von $r=0,1$ wird deutlich, dass die schwellende Schubbeanspruchung zu deutlich flacheren Wöhlerkurven neigt als die schwellende Querkzugbeanspruchung. Das weniger kritische Verhalten bei Schubbeanspruchung wird durch Betrachtung der Risswirkung in Abbildung 4.15 verdeutlicht. Während Querkzugspannungen eine Riss-öffnende Wirkung haben, besitzt eine Spannungskomponente des Hauptspannungszustandes bei reiner Schubbeanspruchung eine Riss-schließende und die andere Komponente eine Riss-öffnende Wirkung. Die wechselnde Beanspruchung auf einem Spannungsverhältnis von $r=-1$ ist für beide Beanspruchungen kritischer als die schwellende Beanspruchung. Besonders großen Einfluss nimmt jedoch vor allem die Schubwöhlerkurve. Die maximale Spannung unter wechselnder Schubbeanspruchung ist deutlich herabgesetzt und die Wöhlerkurve wird wesentlich steiler im Vergleich zur Schubschwellbeanspruchung. Wird die Betrachtung der Risswirkung auf die wechselnde Beanspruchung übertragen, wird deutlich, dass in diesem Fall die Querbeanspruchung eine im Wechsel Riss-öffnende und Riss-schließende Wirkung erzielt und gleichzeitig bei Richtungswechsel der Schubbeanspruchung beide Hauptspannungskomponenten im Wechsel eine Riss-öffnende und Riss-schließende Wirkung haben.

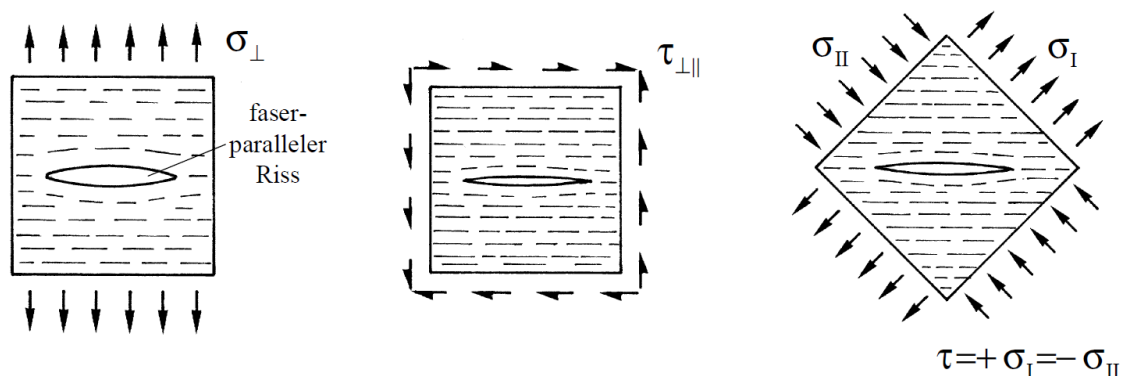


Abbildung 4.15: Wirkung von Querkzug- und Schubspannungen auf einen Zwischenfaser-riss. Die Riss-öffnende Wirkung durch Querkzugspannungen und die günstigere Risswirkung bei Quer-Längs-Schubbeanspruchung bei Verdeutlichung durch den bei Quer-Längs-Schub äquivalenten Hauptspannungszustand. [Huy96].

4.2.4 Mittelspannungseinfluss

Aufbauend auf den grundlegenden Wöhlerkurven der Quer- und Schubspannung aus Abbildung 4.14, sind in den Abbildungen 4.16 und 4.17 die Diagramme für die drei verwendeten Formulierungen dargestellt. In Abbildung 4.16 sind die Lebensdauerlinien für vier verschiedene Bruchlastspielzahlen aufgetragen. Im linken Bild sind aus Gründen der Darstellung nur das lineare und das stückweise lineare Diagramm dargestellt. Das stückweise nichtlineare Diagramm ist zum Vergleich im vergrößerten Ausschnitt im rechten Bild aufgetragen. Das lineare Goodman Diagramm basiert ausschließlich auf einer Wechselwöhlerkurve bei $r_{\sigma_{\perp}} = -1$, während das stückweise lineare und nichtlineare Diagramm jeweils eine zusätzliche Wöhlerkurve im Zug- und Druckbereich ($r_{\sigma_{\perp}} = 0, 1$ und $r_{\sigma_{\perp}} = 10$) als Eingangsgröße verwenden. Im Vergleich mit den bekannten Wöhlerkurven wird deutlich, dass das lineare Modell einerseits die Lebensdauer bei positiven Mittelspannungen überschätzt und andererseits die Lebensdauer bei negativen Mittelspannungen deutlich unterschätzt. Im vergrößerten Abschnitt des Zugschwellbereichs ist zu erkennen, dass die stückweisen Modelle zu konservativeren Ergebnissen tendieren. Aufgrund fehlender experimenteller Daten zu unbekannten Wöhlerkurven im Quersugbereich kann jedoch keine eindeutige Aussage im Vergleich der Modelle getroffen werden. Ein deutliches Bild wird sich erst bei der Betrachtung der mehrachsigen nichtproportional beanspruchten Verbunde ergeben. Abbildung 4.17 stellt das symmetrische CLD für die Schubspannung in der Ebene dar. Die Symmetrie des Diagramms für die Schubspannung ergibt sich nur bei Prüfungen, welche ein experimentelles Ermitteln der reinen Schubfestigkeit zulassen. Versuche an z. B. ausgeglichenen Winkelverbunden mit $\pm 45^\circ$ liefern bei Prüfungen im Druckschwell- und Zugschwellbereich bei reziproken Spannungsverhältnissen aufgrund des unterschiedlichen mehrachsigen Beanspruchungszustands voneinander unabhängige und sich unterscheidende Wöhlerkurven (vgl. z. B. mit den Untersuchungen in [Man10]). Daher lassen sich CLD

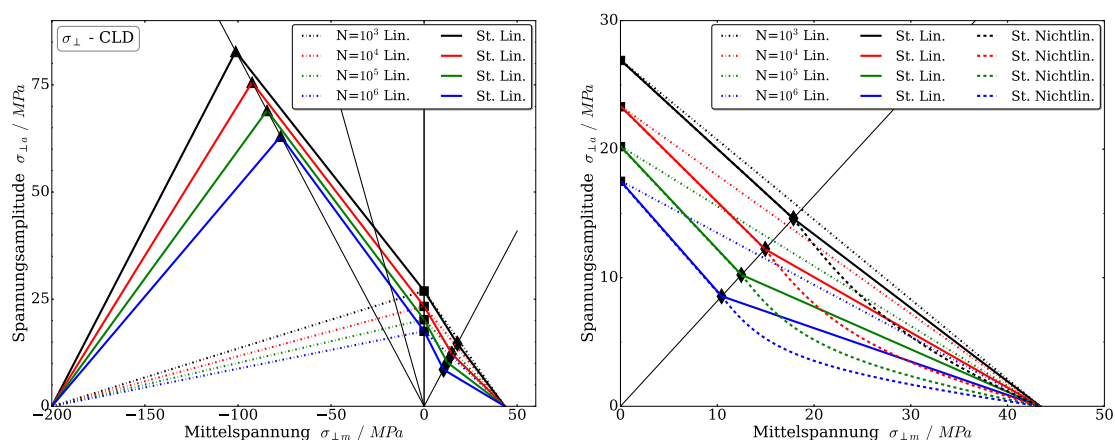


Abbildung 4.16: Links: Constant Life Diagram für die Faserquerspannung auf Basis der Schwell- ($r_{\sigma_{\perp}} = 0, 1$) und Wechselwöhlerkurve ($r_{\sigma_{\perp}} = -1$). Rechts: Vergrößerter Ausschnitt für positive Mittelspannungen.

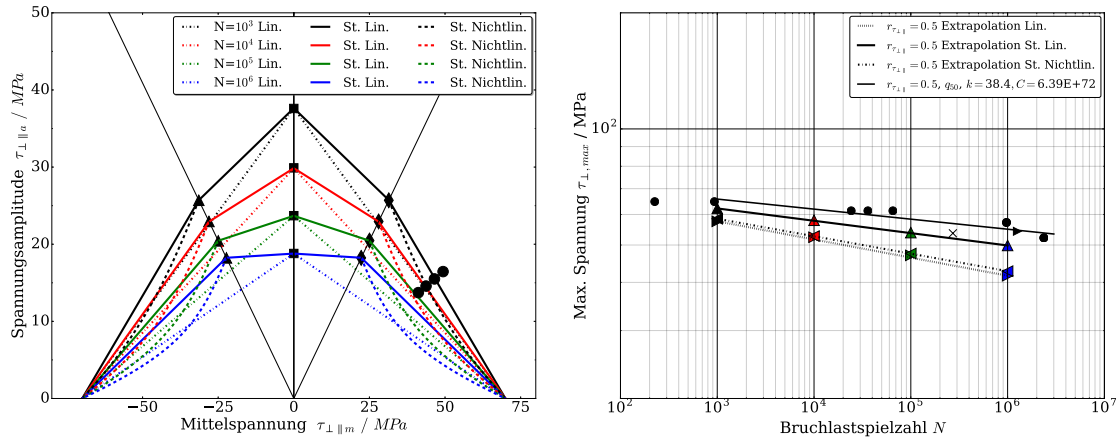


Abbildung 4.17: Links: Lebensdauerdiagramm für die Schubspannung auf Basis der Schwell- ($r_{\tau_{\perp\parallel}} = 0, 1$) und Wechselwöhlerkurve ($r_{\tau_{\perp\parallel}} = -1$). Rechts: Extrapolation bei einem Spannungsverhältnis von ($r_{\tau_{\perp\parallel}} = 0, 5$).

für die reine Schubspannung nicht so einfach aus experimentellen Daten an Flachproben ermitteln. Nichtsdestotrotz wird in Anhang A.5 zur Validierung des Berechnungsmodells an ausgeglichenen Winkelverbunden eines anderen Materialdatensatzes ein behelfsmäßiger Ansatz zur Konstruktion einer Schubwöhlerkurve aus Experimenten an einachsiger Zug- und druckbelasteten Schubverbunden verwendet. Die Vorgehensweise führt zu validen und vor allem konservativen Prognosen. Im linken Bild von Abbildung 4.17 wird deutlich, dass das lineare Goodman Diagramm für die Schubspannung generell zu sehr konservativen Ergebnissen führt. Das stückweise nichtlineare Modell tendiert bei kleinen Amplituden zu konservativeren und bei größeren Amplituden im Zugschwellbereich zu weniger konservativen Annahmen als das lineare CLD. Im Vergleich mit den experimentellen Daten bei $r_{\tau_{\perp\parallel}} = 0, 5$ liefert das stückweise nichtlineare CLD die beste Approximation. Im rechten Bild sind die extrapolierten Wöhlerkurven der experimentellen, aber nicht als Eingangsgröße verwendeten Wöhlerkurve bei $r_{\tau_{\perp\parallel}} = 0, 5$ gegenübergestellt. Die Vorhersage ist vor allem mit dem linearen und stückweise nichtlinearen Modell extrem konservativ. Eine deutlich verbesserte Extrapolation der Wöhlerkurve kann z. B. erzielt werden, wenn an Stelle des vorgeschlagenen Exponenten von $n=3$ [VMK10a] für das nichtlineare Modell in Gleichung (14) der reziproke Wert als Exponent verwendet wird. Abbildung 4.18 zeigt die Interpolation im Zugschwellbereich über verschiedene Exponenten der nichtlinearen Funktion. Da im Realfall jedoch selbst schon drei zur Verfügung stehende Wöhlerkurven für eine Spannungs Komponente eine Seltenheit sind, sollte die Konstruktion des CLD nicht auf zusätzlichen Wöhlerkurven beruhen. Eine Aussage für das bestehende Materialsystem ist zwar möglich, dennoch sollte für unbekannte Materialsysteme die Anwendung der konservativeren Interpolation favorisiert werden. Daher wird in den folgenden Kapiteln auch der von Vassilopoulos et al. [VMK10a] vorgeschlagene CLD-Parameter in der Formulierung der nichtlinearen Interpolation ohne Anpassung auf das Material auf die Vorhersagequalität überprüft. Über die drei Lebensdauerdiagramme liegen dann vor dem nächsten Schritt

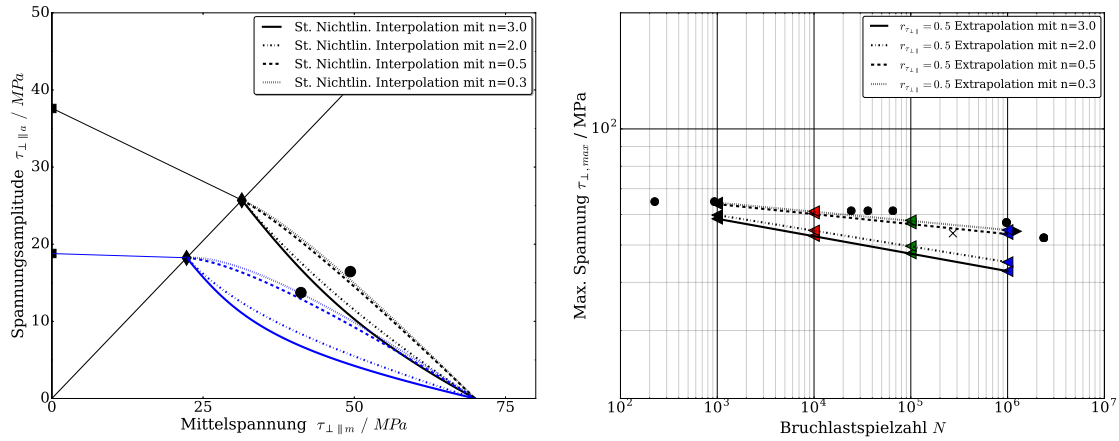


Abbildung 4.18: Extrapolation von Schubwöhlerkurven aus interpolierten CLD für verschiedene Exponenten des nichtlinearen Modells im Schubschwellbereich.

des Berechnungsmodells die Lage- und Neigungsparameter für die im aktuellen Lastschritt vorliegenden Längsspannungs-, Querspannungs- und Schubspannungsverhältnisse vor:

- $C_{\parallel}, k_{\parallel}$ für r_{\parallel}
- C_{\perp}, k_{\perp} für r_{\perp}
- $C_{\perp \parallel}, k_{\perp \parallel}$ für $r_{\perp \parallel}$

4.2.5 Restfestigkeitsanalyse der Einzelschicht

Restfestigkeitsversuche sind quasi-statische Festigkeitsversuche infolge einer gewissen Anzahl an Lastzyklen bzw. eines definierten prozentualen Anteils der Lebensdauer in Bezug auf die mittlere Bruchlastspielzahl mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 50%. Da die direkte Ermittlung der Restfestigkeit nur in einer zerstörenden Prüfung stattfinden kann, sind zur Bestimmung ganzheitlicher Restfestigkeitsverläufe als Funktion der Lastspielzahl $R = f(n)$ sehr zeit- und kostenintensive Versuchsreihen notwendig. Zur Beschreibung von Restfestigkeitsverläufen werden daher meist nur Versuchsreihen auf 2-3 unterschiedlichen Lastspielzahlen durchgeführt. Prinzipiell ist die Vorgehensweise mit dem Horizontenverfahren vergleichbar. Nur dass die Prüfungen hier auf demselben Lastspielhorizont durchgeführt werden und dadurch bei der Regression wieder eine Minimierung der Abstandsquadrate in Richtung der Ordinate erfolgt. Die Restfestigkeitsversuche werden prozentual auf die mittlere Lebensdauer eines Spannungshorizonts bezogen, wobei in Wirklichkeit die Ausfallwahrscheinlichkeit und tatsächliche Lebensdauer der einzelnen Probe aufgrund der zerstörenden Prüfung selbstverständlich nicht absehbar sind. Abbildung 4.19 verdeutlicht die Vorgehensweise und Problematik bei der experimentellen Ermittlung der Restfestigkeitswerte. Daher wird bei Restfestigkeitsversuchen streng genommen nicht auf einem prozentualen Anteil der Lebensdauer, sondern auf einem Bereich der prozentualen Lebensdauer geprüft. Nichtsdestotrotz können die Restfestigkeitsformulierungen durch Re-

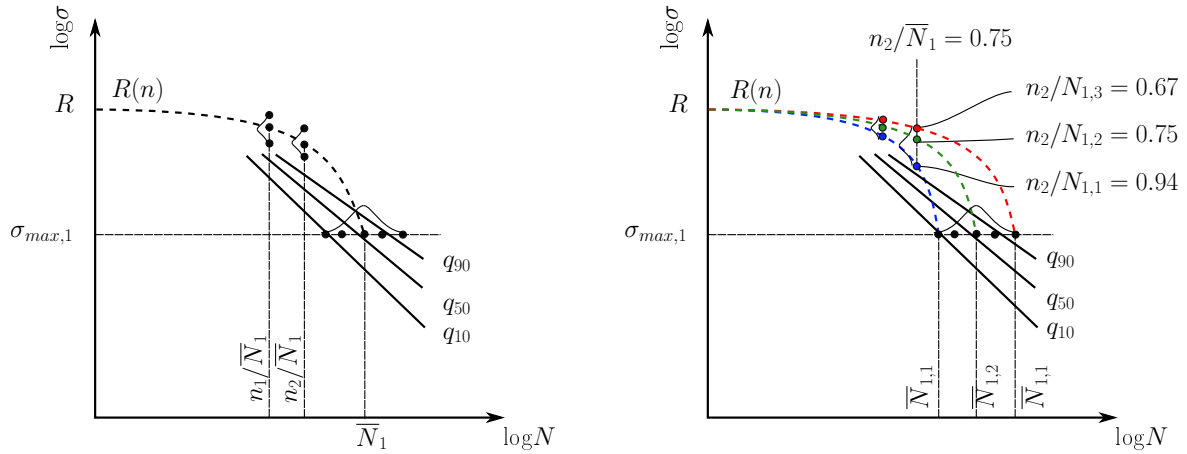


Abbildung 4.19: Restfestigkeitsversuche bezogen auf die mittlere Lebensdauer eines Spannungshorizonts.

gression der auf die mittlere Lebensdauer des jeweiligen Spannungshorizonts bezogenen Festigkeitswerte beschrieben werden. Im Folgenden werden dazu die Formulierungen für das einparametrische Modell nach Gleichung (22) und das zweiparametrische Modell nach Gleichung (23) an experimentelle Restfestigkeitsdaten angeglichen. Das lineare Modell nach Gleichung (20) benötigt keine Eingangsdaten und kann ohne zusätzliche experimentelle Untersuchungen angewandt werden. Für die Beschreibung der Verläufe der Schub- und Querszugrestfestigkeit infolge einer reinen Schubbeanspruchung sind in Abbildung 4.20 z. B. Restfestigkeitswerte nach 25.000 Zyklen ($n/\bar{N}=0,25$) und 75.000 Zyklen ($n/\bar{N}=0,75$) nach einer mittleren Schubbeanspruchung von $\bar{\tau}_{\perp\parallel,max} = 45,8$ MPa ($\bar{N}=100.000$ Zyklen) aufgetragen. Die Querszugrestfestigkeit nach einer Schubbeanspruchung bei $n/\bar{N}=1.0$ kann aufgrund des dann bereits erfolgten Bruches nicht experimentell bestimmt werden. Selbiges gilt im Umkehrschluss auch für den Restwert Schubrestfestigkeit nach Querszugbe-

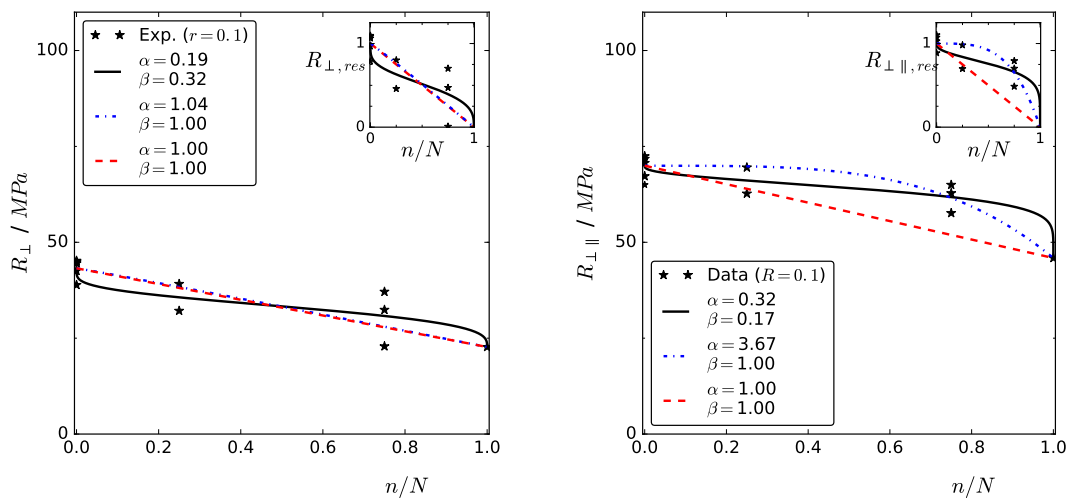


Abbildung 4.20: Links: Querszugrestfestigkeit nach Schubbeanspruchung. Rechts: Schubrestfestigkeit nach Schubbeanspruchung.

anspruchung. Daher wird die jeweilige Bruchspannung der Wöhlerkurve für die entsprechende Lastspielzahl z. B. für den Restwert der Querkzugfestigkeit

$$R_{\perp}(n/\bar{N}_{\tau}) = 10^{\frac{\log C_{\perp} - \log (C_{\perp\parallel} \cdot \tau_{\perp\parallel}^{-k_{\perp\parallel}})}{k_{\perp}}} \quad (88)$$

verwendet. Experimentell verifiziert werden könnte die Herangehensweise durch Versuchsreihen, die in unmittelbarer Nähe von $n/\bar{N} \approx 1$ liegen. Aufgrund der Streuung der Bruchlastspielzahlen auf einem Spannungsniveau würde jedoch eine größere Anzahl an Proben benötigt werden, um ausreichend gültige Stichproben zu erhalten. Wie Abbildung 4.20 gibt das zweiparametrische, nichtlineare Modell den Restfestigkeitsverlauf im Vergleich zu den Stichproben der Restfestigkeit am geeignetsten wieder. Das lineare Modell liegt in Bezug auf die Schubrestfestigkeit sowohl in Bezug auf die Stichproben als auch im Vergleich mit den anderen Modellen stets auf der konservativen Seite. Die lineare Modellierung der Querkzugrestfestigkeit führt hingegen zu einer Überschätzung in den ersten Lastzyklen und einer konservativen Abschätzung gegen Ende der Lebensdauer. Das einparametrische nichtlineare Modell bietet auf den ersten Blick kaum Vorzüge für die Beschreibung der Restfestigkeitsfunktion gegenüber dem linearen oder dem zweiparametrischen im Vergleich mit den Restfestigkeitsversuchen. Da in dieser Arbeit die Modellierung der Zwischenfaserbruchkurve zur Berechnung von mehr- und außerachsig beanspruchten Verbunden im Fokus steht, werden die Faserlängszug- und Faserlängsdruckrestfestigkeiten stets über das in den meisten Fällen konservative, lineare Modell beschrieben. Wie in Kapitel 3 näher beschrieben, werden alle Beanspruchungskombinationen der Quer-Längs-Schubspannung und der Querkzug- oder Querkdruckspannung in dem vorgestellten Berechnungsmodell zugelassen. Das Auftreten eines Zwischenfaserbruchs unter dominierendem Querdruck wird allerdings als fataler Schaden deklariert und in dem Berechnungsmodell zum Abbruch der Rechnung führen. Daher wird ebenso die Querkdruckrestfestigkeit stets über das lineare Modell abgemindert, um auf der sicheren Seite abzuschätzen. Tabelle 4.7 fasst alle für die Untersuchungen ermittelten und gewählten Restfestigkeitsparameter zusammen.

α_{\parallel}^{+}	β_{\parallel}^{+}	α_{\parallel}^{-}	β_{\parallel}^{-}	α_{\perp}^{-}	β_{\perp}^{-}
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$\alpha_{0,lin}^{+}$	$\beta_{0,lin}^{+}$	$\alpha_{0,1p}^{+}$	$\beta_{0,1p}^{+}$	$\alpha_{0,2p}^{+}$	$\beta_{0,2p}^{+}$
1.00	1.00	1.04	1.00	0.19	0.32
$\alpha_{90,lin}$	$\beta_{90,lin}$	$\alpha_{90,1p}$	$\beta_{90,1p}$	$\alpha_{90,2p}$	$\beta_{90,2p}$
1.00	1.00	3.67	1.00	0.32	0.17

Tabelle 4.7: Ermittelte und gewählte Restfestigkeitsparameter der unidirektionalen Einzelschicht als Eingangsgrößen für die Modellierung.

5

Analyse des Bruchkurvenmodells auf der Schichtebene

In diesem Kapitel wird die Bruchkurvenmodellierung mit experimentellen Daten von mehrachsig proportional und nichtproportional beanspruchten Einzelschichten im Hinblick auf die Lebensdauer- und Bruchkurvenprognose validiert.

5.1 Mehrachsig proportionale Beanspruchung

Unter der Annahme eines symmetrischen Schub-Lebensdauerdiagramms, bei welchem entsprechend Kapitel 4.2.4 die Lageparameter ($C_{\perp\parallel}^{r=0.1} = C_{\perp\parallel}^{r=10}$) und Neigungsparameter ($k_{\perp\parallel}^{r=0.1} = k_{\perp\parallel}^{r=10}$) im Zug- und Druckbereich identisch sind, liegt bei einachsiger Belastung im Schichtkoordinatensystem immer die proportionale Beanspruchung vor. Im Rahmen mehrachsig stochastischer Beanspruchungen ist eine proportionale Beanspruchung der Spannungskomponenten jedoch der seltene Fall. Im Folgenden wird daher das im letzten Kapitel vorgestellte Bruchkurvenmodell innerhalb des progressiven Schadensmodells bei sowohl mehrachsig proportionalen als auch mehrachsig nichtproportionalen Beanspruchungen mit variierendem Biaxialitätsverhältnis anhand von experimentellen Bruch- und Restfestigkeitsdaten validiert. Die prognostizierten Bruchspannungen entstammen in diesem Kapitel den analytischen Berechnungen an einem repräsentativen Volumenelement (RVE), um das Bruchkurvenmodell in sich geschlossen validieren zu können.

5.1.1 Mehrachsig proportionale Beanspruchung der Einzelschicht

Abbildung 5.1 stellt die prognostizierten Wöhlerkurven im Langzeitfestigkeitsbereich den experimentellen Bruchdaten aus Ermüdungsversuchen der Einzelschicht gegenüber. Dargestellt sind jeweils die zu einer mehrachsigen Beanspruchung mit dem konstantem Biaxialitätswinkel ξ gehörigen Prognosen der Quer- und Schubwöhlerkurven. Es wird eine Beanspruchung mit einem niedrigen Schubanteil bei $\xi = 28^\circ$ und eine Beanspruchung bei erhöhtem Schubanteil $\xi = 58^\circ$ (Konfiguration UD-P01P01X28 und UD-P01P01X58 nach Anhang A.1) herangezogen. Im Vergleich mit den mittleren, experimentellen Bruchdaten liefert das Modell sehr gute Prognosen der Lebensdauer. Es ist zu erkennen, dass die Simulationen für die Beanspruchung mit niedrigem Schubanteil sehr gut mit den mittleren Bruchdaten übereinstimmen und die Prognosen für den hohen Schubanteil etwas konserva-

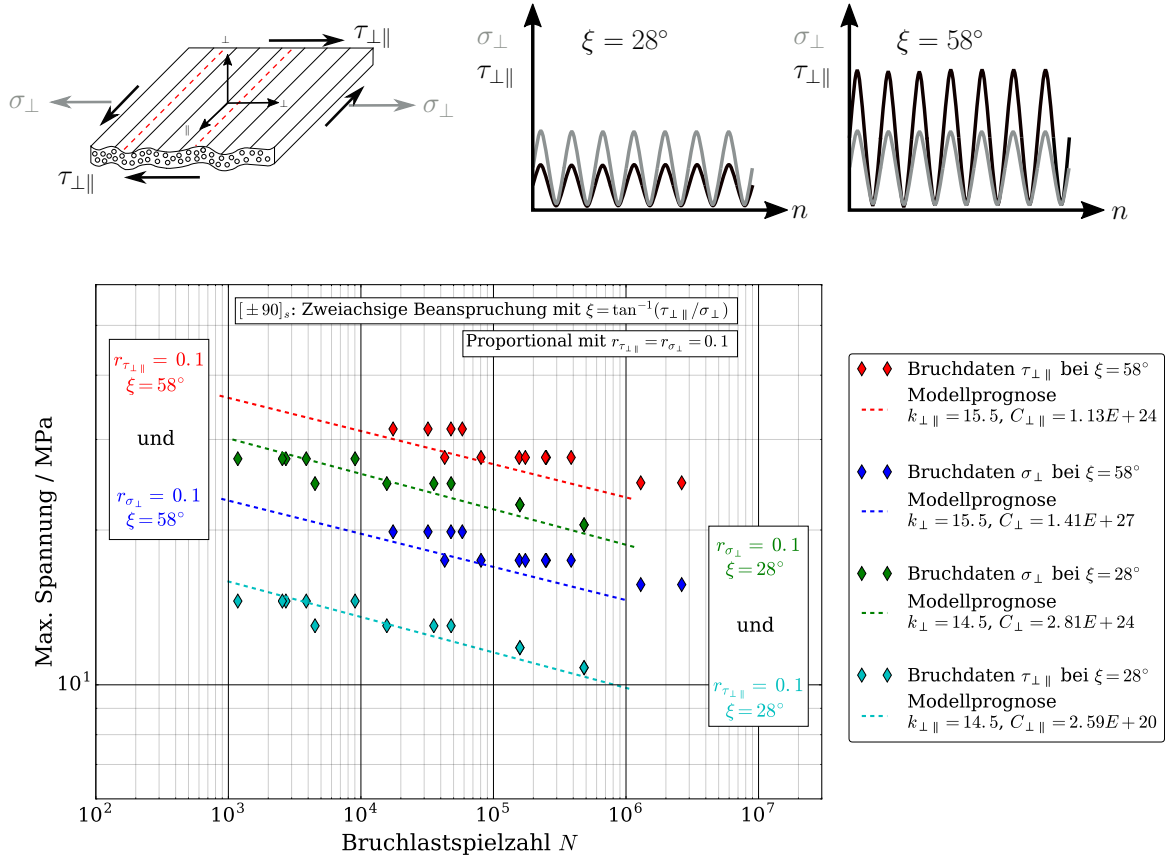


Abbildung 5.1: Zweiachsige Beanspruchung der Einzelschicht mit variierendem Biaxialitätsverhältnis und proportionalem Spannungsverhältnis $r_{\tau_{\perp\parallel}} = r_{\sigma_{\perp}} = 0.1$. In Anlehnung an Darstellungen in [Möl⁺20].

tiver sind als die mittleren Bruchdaten für $\xi = 67^\circ$. Für eine genauere Betrachtung der Güte der Berechnung sind in Abbildung 5.2 die prognostizierten Linien maximaler Querzug- und Schubbeanspruchung über den Biaxialitätswinkel im Vergleich mit den Bruchspannungen der experimentellen 10 %-, 50 %- und 90 %- Wöhlerkurve für $N=10^4$, $N=10^5$ und $N=10^6$ dargestellt. Die 10 %- und 90 %-Wöhlerkurven sind, entsprechend den Erläuterungen in Kapitel 4.2.3, nach der Vorgehensweise im Horizontenverfahren ermittelt. Dadurch können, im Gegensatz zur Auswertung im Perlschnurverfahren, auf jedem Spannungshorizont unterschiedliche Standardabweichungen angegeben werden, so dass die Wöhlerkurven bei unterschiedlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten nicht die selbe Neigung aufweisen. Bei metallischen Werkstoffen zeichnet sich in der Regel eine größer werdende Standardabweichung auf höheren Bruchlastspielzahlen ab. Für die dargestellten Wöhlerkurven unter mehrachsigen Beanspruchungen verringert sich die Standardabweichung dahingegen leicht mit zunehmender Bruchlastspielzahl. Hier muss aber darauf hingewiesen werden, dass in diesem Fall weniger Stichproben auf den niedrigeren Spannungsniveaus (bei hohen Lastspielzahlen) vorliegen. Für eine optimale Darstellung verschiedener Ausfallwöhlerkurven sollte eine ähnliche Anzahl an Proben auf den hohen und niedrigen Horizonten vorhanden sein, was jedoch auch einen erhöhten experimentellen Aufwand erfordert. Nichtsdesto-

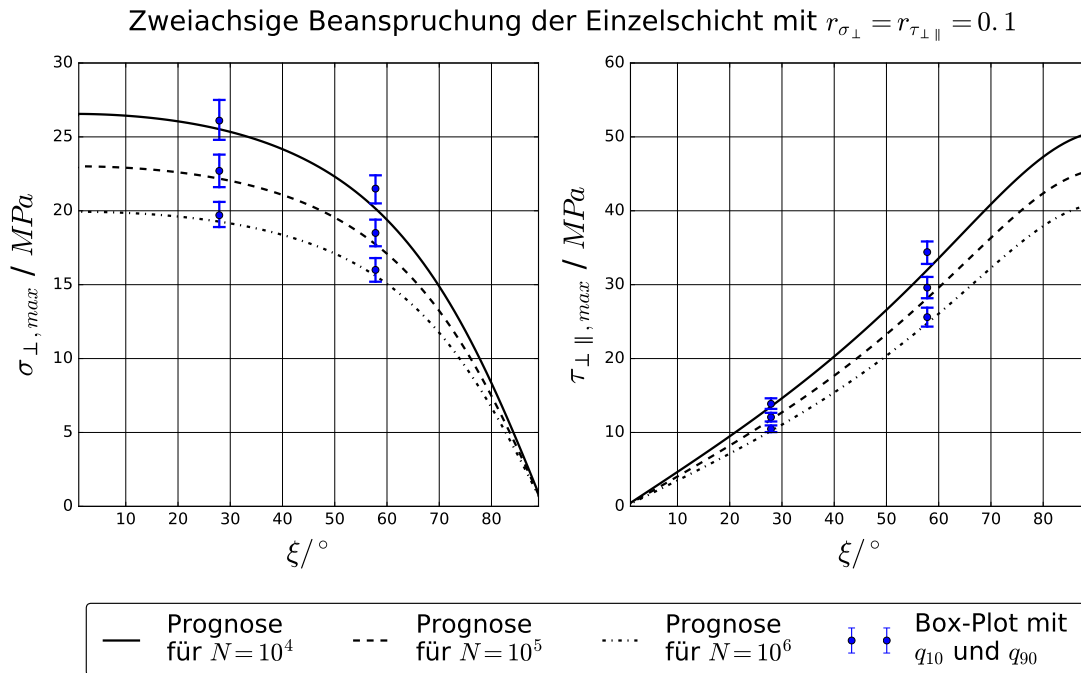


Abbildung 5.2: Zweiachsige Beanspruchung der Einzelschicht bei proportionalem Spannungsverhältnis der Schub- und Querkzugfestigkeit für Linien konstanter Lebensdauern im Vergleich mit experimentellen Ergebnissen. In Anlehnung an Darstellungen in [Möl+20].

trotz gibt Abbildung 5.2 einen guten Überblick bezüglich der Lebensdauerprognosen des Modells im Vergleich mit den experimentellen Bruchdaten der mehrachsigen Beanspruchung der Einzelschicht. Es zeigt sich, dass die Prognosen der Bruchlastspielzahl bezogen auf die 50 %-Wöhlerkurve stets auf der konservativen Seite liegen. Die Prognosen der Querkzug- und Schubwöhlerkurve bei $\xi = 28^\circ$ befinden sich etwas näher an der mittleren Bruchspannung als die Querkzug- und Schubwöhlerkurve bei $\xi = 58^\circ$. Alle Vorhersagen liegen über einen weiten Bereich der Langzeitfestigkeit höher als die Bruchspannungen der 10 %-Wöhlerkurve. Ausschließlich die Prognose für das hohe Spannungsniveau mit $N=10^4$ bei einem hohen Schubanteil ist etwas konservativer als die ermittelte Spannung der 10 %-Wöhlerkurve.

5.1.1.1 Restfestigkeits- und Bruchkurvenanalyse

Für die unidirektionale Schicht findet keine Steifigkeitsdegradation statt, da im Zuge des Zwischenfaserbruchs die Schicht vollständig versagt und die Restfestigkeitsmodelle unabhängig von der Wahl der Restfestigkeitsparameter die Bruchbedingung im letzten Lastspiel erfüllen. Die generierten Prognosen bezüglich der Wöhlerkurven sind für die Einzelschicht daher unabhängig von dem verwendeten Restfestigkeitsmodell. Das gilt für die lastspielweise berechneten Bruchkurven selbstverständlich nicht. Daher wird im nächsten Schritt die Restfestigkeits- und Bruchkurvenanalyse der Einzelschicht näher betrachtet.

Um die Validität der Modelle in Bezug auf die modellierten Bruchkurven zu überprüfen, wird im Folgenden die Ermüdungsbruchkurve infolge einer mittleren Schubbeanspruchung von $\bar{\tau}_{\perp\parallel, \max} = 45,8 \text{ MPa}$ ($\bar{N}_{exp.} = 100.000$ Zyklen bei $r_{\perp\parallel} = konst. = 0,1$) mit den experimentellen Daten nach 25000 Zyklen ($n/\bar{N}_{exp.} = 0,25$) und 75000 Zyklen ($n/\bar{N}_{exp.} = 0,75$) verglichen. Abbildung 5.3 stellt die modellierten Bruchkurven in der $\tau_{\perp\parallel}$, σ_{\perp} - und der $\tau_{\perp\parallel}$, n/N -Ebene für die Verwendung der verschiedenen Restfestigkeitsparameter aus Kapitel 2.3.2.1 dar. In den Abbildungen auf der linken Seite sind die Restfestigkeiten, bzw. die Bruch-

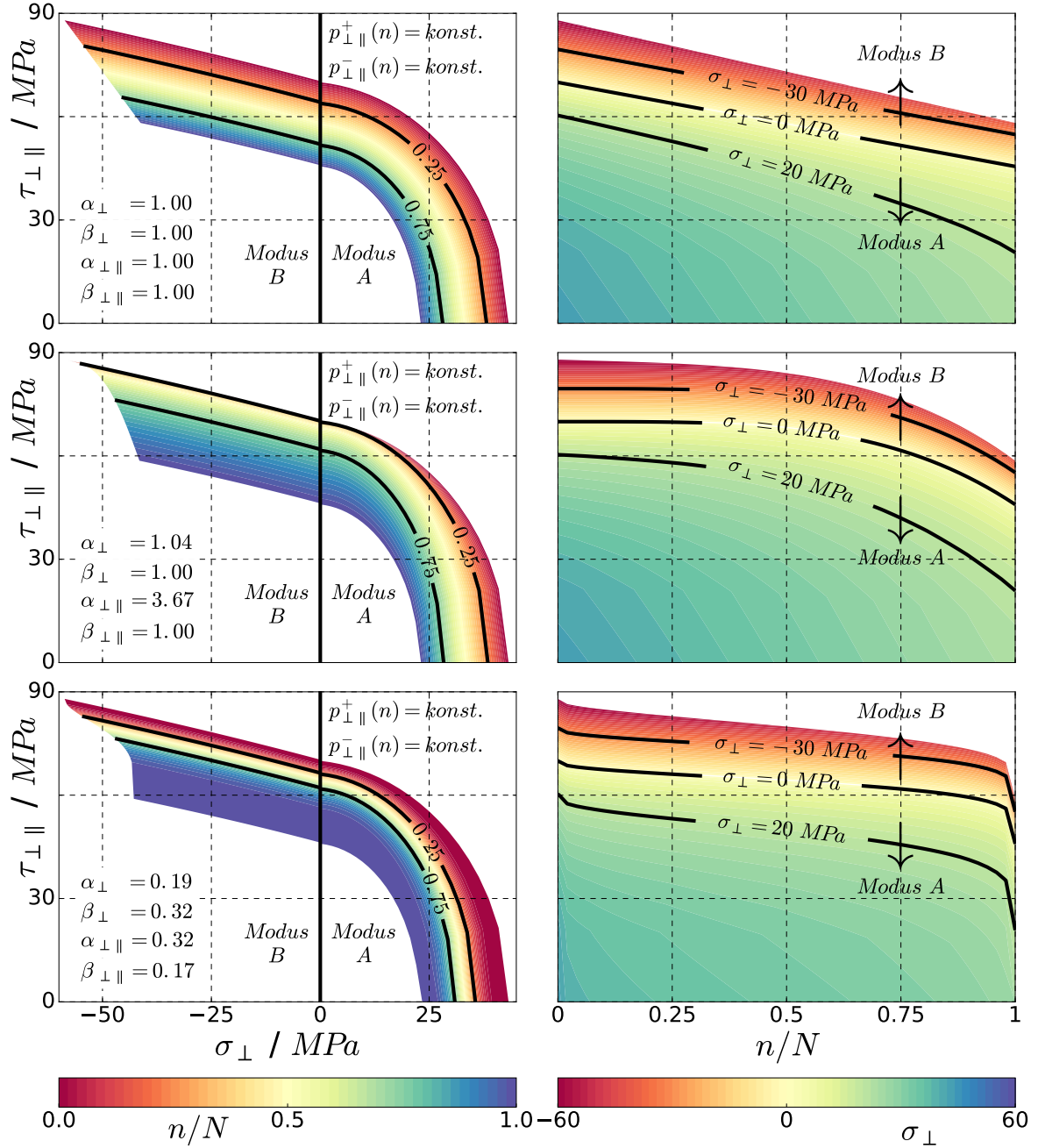


Abbildung 5.3: Vergleich der modellierten Ermüdungsbruchkurven der Einzelschicht infolge einer mittleren Schubbeanspruchung von $\bar{\tau}_{\perp\parallel, \max} = 45,8 \text{ MPa}$ ($r_{\perp\parallel} = 0,1$) nach $n/\bar{N}_{exp.} = 0,25$ und $n/\bar{N}_{exp.} = 0,75$ für verschiedene Restfestigkeitsmodelle. In Anlehnung an Darstellungen in [MBZ19a].

kurven farblich von kleinen Lastspielzahlen (rot) zu hohen Lastspielzahlen (blau) dargestellt. Hierin sind die Bruchkurven für normierte Lebensdauern von $n/\bar{N}_{exp.}=0,25$ und $n/\bar{N}_{exp.}=0,75$ explizit hervorgehoben. Die Abbildungen zeigen die modellierten Bruchkurven bei Verwendung des linearen, des einparametrischen und des zweiparametrischen Modells (von oben nach unten). Die unterschiedlichen Charakteristika der Restfestigkeitsformulierungen werden besonders bei Betrachtung der Fläche zwischen der 25 %- und 75 %-Bruchkurve für das lineare und nichtlineare Modell mit zwei Parametern deutlich. Ist die Fläche zwischen den beiden Bruchkurven besonders gering, erfahren die zugrundeliegenden Restfestigkeiten über einen großen Bereich innerhalb der Lebensdauer nur eine geringfügige Veränderung. Um die Konstruktion der Zwischenfaserbruchkurve über die ξ -Wöhlerkurve im Modus A und Modus B zu validieren, sind in Abbildung 5.4 die Bruchkurven für die Kombinationen der Restfestigkeitsparameter mit den experimentellen Restfestigkeitsdaten für 25 % der mittleren experimentellen Lebensdauer abgebildet. Dargestellt ist die experimentelle, quasi-statische Bruchkurve für $n=1$ mit den ermittelten Bruchkurvenparametern. Wie in Kapitel 4.2.1 beschrieben, werden die Bruchdaten bei $\xi=58^\circ$ und $\xi=111^\circ$ als Eingangsgrößen für die Ermittlung der Neigungsparameter

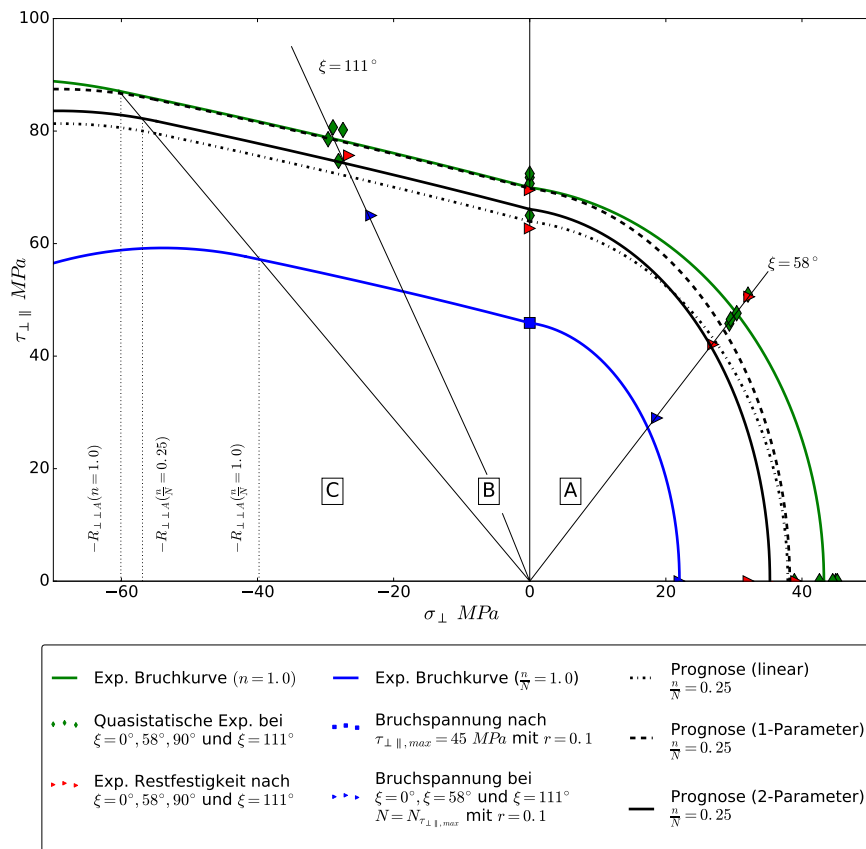


Abbildung 5.4: Ermüdungsbruchkurven für verschiedene Restfestigkeitsparameter nach einer mittleren Schubbeanspruchung von $\bar{\tau}_{\perp \parallel, max} = 45,8$ MPa ($r_{\perp \parallel} = 0,1$) und $n/\bar{N}_{exp.}=0,25$ im Vergleich mit experimentellen Restfestigkeitsdaten.

der quasi-statischen Bruchkurve verwendet. Alle anderen in Abbildung 5.4 abgebildeten Bruchkurven entstammen dem Berechnungsmodell. Die experimentellen Restfestigkeitsdaten bei $\xi=58^\circ$ und $\xi=111^\circ$ dienen daher ausschließlich zur Validierung des Modells. Die Neigungsparameter für das Schadenskriterium nach Puck bleiben an dieser Stelle im Rahmen des Berechnungsmodells auch infolge der Ermüdungsbeanspruchung konstant. Daher ist die Modellierung der Bruchkurve im Bruchmodus B ausschließlich von der Degradation der Schubfestigkeit abhängig (vgl. Gleichung (71) in Kapitel 3.1.3.2). Das nichtlineare Modell mit zwei Parametern (Volllinie) führt zu guten Prognosen bezüglich der Festigkeiten bei $\xi=0^\circ$ und $\xi=90^\circ$ und zu konservativen Prognosen der Bruchkurve im Bruchmodus A bei $\xi=58^\circ$ und Bruchmodus B bei $\xi=111^\circ$. Die Vorhersage auf Basis der nichtlinearen Restfestigkeitsdegradation mit einem Parameter (Strichlinie) überschätzt die Restfestigkeit bei $\xi=0^\circ$, $\xi=90^\circ$ und $\xi=111^\circ$, aber führt zu guten Ergebnissen für $\xi=58^\circ$. Die lineare Modellierung (Punktlinie) führt zu einer Unterschätzung der Schub- und Überschätzung der Querszugrestfestigkeit. Im Gesamtbild zeigen die Modelle keine zu großen Unterschiede im Bereich kleiner Lastspielzahlen. Die Abbildung 5.5 stellt die Bruchkurven für $n/\bar{N}_{exp.}=0,75$ den experimentellen Restfestigkeitswerten gegenüber. Für höhere Lastspielzahlen ergeben

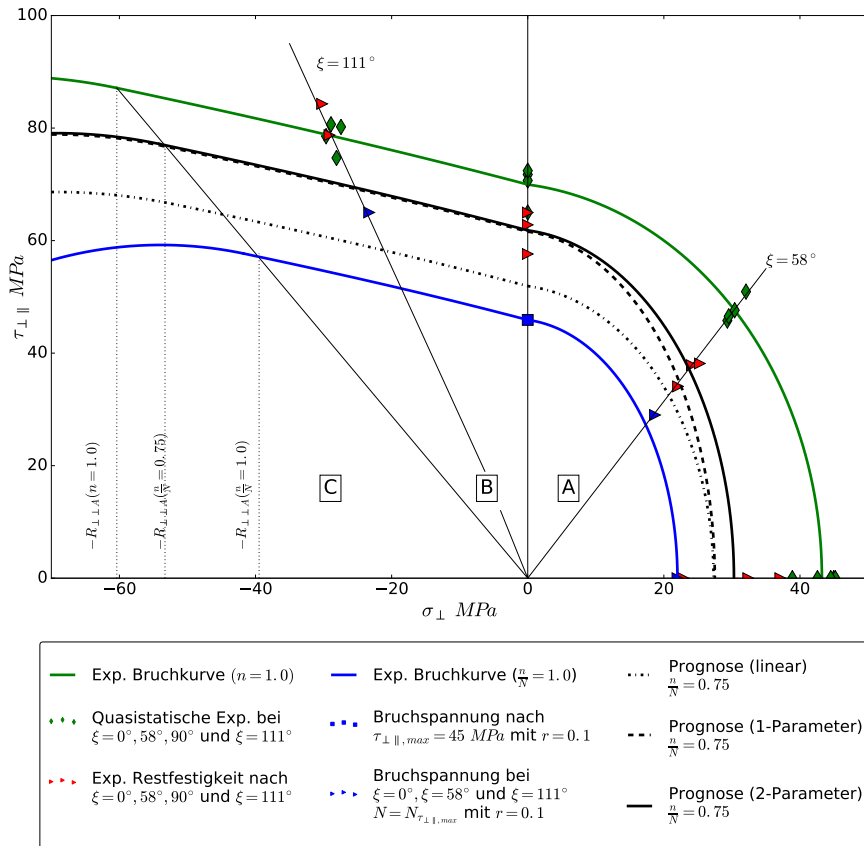


Abbildung 5.5: Ermüdungsbruchkurven für verschiedene Restfestigkeitsparameter nach einer mittleren Schubbeanspruchung von $\bar{\tau}_{\perp\parallel, max} = 45,8 \text{ MPa}$ ($r_{\perp\parallel} = 0, 1$) und $n/\bar{N}_{exp.}=0,75$ im Vergleich mit experimentellen Restfestigkeitsdaten.

sich deutlichere Unterschiede in den Prognosen der Bruchkurven. Die Bruchkurvenmodellierung auf Basis der linearen Restfestigkeitsformulierung führt zu einer in allen Bereichen konservativen Prognose. Wie erwähnt ist die Vorhersage im Bruchmodus B bei konstantem Neigungsparameter $p_{\perp\parallel}^-$ ausschließlich abhängig von dem Schubrestfestigkeitsverlauf. Zum einen findet keine merkliche Degradation der Restfestigkeit bei $\xi=111^\circ$ im Druckbereich statt und zum anderen führt die lineare Reduzierung der Schubrestfestigkeit zu einer extrem konservativen Prognose bei $\xi=90^\circ$. Beides führt in Kombination zu einer deutlichen Unterschätzung der Bruchkurve im Bruchmodus B. Mit Blick auf mehrachsige variable Amplituden mit veränderlichen Biaxialitätsverhältnissen (Lastrichtungswechsel) werden daher die Unterschiede infolge der Restfestigkeitsparameter bei aufeinanderfolgenden Lasten zu kumulierenden Abweichungen in den Lebensdauerprognosen führen.

5.1.1.2 Sensitivität der Bruchkurvenparameter

Wie in Kapitel 3.1.3.4 angemerkt, wird im Folgenden die Sensitivität der Neigungsparameter auf die Ergebnisse der Bruchlastspielzahl und Restfestigkeit erläutert und ein Ansatz zur Berücksichtigung der geringen Restfestigkeitsreduzierung im Bruchmodus B über den Neigungsparameter $p_{\perp\parallel}^-$ aufgezeigt. Bei der Betrachtung der Bruchkurven in den Abbildungen 5.4 und 5.5 bestätigt sich in Bezug auf die Bruchkurvenparameter die Annahme eines konstanten Neigungsparameters $p_{\perp\parallel}^+$ im Bruchmodus A. Die Abbildung 5.6 zeigt die ermittelten Neigungsparameter $p_{\perp\parallel}^+(n)$ bei $n/N=0,25$, $n/N=0,75$ und $n/N=1$ unter Verwendung der experimentellen Restfestigkeiten bei $\xi=0^\circ$, $\xi=58^\circ$ und $\xi=90^\circ$. Die Bruchkurvenparameter nach Ermüdungsbeanspruchung entstammen dem gleichen Prozedere, wie bei der Ermittlung der quasi-statischen Bruchkurven (vgl. Kapitel 4.2.1). Es zeigt sich, dass der Neigungsparameter bei höheren Lastspielzahlen leicht zunimmt, jedoch nicht wesentlich von dem Ursprungswert der quasi-statischen Bruchkurve abweicht.

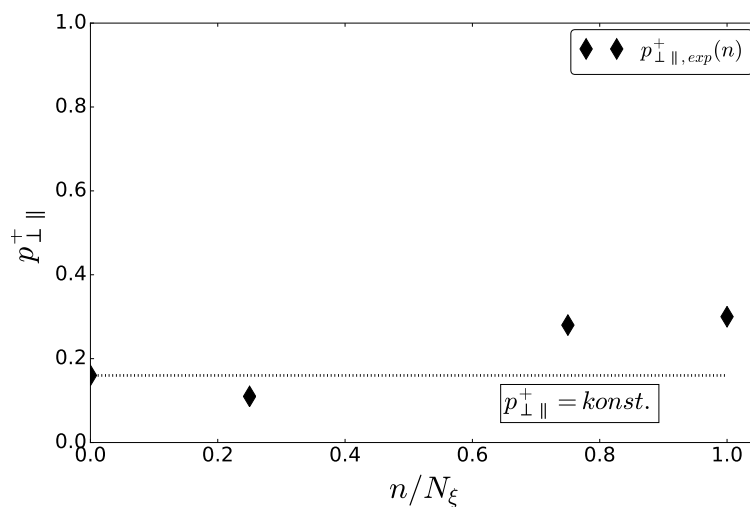


Abbildung 5.6: Ermittlung des Neigungsparameters $p_{\perp\parallel}^+$ im Bruchmodus A unter Verwendung der Restfestigkeitsdaten bei $\xi = 58^\circ$.

Die leichte Reduzierung des Neigungsparameters bei $n/N=0,25$ lässt sich durch die anfänglich nur leichte Degradation der Schubrestfestigkeit bei gleichzeitig bereits stärkerer Degradation der Querkzugrestfestigkeit in den ersten Lastspielen erklären. Die Abbildung 5.7 stellt in diesem Zusammenhang den Einfluss des Neigungsparameters auf die Ergebnisse der Bruchlastspielzahlen und Restfestigkeitsverläufe des Berechnungsmodells dar. Hier ist zu erkennen, dass ein größerer Neigungsparameter zu konservativeren Prognosen führt. Während der Einfluss bei kleinen Biaxialitätsverhältnissen gering ist, nimmt der Einfluss auf die ertragbaren Spannungen bei größeren Schubanteilen zu. Bei näherer Betrachtung der Prognosen für $p_{\perp\parallel}^+=0,1$ und $p_{\perp\parallel}^+=0,3$ ist jedoch auch zu erkennen, dass in diesem Bereich nur ein geringfügiger Einfluss auf die ertragbaren Spannungen über den gesamten Bereich der biaxialen Beanspruchung genommen wird. Als Vergleichswert sind weiterhin die Prognosen für eine deutliche Erhöhung des Neigungsparameters mit $p_{\perp\parallel}^+=0,9$ dargestellt, durch welche eine Verschiebung der prognostizierten Wöhlerkurve in den konservativen Bereich herbeigeführt wird. Aufgrund des geringen Einflusses im Bereich von $0,1 \leq p_{\perp\parallel}^+ \leq 0,3$ ist insgesamt die Annahme eines über die Ermüdungsbeanspruchung konstanten Neigungsparameters im Bruchmodus A sinnvoll. Im Gegensatz dazu muss die Annahme des konstanten Neigungsparameters $p_{\perp\parallel}^-$ im Bruchmodus B bei Betrachtung der Ergebnisse in Abbildung 5.4 und 5.5 hinterfragt werden. Die Ergebnisse liegen zwar

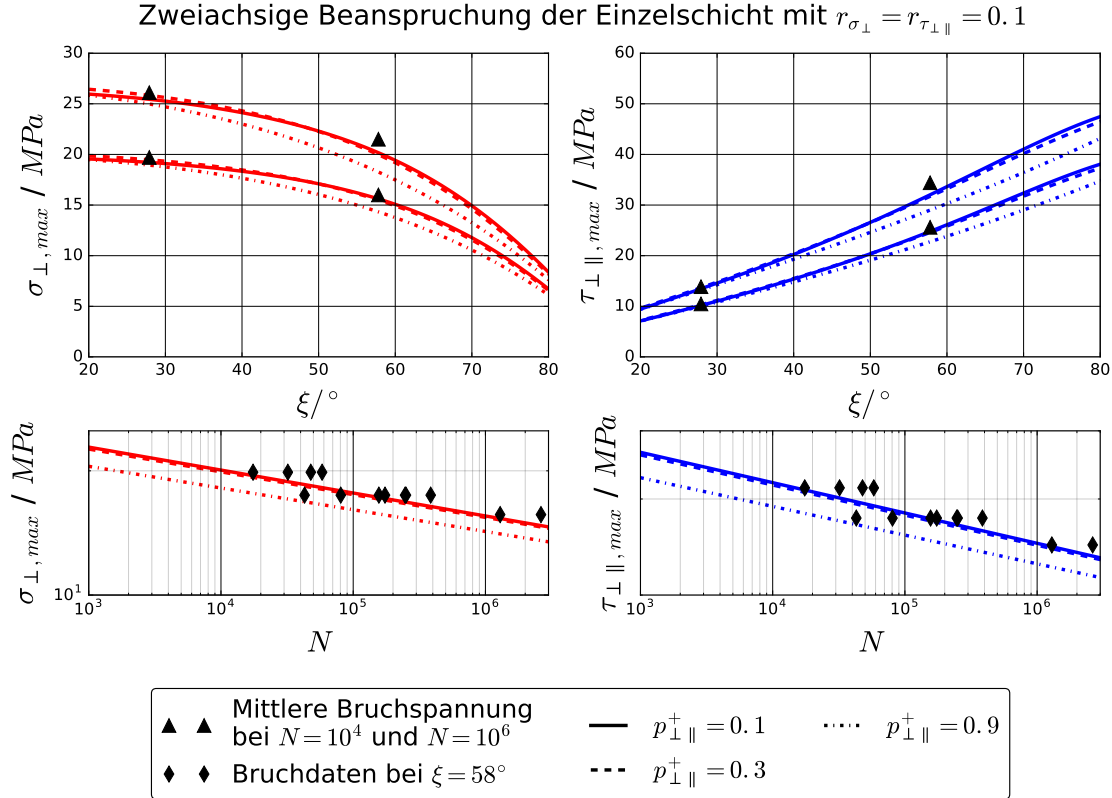


Abbildung 5.7: Oben: Einfluss des Neigungsparameters $p_{\perp\parallel}^+$ im Bruchmodus A auf die maximal ertragbaren Spannungen für $N=10^4$ und $N=10^6$ über den Biaxialitätswinkel. Unten: Einfluss auf die Wöhlerkurven für $\xi = 58^\circ$.

einerseits stets auf der sicheren Seite, sind auf der anderen Seite jedoch besonders bei höheren Lastspielzahlen extrem konservativ. Im Folgenden wird daher ein Ansatz zur Modellierung der Bruchkurve mit veränderlichem Neigungsparameter im Bruchmodus B aufgezeigt, der zu weniger konservativen Ergebnissen führt. Dazu wird die Funktion zur Beschreibung der Neigungsparameter über die normierte Lastspielzahl

$$p_{\perp\parallel}^-(n) = p_{\perp\parallel}^-(N) + (p_{\perp\parallel}^-(N) - p_{\perp\parallel,ini}^-) \cdot \left(1 - \left(\frac{n}{N_\xi}\right)^\mu\right)^\kappa \quad (89)$$

mit den Parametern $p_{\perp\parallel}^-(N)$ bei $n/N=1$ und $p_{\perp\parallel,ini}^-$ bei $n=1$, sowie den Materialparametern μ und κ verwendet. Die Abbildung 5.6 stellt hierzu die Neigungsparameter der experimentellen Bruchkurven auf Basis der ermittelten Restfestigkeiten infolge einer Beanspruchung im Modus A dar. Die Volllinie zeigt den Fit der Funktion an die experimentellen Neigungsparameter. Da die Beschreibung der Bruchkurve im Modus B wesentlich von der Schubrestfestigkeitsfunktion abhängt und gleichzeitig kaum eine Reduzierung der Restfestigkeit im Bruchmodus B stattfindet, würde die Verwendung der gefitteten Neigungsparameterfunktion jedoch teilweise zu einer Erhöhung der ertragbaren Schubspannung bei hohen Biaxialitätsverhältnissen mit zunehmenden Lastspielzahlen und damit zu physikalisch unbegründeten Bruchkurven führen. Das kann vermieden werden, indem die experimentellen Restfestigkeitsdaten sehr nah am Übergang zwischen Bruchmodus B und Bruchmodus C ermittelt werden. Eine weitere Möglichkeit ist, die Neigungsparameterfunktion an maximale Neigungsparameter $p_{\perp\parallel,max}^-(n)$ in Abhängigkeit der jeweiligen Restfestigkeitsfunktion anzugleichen. Dafür wird der maximale Parameter so ermittelt, dass die Veränderung zu keiner Erhöhung der ertragbaren Spannungen mit zunehmenden Lastspielzahlen und damit zu keiner Erhöhung der Bruchwiderstände $\tau_{21,c}(n)$ und $R_{\perp\perp}^A(n)$

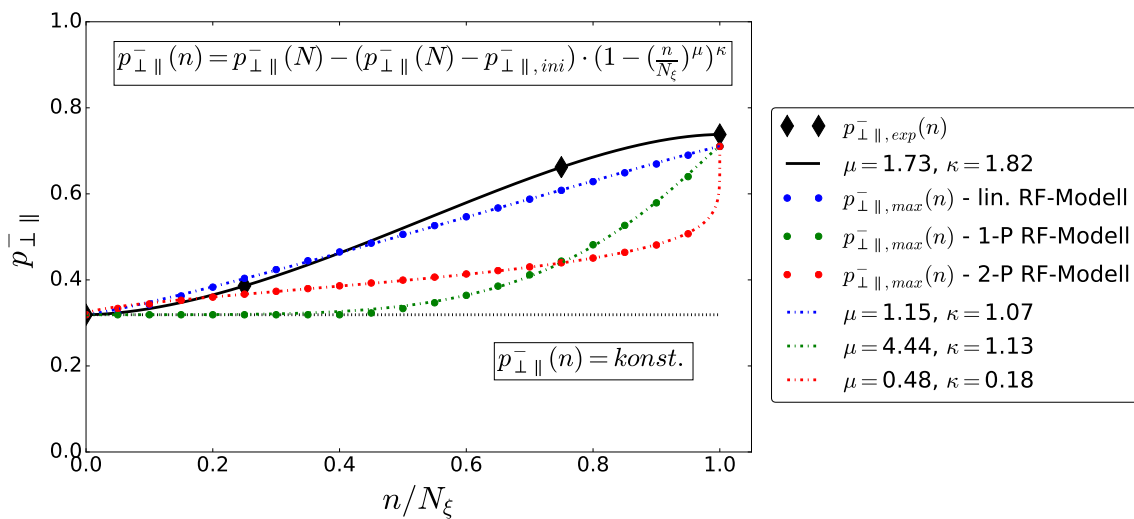


Abbildung 5.8: Neigungsparameterfunktion im Bruchmodus B für die entsprechenden Restfestigkeitsformulierungen im Vergleich mit der experimentellen Funktion unter Verwendung der Restfestigkeitsdaten bei $\xi = 111^\circ$.

führen kann. Da die Bruchwiderstände im Übergangsbereich zu Modus C direkt von den Neigungsparametern abhängig sind, kann der maximale Neigungsparameter

$$p_{\perp\parallel,max}^-(n) = \frac{R_{\perp\parallel}(n) - \tau_{21,c}}{R_{\perp\perp}^A} \quad (90)$$

im ersten Schritt in Abhängigkeit der Schubrestfestigkeit $R_{\perp\parallel}(n)$ und der Bruchwiderstände $\tau_{21,c}$ und $R_{\perp\perp}^A$ der statischen Bruchkurve berechnet werden. Die so ermittelten Neigungsparameterfunktionen benötigen keinen experimentellen Input und sind in Abbildung 5.8 dem experimentellen Verlauf auf Basis der Restfestigkeitsdaten gegenübergestellt. Die Funktionen auf Basis des maximalen Neigungsparameters (Punktlinien) sollten sich unterhalb der experimentellen Funktion (Volllinie) befinden, um im Bezug auf die Restfestigkeitswerte auf der konservativen Seite zu liegen. Abbildung 5.9 stellt die Bruchkurven bei Verwendung eines über die Lastspielzahl veränderlichen Neigungsparameters $p_{\perp\parallel,max}^-(n)$ mit den Funktionsparametern für die jeweilige Formulierung am Beispiel der linearen und zweiparametrischen Restfestigkeitsreduzierung dar. Zum Vergleich sind in Abbildung 5.9 zusätzlich die experimentellen Festigkeitswerte bei $n=1$, $n/N=0,25$, $n/N=0,75$ und $n/N=1$ für $\xi=111^\circ$ abgebildet. Es zeigt sich, dass unter Berücksichtigung eines veränderlichen Neigungsparameters im Bruchmodus B die Prognosen verbessert werden können.

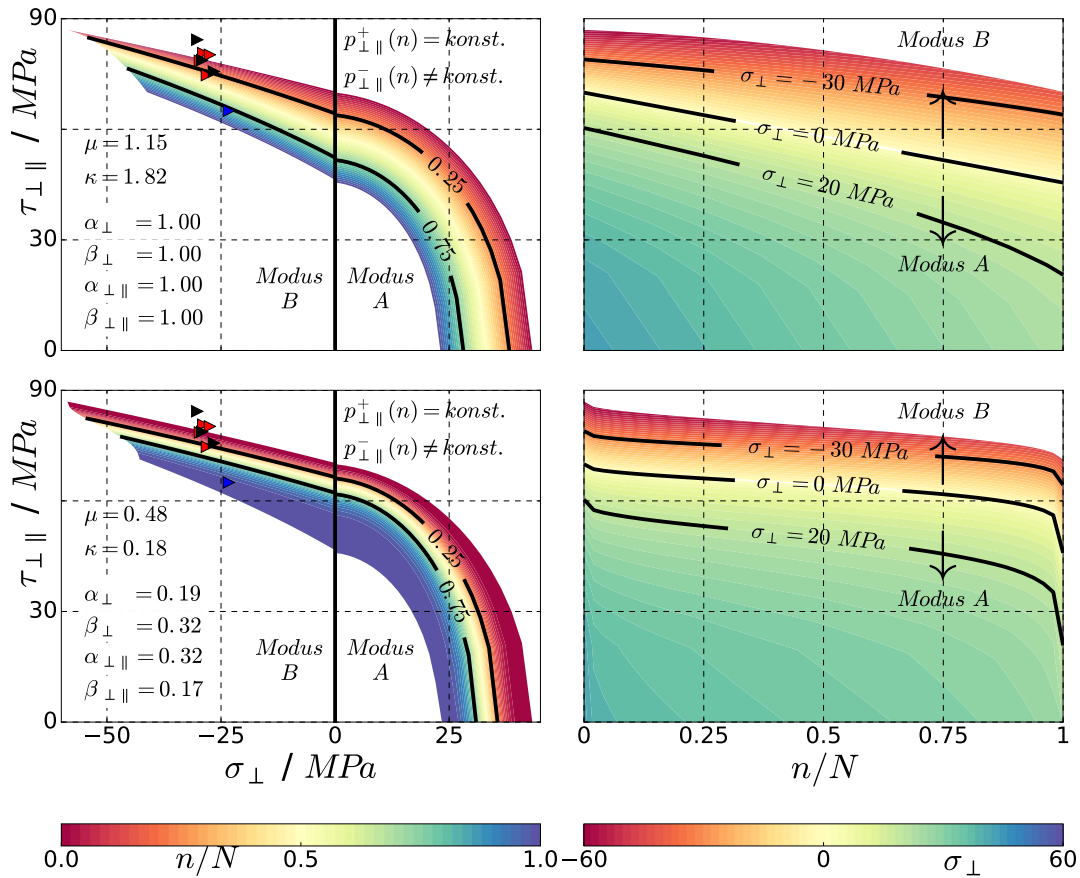


Abbildung 5.9: Vergleich der Bruchkurven bei veränderlichem Neigungsparameter $p_{\perp\parallel,max}^-$ im Vergleich mit den experimentellen Restfestigkeitsdaten bei $\xi = 111^\circ$.

Trotzdem werden auch hier weiterhin sehr konservative Ergebnisse erzielt. Aufgrund des großen Einflusses der Schubrestfestigkeit in der Bruchkurvenformulierung für Bruchmodus B, ist die Restfestigkeitsformulierung weiterhin dominant in der Beschreibung der Bruchkurve im mittleren Lastspielzahlbereich von $n/N=0,25$ bis $n/N=0,75$. Dadurch bleibt auch bei Verwendung der Neigungsparameterfunktion das lineare Restfestigkeitsmodell weiterhin sehr konservativ bei der Berechnung der Restfestigkeiten. Im Bezug auf die Bruchlastspielzahl liefern beide Varianten für die unidirektionale Schicht die gleichen Prognosen. Die Abbildung 5.10 stellt die prognostizierten Wöhlerkurven im Bruchmodus B für $\xi=111^\circ$ mit konstantem und variierendem Neigungsparameter $p_{\perp\parallel,max}^-$ dar. Während das Modell mit konstanten Neigungsparametern unabhängig von der Wahl der Restfestigkeitsparameter zu guten Prognosen im Bereich der Kurzzeitfestigkeit führt, wird die Bruchlastspielzahl bei hohen Lastspielzahlen um etwa 2 Dekaden unterschätzt. Die Neigung der Wöhlerkurve wird also im Allgemeinen niedriger eingeschätzt, so dass sich bei hohen Bruchlastspielzahlen sehr konservative Prognosen ergeben. Bei Berücksichtigung der Zunahme des Neigungsparameters $p_{\perp\parallel,max}^-(n/N_\xi)$ bleiben die Prognosen im Bruchmodus B weiterhin deutlich konservativ, aber erzielen bei hohen Lastspielzahlen bessere Ergebnisse. Aufgrund des im Endeffekt nur geringen Einflusses auf die Berechnungen der Bruchlastspielzahl im Modus B, wird im weiteren Verlauf der Untersuchungen die Verwendung konstanter Neigungsparameter innerhalb des Berechnungsmodells beibehalten (vgl. quasi-homothetisches Bruchkurvenmodell in Kapitel 3.1.3.4).

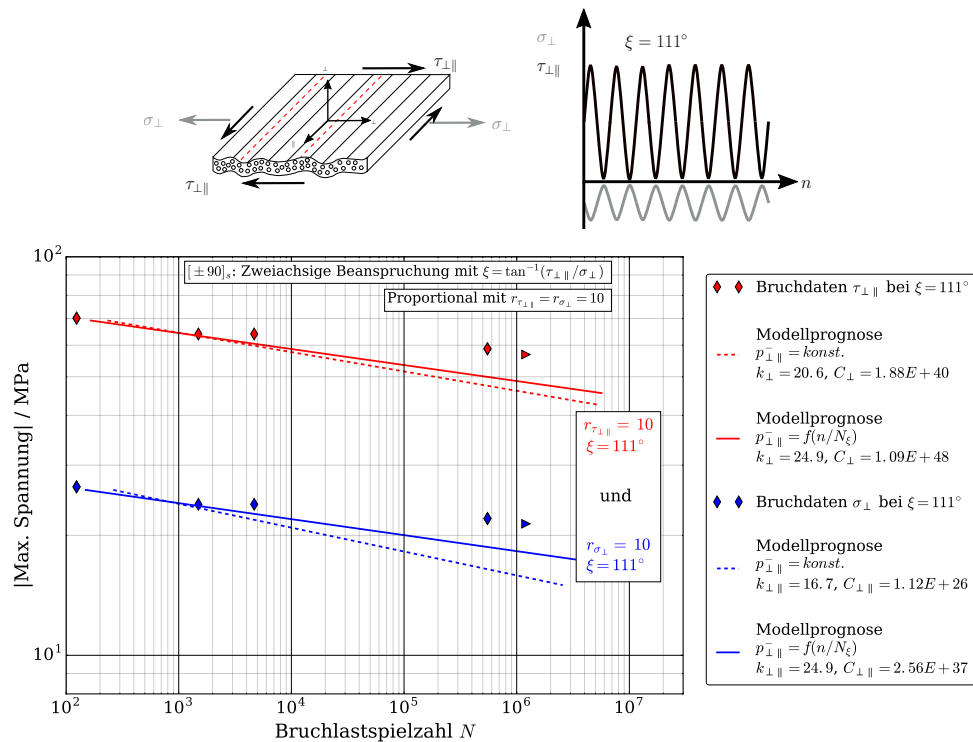


Abbildung 5.10: Zweiachsige Beanspruchung der unidirektionalen Schicht im Bruchmodus B mit $r_{\tau_{\perp\parallel}} = r_{\sigma_{\perp}} = 10$ für $\xi = 111^\circ$.

5.1.2 Mehrachsig nichtproportionale Beanspruchung der Einzelschicht

Im Folgenden werden die Untersuchungen des Berechnungsmodells auf mehrachsig nichtproportionale Beanspruchungen ausgeweitet. Im Fokus steht die Überlagerung einer wechselnden Querbeanspruchung mit einem Spannungsverhältnis von $r=-1$ bei gleichzeitig schwelloser Schubbeanspruchung mit einem Spannungsverhältnis von $r=0,5$. Dargestellt sind jeweils die zu einer mehrachsigen Beanspruchung mit dem konstantem Biaxialitätswinkel ξ gehörigen Prognosen der Quer- und Schubwöhlerkurven. Es wird eine Beanspruchung mit einem niedrigen Schubanteil bei $\xi=28^\circ$ und eine Beanspruchung bei erhöhtem Schubanteil $\xi=58^\circ$ (Konfiguration UD-M1P05X28 und UD-M1P05X58 - vgl. Anhang A.1) herangezogen.

5.1.2.1 Modellprognose mit experimenteller Schubwöhlerkurve

Abbildung 5.11 stellt die prognostizierten Wöhlerkurven den experimentellen Bruchdaten aus Ermüdungsversuchen gegenüber. Bei direkter Verwendung der experimentellen Schubwöhlerkurve bei $r=0.5$ als Eingangsgröße, ergibt sich bezüglich der Wöhlerkurven ein vergleichbares Bild wie in Abbildung 5.1 für die proportionalen Beanspruchungen. Die prognostizierten Bruchlastspielzahlen für die mehrachsige Beanspruchung mit geringen

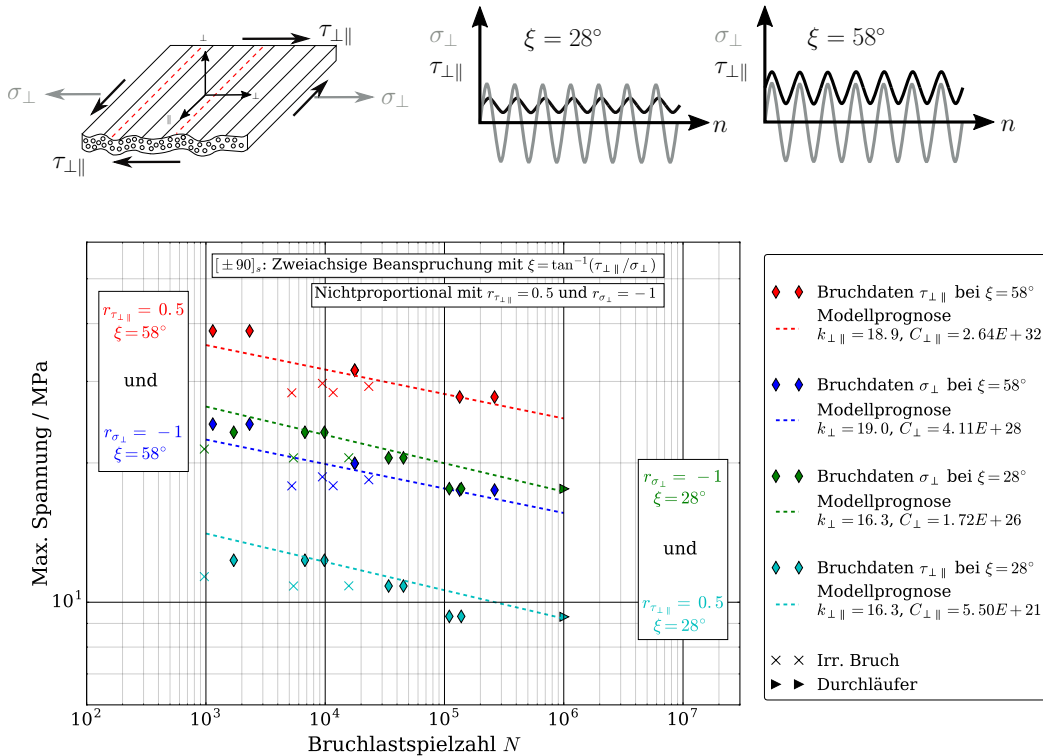


Abbildung 5.11: Zweiachsigen Beanspruchung der unidirektionalen Schicht bei nichtproportionalem Spannungsverhältnis $r_{\tau_{\perp\parallel}} = 0.5$ und $r_{\sigma_{\perp}} = -1$.

Schubanteilen bei $\xi = 28^\circ$ stimmen sehr gut mit den experimentellen Daten überein. Die Bruchlastspielzahlen für Beanspruchungen mit $\xi = 58^\circ$ werden leicht unterschätzt und befinden sich damit auf der sicheren Seite. Das Beanspruchungszenario mit einer Überlagerung wechselnder Querbeanspruchung und schwellender Schubbeanspruchung führt bei der verwendeten Probengeometrie (vgl. Kapitel 4.1) zu vermehrten frühzeitigen Brüchen im näheren Bereich der Einspannung. Die Bruchdaten der nicht gewerteten Bruchlastspielzahlen sind in Abbildung 5.11 dennoch als „irreguläre Brüche“ (Markierung: „x“) aufgeführt. Abbildung 5.12 zeigt die modellierten Bruchkurven bei nichtproportionaler Be-

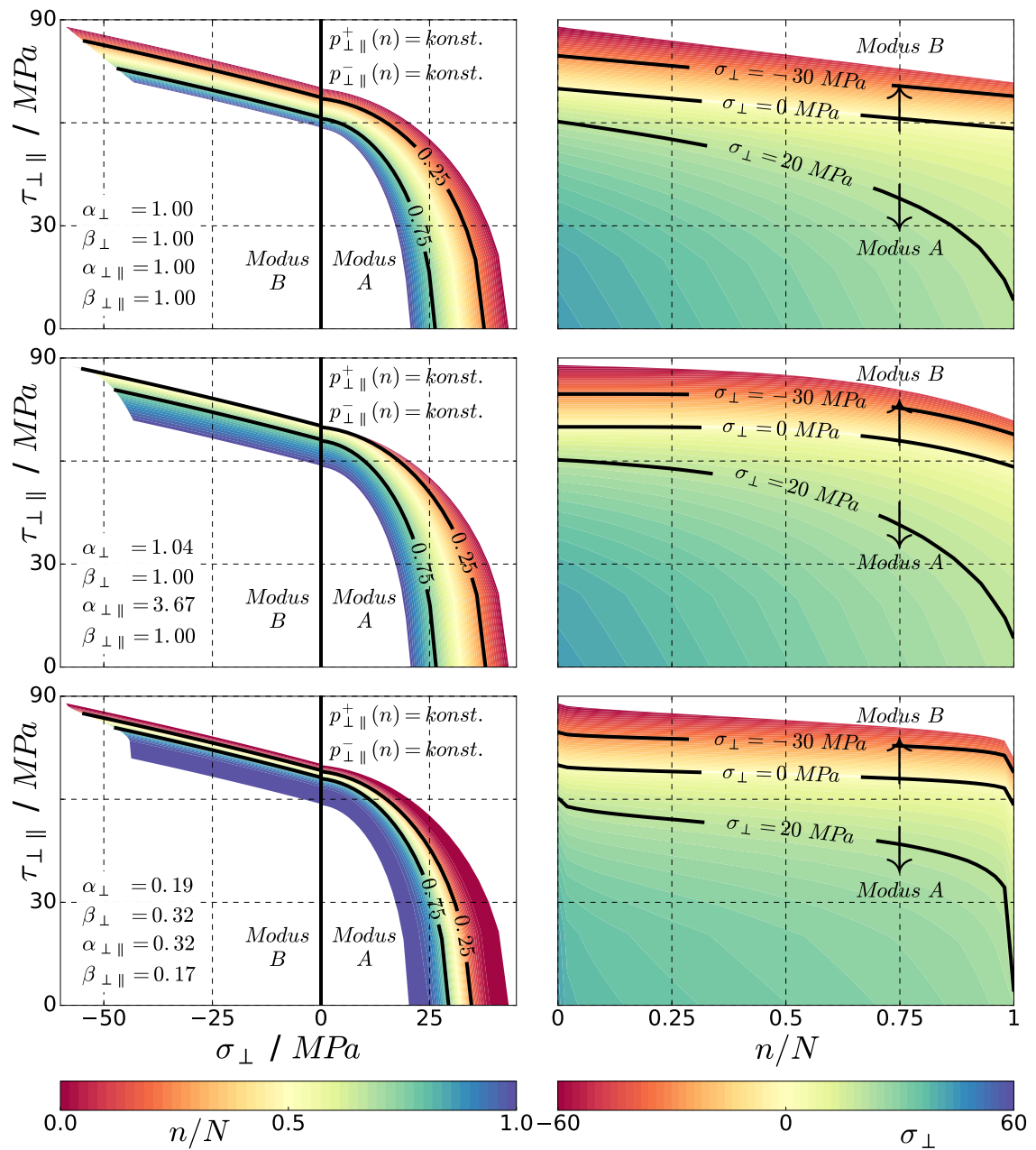


Abbildung 5.12: Vergleich der modellierten Ermüdungsbruchkurven infolge einer mittleren Beanspruchung von $\bar{\sigma}_{\perp, \max} = 19,3 \text{ MPa}$ ($r_{\perp||} = -1$) und $\bar{\tau}_{\perp||, \max} = 10,2 \text{ MPa}$ ($r_{\perp||} = 0,5$).

anspruchung für die verschiedenen Restfestigkeitsformulierungen. Die Bruchkurven sind am Beispiel der mehrachsigen Beanspruchung mit $\bar{\sigma}_{\perp, \max} = 19,3 \text{ MPa}$ bei einem Spannungsverhältnis von $r_{\perp} = -1$ und $\bar{\tau}_{\perp \parallel, \max} = 10,2 \text{ MPa}$ bei einem Spannungsverhältnis von $r_{\perp \parallel} = 0,5$ für die verschiedenen Restfestigkeitsmodelle dargestellt. Als Eingangsgröße für die Validierung des Modells ist die in Kapitel 4.2.3 aufgeführte experimentelle Schubwöhlerkurve für ein Spannungsverhältnis von $r_{\perp \parallel} = 0,5$ mit $k_{\perp \parallel} = 38,4$ und $C_{\perp \parallel} = 6,39 \cdot 10^7$ verwendet.

5.1.2.2 Modellprognose mit extrapolierte Schubwöhlerkurve

Besonders im Hinblick auf stochastische Beanspruchungen rückt für die variierenden Spannungsverhältnisse die Extrapolation der Eingangs-Wöhlerkurven aus den jeweiligen Lebensdauerdiagrammen in den Vordergrund. Wie bereits erwähnt ist die Schubwöhlerkurve bei $r_{\perp \parallel} = 0,5$, wenn auch in Kapitel 4.2.3 experimentell ermittelt, nicht als generelle Eingangsgröße für die Lebensdauerberechnung vorgesehen. Daher ist im Folgenden der Einfluss der Wöhlerkurvenextrapolation im Zugschwellbereich des Lebensdauerdiagramms (vgl. Kapitel 2.2.1.2) auf das Bruchkurvenmodell am Beispiel der Schubwöhlerkurve dargestellt. Abbildung 5.13 zeigt den Einfluss des linearen, stückweise linearen (SWL) und stückweise nichtlinearen Lebensdauerdiagramms (SWNL) auf die prognostizierten Wöhlerkurven unter mehrachsiger Beanspruchung mit $r_{\perp} = -1$ und $r_{\perp \parallel} = 0,5$. Da der Einfluss der Schubwöhlerkurve bei höheren Biaxialitätsverhältnissen größer ist, ist in diesem Fall die Wöhlerkurve bei $\xi = 58^\circ$ detaillierter dargestellt. Dargestellt sind zum einen die Bruchdaten aus den mehrachsigen Ermüdungsprüfungen und zum anderen ausschließlich simulierte mehrachsige Wöhlerkurven unter Verwendung der experimentel-

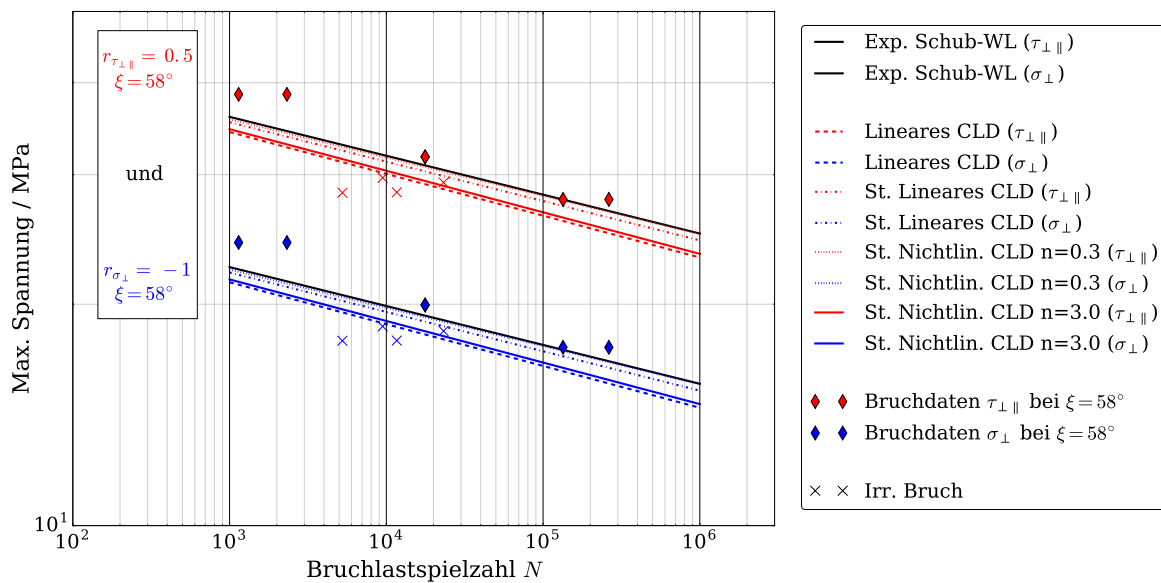


Abbildung 5.13: Einfluss der Extrapolation der Schubwöhlerkurve auf die prognostizierten Wöhlerkurven der nichtproportional beanspruchten UD-Schicht.

len und der extrapolierten Schubwöhlerkurven. Es zeigt sich, dass sowohl das lineare als auch das im Zugschwellbereich konvex gekrümmte, stückweise nichtlineare ($n=3.0$) Schub-Lebensdauerdiagramm eine Verschiebung der prognostizierten Wöhlerkurven in den konservativen Bereich bewirken. Hier liegen die Prognosen der Bruchlastspielzahlen knapp eine Dekade unterhalb der mittleren Bruchlastspielzahlen der 50 %-Wöhlerkurve. In Bezug auf die Prognosen bei Verwendung der experimentellen Schubwöhlerkurve bei $r_{\perp\parallel} = 0,5$ als Eingangsgröße, führen das stückweise lineare und das im Zugschwellbereich konkav gekrümmte, stückweise nichtlineare ($n=0.3$) Schub-Lebensdauerdiagramm zu den besten Prognosen im Vergleich mit den experimentellen Bruchdaten in Abbildung 5.13. Die Abbildung 5.14 stellt den Einfluss der CLD-Extrapolation auf die erhaltenen Bruchkurven

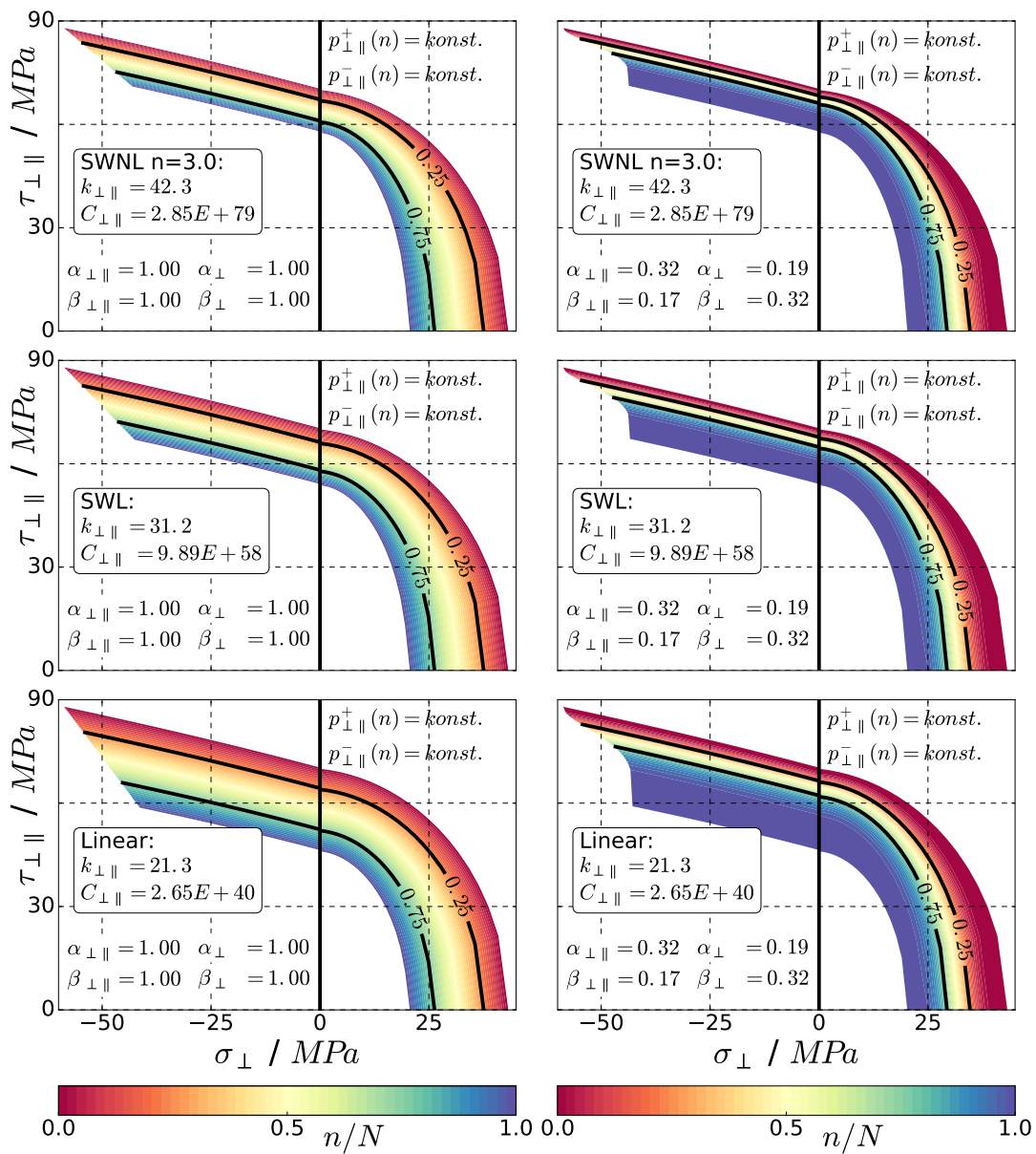


Abbildung 5.14: Bruchkurven bei nichtproportionaler Beanspruchung für extrapolierte Schubwöhlerkurven. Links: Lineares Restfestigkeitsmodell. Rechts: Nichtlineares Restfestigkeitsmodell.

und damit auf die Restfestigkeiten unter mehrachsiger nichtproportionaler Beanspruchung dar. Aufgrund der Symmetrie des Schub-Lebensdauerdiagramms empfiehlt es sich daher bei Verfügbarkeit einer Wechsel-Schubwöhlerkurve auf das konservative lineare CLD und bei Verfügbarkeit einer weiteren Zugschwellwöhlerkurve auf das stückweise lineare CLD zurückzugreifen.

Analyse des Bruchkurvenmodells im Mehrschichtverbund

In diesem Kapitel wird das vorgestellte Bruchkurvenmodell in der schichtenweisen Lebensdauerberechnung mit experimentellen Daten von mehrachsiger proportional und nichtproportional beanspruchten multidirektionalen Verbunden validiert. Mit Blick auf mehrachsige stochastische Beanspruchungen werden die Einflüsse der CLD-Extrapolation in den einzelnen Schichten auf die mehrachsigen Wöhlerkurven detailliert analysiert.

6.1 Mehrachsige Beanspruchung des Verbunds

Im letzten Kapitel wurde gezeigt, dass die schichtenweise Lebensdauerberechnung mit dem Bruchkurvenmodell auf Basis der mehrachsigen ξ -Wöhlerkurven für mehrachsige proportionale und nichtproportionale Beanspruchungen an unidirektionalen Einzelschichten zu guten Prognosen der Bruchlastspielzahlen führen. Im Folgenden werden die Berechnungen auf mehrlagige Verbunde übertragen. Neben der Bruchkurvenmodellierung, welche im Wesentlichen für die Berechnungen der ersten auftretenden Zwischenfaserbrüche entscheidend ist, spielt im Gegensatz zu den Einzelschichten für die mehrlagigen Verbunde auch die in Kapitel 3.1.4 beschriebene Steifigkeitsdegradation aufgrund der anschließenden Spannungsumlagerungen eine bedeutende Rolle. Während starke Steifigkeitsdegradationen dazu führen, dass die umgelagerten Spannungen in den Nachbarschichten sehr groß werden, ziehen zu schwache Reduzierungen der Steifigkeit möglicherweise eine deutliche Überschätzung des Verbundes nach sich. An dieser Stelle wird das Verhalten der eingebetteten Einzelschicht bei Überanstrengung mit den Abminderungsfunktionen für die Elastizitätsgrößen E_{\perp} und $G_{\perp\parallel}$ in Anlehnung an Schürmann [Sch07] (vgl. Kapitel 3.1.4) verwendet. Abbildung 6.1 verdeutlicht die Beanspruchungssituation der einzelnen Schichten in einem Mehrschichtverbund mit dem Lagenaufbau $[90/\pm 70]_s$ bei reiner Torsions-, reiner Axialzug- und kombinierter Zug-Torsionsbelastung. Es wird ein außerachsig beanspruchter Verbund für die experimentellen Untersuchungen gewählt, bei welchem die Faserlängsspannungen für die untersuchten Belastungen in allen Schichten sehr gering im Vergleich zu den jeweiligen Längszug- und Längsdruckfestigkeiten bleiben. Auf diese Weise findet noch keine Abschwächung der Bruchkurve aufgrund hoher Längsspannungen statt (vgl. Abbildung 3.6 in Kapitel 3.1.3.1), sodass die Modellierung der Zwischenfaserbruchkurve die zentrale Stellung in der Berechnung der Verbund-Wöhlerkurven einnimmt. Abbildung

6.1 verdeutlicht die Komplexität der Lebensdauerberechnung von Mehrschichtverbunden im Hinblick auf mehrachsig stochastische Ermüdungsbelastungen, da alle in Kapitel 2.4 beschriebenen Phänomene in den Einzelschichten unterschiedlich zu tragen kommen können. Um die Einflüsse genauer identifizieren zu können werden im Folgenden zunächst die Simulationsergebnisse der Verbund-Wöhlerkurven bei mehrachsig proportionalen und im Anschluss bei mehrachsig nichtproportionalen Ermüdungsbelastungen analysiert. Bei Verwendung eines zur Mittelspannung symmetrischen Schub-Lebensdauerdiagramms (z.B. $\tau_{\perp\parallel, \max}(N, r_{\perp\parallel} = 0.1) = \tau_{\perp\parallel, \max}(N, r_{\perp\parallel} = 10)$) liegt bei proportionaler Ermüdungsbelastung in den einzelnen Schichten auch eine proportionale Beanspruchung vor.

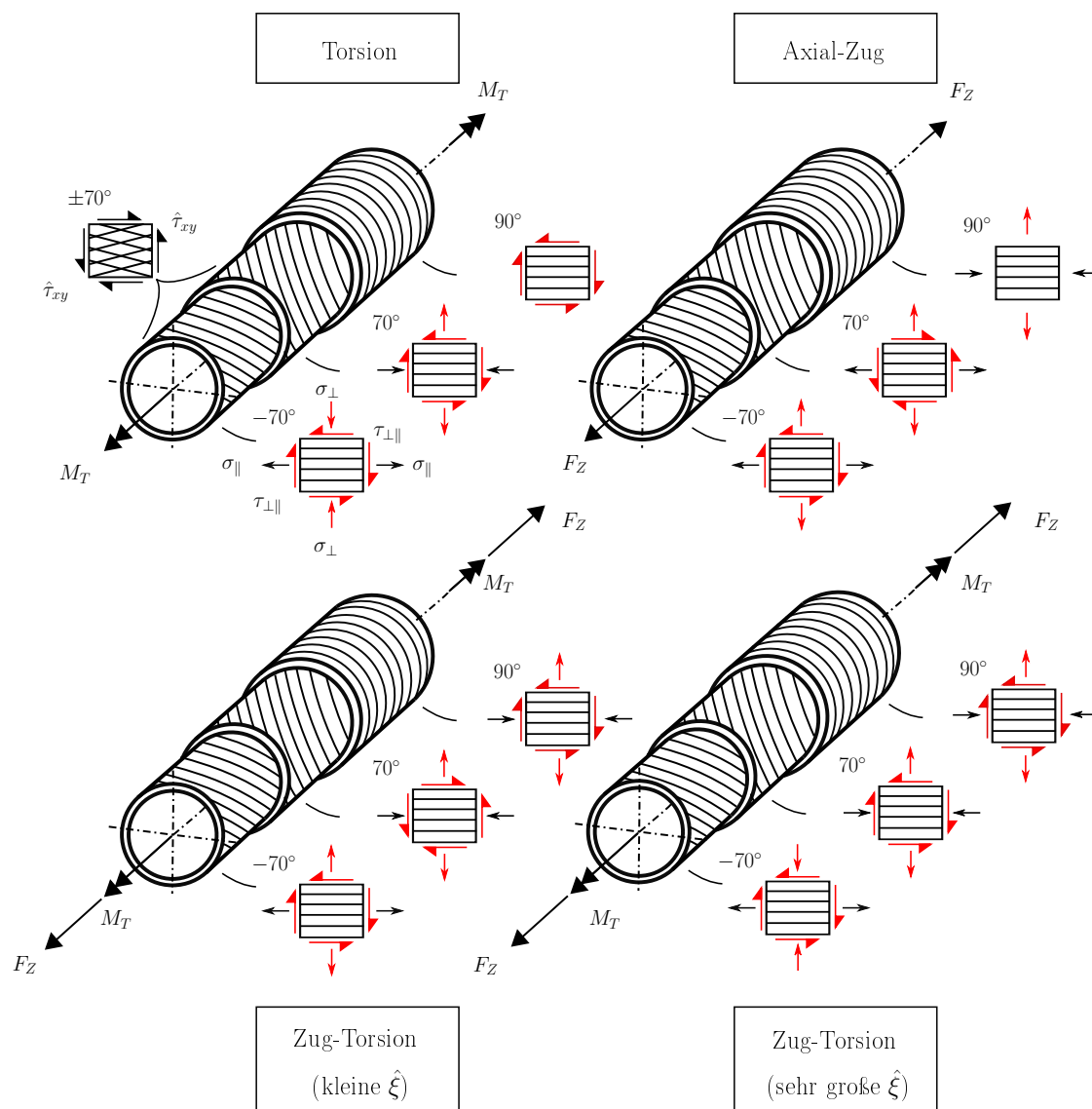


Abbildung 6.1: Darstellung der Beanspruchungszustände der eingebetteten Schichten in den Mehrschichtverbundrohren mit dem Lagenaufbau $[90/\pm 70]_s$ bei reiner Torsions-, reiner Axialzug- und kombinierter Zug-Torsionsbelastung. Dargestellt ist nur die Hälfte des symmetrischen Gesamtlagenaufbaus.

6.1.1 Mehrachsiger proportionale Beanspruchung

Abbildung 6.2 stellt im ersten Schritt die Ergebnisse für einen ausgeglichenen Winkelverbund mit der Verbundarchitektur $[\pm 70]_s$ bei globalen Biaxialitätswinkeln der äußeren Belastung von $\hat{\xi} = 19^\circ$ und $\hat{\xi} = 49^\circ$ (Anhang A.1: AWW-P01P01X19 und AWW-P01P01X49) in Anlehnung an erste Darstellungen in [MBZ19b] dar. Die tatsächlichen lokalen Biaxialitätsverhältnisse der Beanspruchung innerhalb der einzelnen Schichten, welche für die Bruchkurvenmodellierung auf der Schichtebene ausschlaggebend sind, entsprechen bei einem Mehrschichtverbund nicht den Biaxialitätsverhältnissen der äußeren Belastung ($\hat{\xi} \neq \xi_{+70} \neq \xi_{-70}$). Sobald im Zuge der zyklischen Beanspruchung der erste Zwischenfaserbruch auftritt und die anschließende Steifigkeitsdegradation eine Spannungsumlagerung hervorruft, folgt als Konsequenz auch eine Änderung der lokalen Biaxialitätswinkel der einzelnen Schichten. Da das Bruchkurvenmodell von den Biaxialitätsverhältnissen abhängt, ändert sich mit zunehmender Lastspielzahl und fortschreitender Degradation ein wesentlicher Parameter für die Modellierung der Bruchkurve. Zu Beginn der zyklischen Beanspruchung liegen für $\hat{\xi} = 19^\circ$ lokale Biaxialitätswinkel von $\xi_{+70} = 28,0^\circ$ und $\xi_{-70} = 17,7^\circ$ und für $\hat{\xi} = 49^\circ$ lokale Biaxialitätswinkel von $\xi_{+70} = 37,5^\circ$ und $\xi_{-70} = 8,8^\circ$ vor. Im Gegensatz zu der Validierung der mehrachsiger beanspruchten unidirektionalen

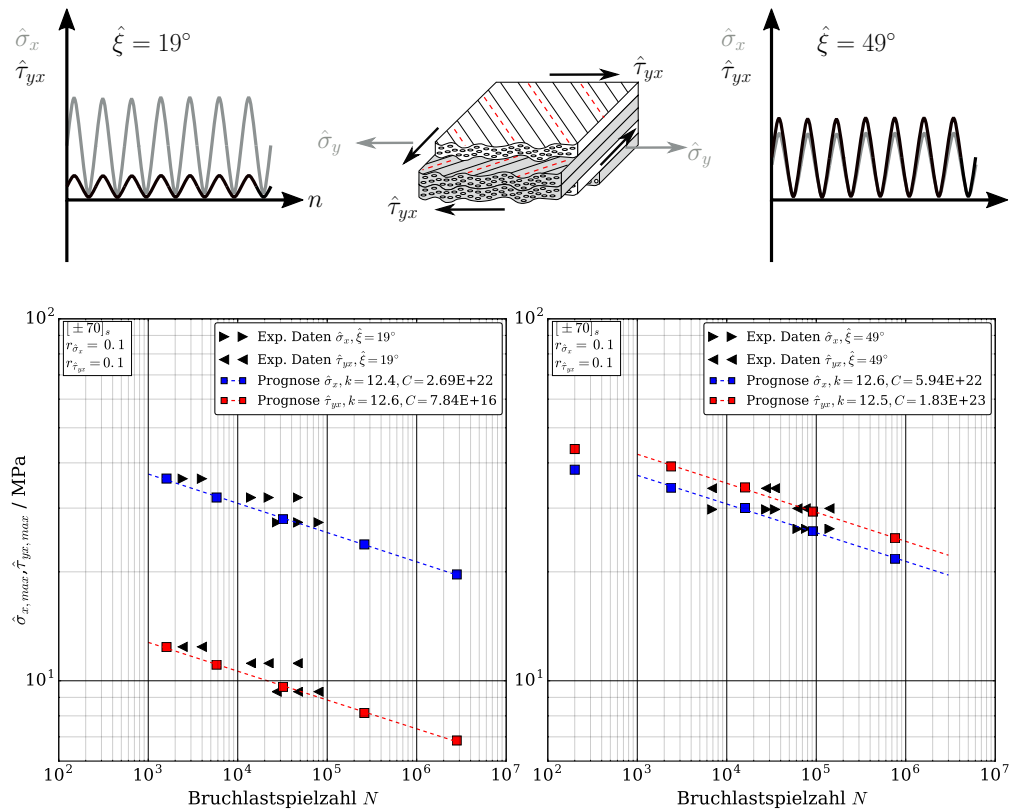


Abbildung 6.2: Experimentelle Bruchdaten und prognostizierte Wöhlerkurven für mehrachsiger proportional beanspruchte Winkelverbunde mit dem Lagenaufbau $[\pm 70]_s$ bei Biaxialitätswinkeln von $\hat{\xi} = 19^\circ$ und $\hat{\xi} = 49^\circ$ in Anlehnung an Darstellungen in [MBZ19b] auf Basis der FEM-Berechnung.

Schicht am RVE in Kapitel 5, basieren die dargestellten Simulationsergebnisse hier auf der FEM-Berechnung des gesamten Rohrprüfkörpers. Die prognostizierten mehrachsigen Verbund-Wöhlerkurven für den Winkelverbund zeigen eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Bruchdaten für die mehrachsige Beanspruchung mit höherem Schubanteil ($\hat{\xi} = 49^\circ$) und konservative Prognosen für die Beanspruchung mit geringerem Schubanteil ($\hat{\xi} = 19^\circ$). Abbildung 6.3 zeigt die Prognosen für einen mehrachsig proportional beanspruchten Mehrschichtverbund mit dem Lagenaufbau $[90/\pm 70]_s$ bei Biaxialitätswinkeln von $\hat{\xi} = 28^\circ$ und $\hat{\xi} = 67^\circ$ (Anhang A.1: MD-P01P01X28 und MD-P01P01X67) in Anlehnung an erste Darstellungen in [Möl⁺20]. Die dargestellten Ergebnisse basieren auch an dieser Stelle auf der FEM-Berechnung des Rohrprüfkörpers. Bei dem untersuchten Verbund bleibt im Bereich der hohen Beanspruchungsniveaus ($N \approx 10^3$) bei $\hat{\xi} = 67^\circ$ die höchste Faserzugspannung in der 70° -Schicht bei maximal 14,4 % der Faserzugfestigkeit $R_{||}^+$ und die höchste Faserdruckspannung in der -70° -Schicht bei maximal 24,2 % der Faserdruckfestigkeit $R_{||}^-$. Bei dem globalen Biaxialitätsverhältnis von $\hat{\xi} = 28^\circ$ stellen sich auf dem selben Lastspielniveau mit einer Faserzugspannung in der 70° -Schicht von 5,5 % der Faserzugfestigkeit $R_{||}^+$ und mit einer Faserdruckspannung in der -70° -Schicht von 4,1 % der Faserdruckfestigkeit $R_{||}^-$ noch weitaus geringe Längsspannungen ein. In beiden Fällen findet daher noch keine Abschwächung der Zwischenfaserbruchkurve auf-

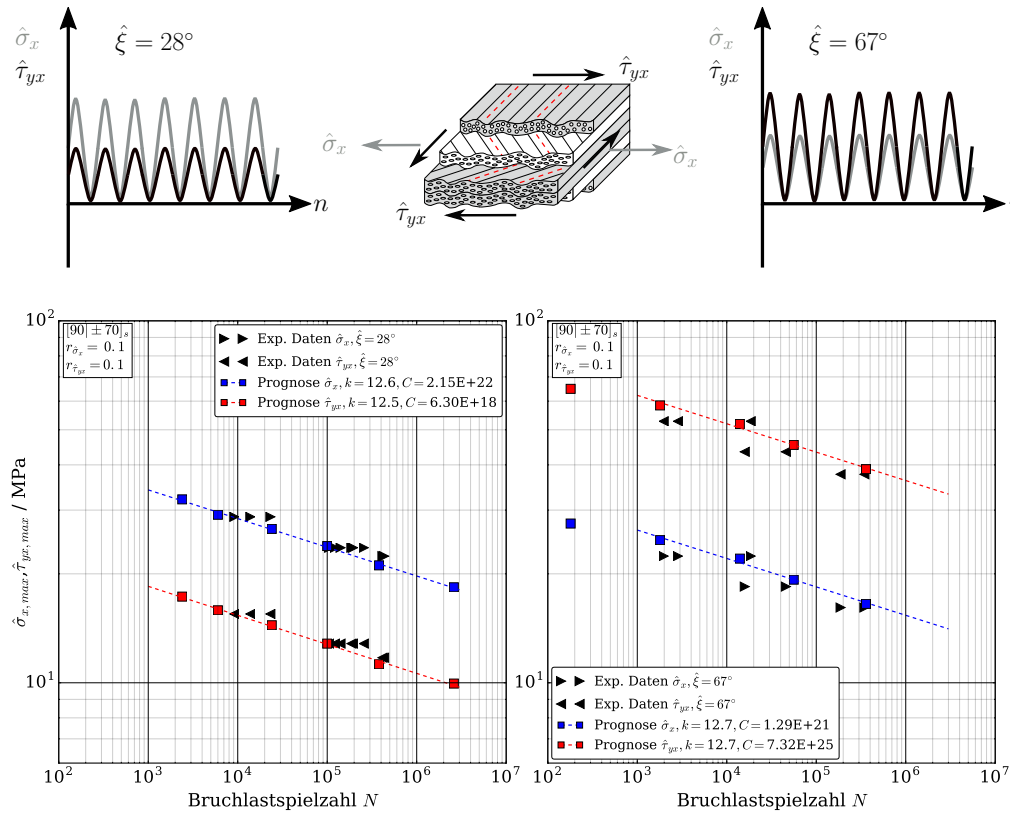


Abbildung 6.3: Experimentelle Bruchdaten und prognostizierte Wöhlerkurven für einen mehrachsig proportional beanspruchten Mehrschichtverbund mit dem Lagenaufbau $[90/\pm 70]_s$ bei Biaxialitätswinkeln von $\hat{\xi} = 28^\circ$ und $\hat{\xi} = 67^\circ$ in Anlehnung an Darstellungen in [Möl⁺20] auf Basis der FEM-Berechnung.

grund der vorliegenden Längsspannungen statt (vgl. Kapitel 3.1.3 - Abbildung 3.6). Wie für den Winkelverbund stellen sich für den Mehrschichtverbund unterschiedliche Biaxialitätsverhältnisse in den einzelnen Schichten ein, welche zu unterschiedlichen Bruchkurven auf der Schichtebene führen. Bei einem globalen Biaxialitätswinkel von $\hat{\xi} = 28^\circ$ ergeben sich Biaxialitätswinkel der Schichtbeanspruchungen von $\xi_1 = \xi_6 = 14.7^\circ$ in den 90° -Schichten, $\xi_2 = \xi_5 = 34.0^\circ$ in den 70° -Schichten und $\xi_3 = \xi_4 = 9.0^\circ$ in den -70° -Schichten [Möl⁺20]. Während die Prognosen der Bruchlastspielzahlen für geringe Biaxialitätsverhältnisse ($\hat{\xi} = 28^\circ$) eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Bruchdaten zeigen, wandern die Prognosen für größere Biaxialitätsverhältnisse ($\hat{\xi} = 67^\circ$) im hohen Lastspielzahlbereich in den leicht nicht-konservativen Vorhersagebereich. Da die Abweichungen in den unsicheren Bereich nur sehr gering sind und nur für den hohen Schubanteil im hohen Lastspielzahlbereich auftreten, können die Ursachen z.B. zum Einen im Einfluss der Interpolationsmethode der Schubwöhlerkurve (vgl. Abbildung 4.13) oder zum Anderen auch an der geringeren Anzahl der Proben im höheren Lastspielzahlbereich liegen. Im Allgemeinen führt das Modell in Bezug auf die Prognose der Lastspielzahl unter proportionaler Belastung trotzdem zu sehr guten Ergebnissen im Vergleich mit den experimentellen Bruchdaten.

6.1.2 Mehrachsig nichtproportionale Beanspruchung

Bezüglich allgemein mehrachsig stochastischer Beanspruchungen ist das Auftreten nicht-proportionaler Beanspruchungen in einem Lastspiel in der Regel der deutlich wahrscheinlichere Fall (vgl. Abbildung 2.10). Während bei der proportionalen Beanspruchung die Spannungsverhältnisse der Spannungskomponenten auf der Schichtebene noch den Spannungsverhältnissen der äußeren Belastung entsprechen, entstehen bei nichtproportionaler Beanspruchung abweichende Spannungsverhältnisse auf der Schichtebene. Im Gegensatz zu den proportionalen Beanspruchungen, bei welchen die grundlegenden Schicht-Wöhlerkurven jeder Spannungskomponente noch als direkte Eingangsgröße für die Berechnung des Verbundes verwendet werden können, müssen daher bei nichtproportionalen Beanspruchungen die Wöhlerkurven für jede Spannungskomponente aus dem jeweiligen Längs-, Quer- oder Schublebensdauerdiagramm extrapoliert werden. An dieser Stelle gewinnen die verschiedenen Interpolationsmethoden der Lebensdauerdiagramme für die jeweiligen CLD-Sektoren (vgl. Abbildung 2.12) zunehmend an Bedeutung. Im Rahmen der proportionalen Beanspruchungen sind bereits die Auswirkungen der veränderlichen Biaxialitätsverhältnisse mit fortschreitender Steifigkeitsdegradation auf die Zwischenfaserbruchkurve der entsprechenden Schicht dargestellt (vgl. Kapitel 6.1.1). Bei nichtproportionaler Beanspruchung kommt aufgrund der unterschiedlichen Spannungsverhältnisse der Belastung im Zuge der Degradation und Spannungsumlagerungen zusätzlich noch eine Änderung der Spannungsverhältnisse der einzelnen Spannungskomponenten mit fortschreitender Schädigung hinzu. Zusammengefasst bedeutet das, dass im Zuge mehrachsiger

stochastischer Belastungen eine Vielzahl variierender Beanspruchung auf unterschiedlichen und mit fortschreitender Schädigung veränderlichen Biaxialitäts- und Spannungsverhältnissen auftreten. Im Folgenden wird der bereits vorgestellte Mehrschichtverbund $([90/\pm 70]_s)$ unter vier verschiedenen nichtproportionalen Belastungssituationen untersucht, welche wiederum Teilsequenzen der deterministischen Abfolge mehrachsiger variabler Beanspruchungen in Kapitel 7 darstellen. Folgende vier Sequenzen werden an dieser Stelle zunächst unter verschiedenen Spannungsniveaus untersucht:

- Sequenz 1: $r_{\hat{\sigma}_x} = -1, 0$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0, 1$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$ (Anhang A.1: MD-M1P01X28)
- Sequenz 2: $r_{\hat{\sigma}_x} = -1, 0$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0, 1$ und $\hat{\xi} = 67^\circ$ (Anhang A.1: MD-M1P01X67)
- Sequenz 3: $r_{\hat{\sigma}_x} = -1, 0$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0, 5$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$ (Anhang A.1: MD-M1P05X28)
- Sequenz 4: $r_{\hat{\sigma}_x} = 0, 5$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = -1, 0$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$ (Anhang A.1: MD-P05M1X28)

Tabelle 6.1 stellt die Beanspruchungen mit den Biaxialitäts- und Spannungsverhältnissen der einzelnen Schichten in den ersten beiden Sequenzen dar. Hierbei ist in der Tabelle ganz besonders hervorgehoben, welchen Einfluss der jeweilige Sektor des Quer- oder Schublenbendauerdiagramms auf die Berechnung innerhalb der jeweiligen Sequenz nimmt.

Global	i	$\hat{\sigma}_x$ MPa	$\hat{\tau}_{yx}$ MPa	$\hat{\xi}$ [°]	$r_{\hat{\sigma}_x}$ -	$r_{\hat{\tau}_{yx}}$ -	$\hat{\sigma}_x$ MPa	$\hat{\tau}_{yx}$ MPa	$\hat{\xi}$ [°]	$r_{\hat{\sigma}_x}$ -	$r_{\hat{\tau}_{yx}}$ -
	1	22,0	11,5	28°	-1,0	0,1	17,0	40,0	67°	-1,0	0,1
	2	-22,0	1,2	177°			-17,0	4,0	167°		
Schicht	i	σ_\perp	$\tau_{\perp\parallel}$	ξ	r_{σ_\perp}	$r_{\tau_{\perp\parallel}}$	σ_\perp	$\tau_{\perp\parallel}$	ξ	r_{σ_\perp}	$r_{\tau_{\perp\parallel}}$
90°	1	20,4	-4,8	13,2°			15,8	-16,6	46°		
	2	-20,4	-0,5	179°	-1,0	10,0	-15,8	-1,7	174°	-1,0	10,0
70°	1	16,3	-10,7	33°			6,6	-18,2	70°		
	2	-18,8	6,7	160°	-1,2	-1,6	-15,1	4,2	165°	-2,3	-4,3
-70°	1	20,8	3,4	9°			22,1	-7,1	18°		
	2	-18,3	-7,5	158°	-0,9	-2,2	-13,6	-6,8	154°	-0,6	1,0
					⊥- CLD II+III	⊥ - CLD III				⊥- CLD II+III	⊥ - CLD III

Tabelle 6.1: Beanspruchungszustand der Schichten im Mehrschichtverbund $[90/\pm 70]_s$ für eine mehrachsige Belastung mit $\hat{\sigma}_{max} = 22,0$ MPa, $\hat{\tau}_{max} = 11,5$ MPa, $\hat{\xi} = 28^\circ$ sowie $\hat{\sigma}_{max} = 17,0$ MPa, $\hat{\tau}_{max} = 40,0$ MPa, $\hat{\xi} = 67^\circ$ bei $r_{\hat{\sigma}_x} = -1$ und $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0, 1$. Dargestellt sind die Beanspruchungen im Anfangszustand, bevor eine erste Steifigkeitsdegradation einsetzt.

An dieser Stelle sind die Beanspruchungen für eine bestimmte Belastungsamplitude im Anfangszustand (d.h. vor dem Auftreten erster Schädigungen und Spannungsumlagerungen) aufgeführt. Hier ist anzumerken, dass bei beiden Belastungen zwar Beanspruchungen im Modus C stattfinden, diese aber aufgrund der im Vergleich zur Querdrukfestigkeit (R_{\perp}^{-}) zu geringen Querdrukbeanspruchung (σ_{\perp}) zu keinen Zwischenfaserbrüchen im Modus C führen. Das tatsächliche Auftreten eines Zwischenfaserbruchs im Modus C würde, wie in Kapitel 4.2.5 erläutert, aufgrund der fatalen Sprengwirkung auf den Verbund zu einem Abbruch der Berechnung führen. Die Abbildung 6.4 zeigt die prognostizierten Bruchlastspielzahlen des Berechnungsmodells bei Verwendung des linearen, stückweise linearen (SWL) und stückweise nichtlinearen Lebensdauerdiagramms (SWNL) auf der Schichtebene im Vergleich mit den experimentellen Bruchdaten. Wie in Kapitel 4.2.4 erläutert verfehlt die Verwendung eines linearen Querlebensdauerdiagramms aufgrund der starken Asymmetrie durch die sehr unterschiedliche Querkzug- und Querdrukfestigkeit (vgl. auch kritisches Spannungsverhältnis in Abbildung 2.15) seinen Zweck. Im Rahmen der Prognosen für das lineare Modell wird daher nur das Schublebensdauerdiagramm auf diese Weise interpoliert (vgl. Abbildung 4.17) und die stückweise lineare Interpolation für das Querlebensdauerdiagramm angewandt. Wie in Tabelle 6.1 ersichtlich ist, hängen die Prognosen für die ersten beiden Beanspruchungen im Wesentlichen von den Interpolationen in den Sektoren II und III (zug- und druckdominierte Wechselbeanspruchung) des Quer- und dem Sektor III des Schublebensdauerdiagramms ab. Da das stückweise lineare und stückweise nichtlineare Modell zu denselben extrapolierten Wöhlerkurven für den zweiten Bereich des Quer-CLD führen⁸ (vgl. Abbildung 4.16), steht in den Prognosen in Abbildung 6.4 zunächst vor allem das Schublebensdauerdiagramm im Fokus. Auf den ersten Blick wird deutlich, dass die Unterschiede in den Prognosen für die ersten beiden Belastungen zwischen dem SWL und dem SWNL sehr gering sind. Die Verwendung des linearen Schublebensdauerdiagramms führt erwartungsgemäß zu konservativeren Prognosen. Hierbei ist der Einfluss des linearen Schub-CLD infolge einer Belastung mit kleinerem Schubanteil $\hat{\xi} = 28^{\circ}$ deutlich geringer als durch eine Belastung mit größerem Schubanteil $\hat{\xi} = 67^{\circ}$. Prinzipiell ergibt sich im Vergleich der Prognosen mit den experimentellen Bruchdaten ein ähnliches Bild wie bei den proportionalen Beanspruchungen in Abbildung 6.3. Während die Prognosen für kleine Schubanteile über den gesamten Bruchlastspielzahlbereich zu guten Übereinstimmungen mit den experimentellen Daten führen, stellt sich für die Belastung mit hohem Schubanteil ($\hat{\xi} = 67^{\circ}$) im mittleren Lastspielzahlbereichen (ab $\approx 10^4 - 10^5$) eine leicht nicht-konservative Prognose ein. Im hohen Lastspielzahlbereich befindet sich die Prognose im Vergleich mit den experimentellen Daten ebenfalls noch leicht im nicht-konservativen Bereich. Auch hier könnte der Einfluss z.B. in der leicht verringerten Probenanzahl in den beiden höheren Lastspielzahlbereichen bei $\hat{\xi} = 67^{\circ}$ liegen.

⁸Im Gegensatz zu den Interpolationen im Zug- und Druckschwellbereich. Auf die anderen Sektoren und den Exponenten der nichtlinearen Interpolation wird bei den nächsten Sequenzen in Tabelle 6.2 eingegangen.

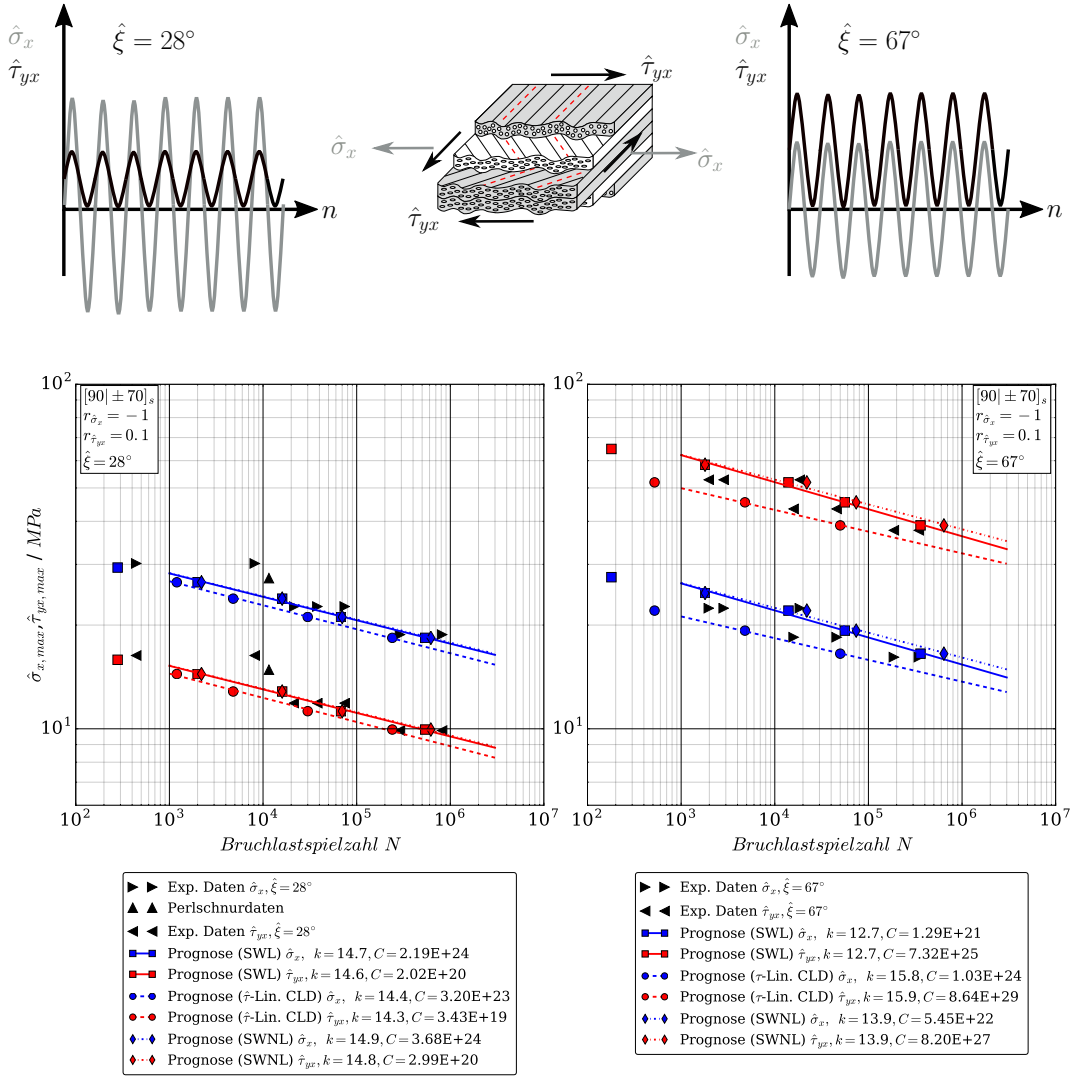


Abbildung 6.4: Experimentelle Bruchdaten für den Mehrschichtverbund ([90/±70]_s) bei nichtproportionaler Belastung mit sowohl $r_{\hat{\sigma}_x} = -0,1$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,1$, $\hat{\xi} = 28^\circ$ als auch $r_{\hat{\sigma}_x} = -0,1$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,1$, $\hat{\xi} = 67^\circ$ und die Prognosen des Berechnungsmodells für die Anwendung verschiedener Lebensdauerdiagramme auf der Schichtebene.

Zusammenfassend lassen die Prognosen des Bruchkurvenmodells für die ersten beiden nichtproportionalen Belastungen eine sehr gute Übereinstimmung erkennen. Im nächsten Schritt werden in Tabelle 6.2 die Beanspruchungen mit den Biaxialitäts- und Spannungsverhältnissen der einzelnen Schichten für die beiden nächsten Sequenzen aufgeführt. Die dritte Belastung besteht aus einer wechselnden Axial- und schwellenden Torsionsbelastung und die vierte Belastung aus einer schwellenden Zug- und wechselnden Torsionsbelastung der Rohrproben. Neben den Einflüssen der Interpolation im Bereich der Wechselbeanspruchungen (CLD-Sektor II + III) kommen im Folgenden noch die Interpolationen im Zug- bzw. Druckschwellbereich (CLD-Sektor I + IV) hinzu. Für die dritte Belastung mit $r_{\hat{\sigma}_x} = -1$ und $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,5$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$ ist die Interpolation im Druckschwellbereich für die Berechnung der 90°-Schicht von Bedeutung.

Global	i	$\hat{\sigma}_x$ MPa	$\hat{\tau}_{yx}$ MPa	$\hat{\xi}$ [°]	$r_{\hat{\sigma}_x}$ -	$r_{\hat{\tau}_{yx}}$ -	$\hat{\sigma}_x$ MPa	$\hat{\tau}_{yx}$ MPa	$\hat{\xi}$ [°]	$r_{\hat{\sigma}_x}$ -	$r_{\hat{\tau}_{yx}}$ -
	1	22,0	11,6	28°	-1,0	0,5	27,8	15,1	28°	0,5	-1,0
	2	-22,0	5,8	165°			13,9	-15,1	47°		
Schicht	i	σ_{\perp}	$\tau_{\perp\parallel}$	ξ	$r_{\sigma_{\perp}}$	$r_{\tau_{\perp\parallel}}$	σ_{\perp}	$\tau_{\perp\parallel}$	ξ	$r_{\sigma_{\perp}}$	$r_{\tau_{\perp\parallel}}$
90°	1	20,4	-4,8	13°			25,8	-6,2	14°		
	2	-20,4	2,4	173°	-1,0	2,0	12,9	6,2	26°	0,5	-1,0
70°	1	16,3	-10,7	33°			20,5	-13,7	34°		
	2	-19,7	5,2	165°	-1,2	-2,0	14,6	0,3	1°	0,7	-46
-70°	1	20,8	3,4	9°			26,3	4,1	9°		
	2	-17,4	-8,9	153°	-0,8	-2,6	8,8	9,2	46°	0,4	0,5

Tabelle 6.2: Beanspruchungszustand der Schichten im Mehrschichtverbund $[90/\pm 70]_s$ für eine Belastung mit $\hat{\sigma}_{max} = 22,0$ MPa, $\hat{\tau}_{max} = 11,6$ MPa, $\hat{\xi} = 28^\circ$, $r_{\hat{\sigma}_x} = -1$ und $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,5$ sowie $\hat{\sigma}_{max} = 27,8$ MPa, $\hat{\tau}_{max} = 15,1$ MPa, $\hat{\xi} = 28^\circ$, $r_{\hat{\sigma}_x} = 0,5$ und $r_{\hat{\tau}_{yx}} = -1$. Dargestellt sind die Beanspruchungen im Anfangszustand, bevor eine erste Steifigkeitsdegradation einsetzt.

Aufgrund des symmetrischen CLD ist diese an dieser Stelle gleichbedeutend mit der Interpolation im Zugschwellbereich. Im Gegensatz dazu wird in der vierten Belastung mit $r_{\hat{\sigma}_x} = 0,5$ und $r_{\hat{\tau}_{yx}} = -1$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$ die Interpolation im Zugschwellbereich zusätzlich für die Querbeanspruchung in allen Schichten bedeutend. In beiden Fällen finden ausschließlich Beanspruchungen in den Zwischenfaserbruchmodi A und C statt. Analog zu den ersten beiden Belastungssequenzen finden auch hier zwar Beanspruchungen im Modus C statt, aber aufgrund der im Vergleich zur Querdruckfestigkeit zu geringen Querdruckbeanspruchung resultiert daraus kein Zwischenfaserbruch im Modus C. Für das stückweise nichtlineare CLD wird der in Kapitel 4.2.4 diskutierte Exponent von $n = 0,5$ (reziproker Wert des ursprünglich für Verbund-CLD vorgeschlagenen Exponents) verwendet. Auf diese Weise entsteht ein im Zugschwellbereich konvex gekrümmtes Lebensdauerdiagramm (vgl. zum Modell in Abbildung 4.18 und zur Validierung in Abbildung 5.13). Höhere Werte für den Exponenten n führen zu konservativeren Prognosen der Bruchlastspielzahl. Abbildung 6.5 stellt die Prognosen der Bruchlastspielzahlen für die dritte und vierte nicht-proportionale Belastung dar. In Abbildung 6.5 ist zu erkennen, dass die Verwendung des stückweise linearen und stückweise nichtlinearen CLD zu ähnlichen Ergebnissen in den Prognosen der Bruchlastspielzahl führen. Der Einfluss des stückweise nichtlinear interpolierten Schub-CLD bleibt aufgrund der geringen Biaxialitätsverhältnisse, bzw. niedrigen

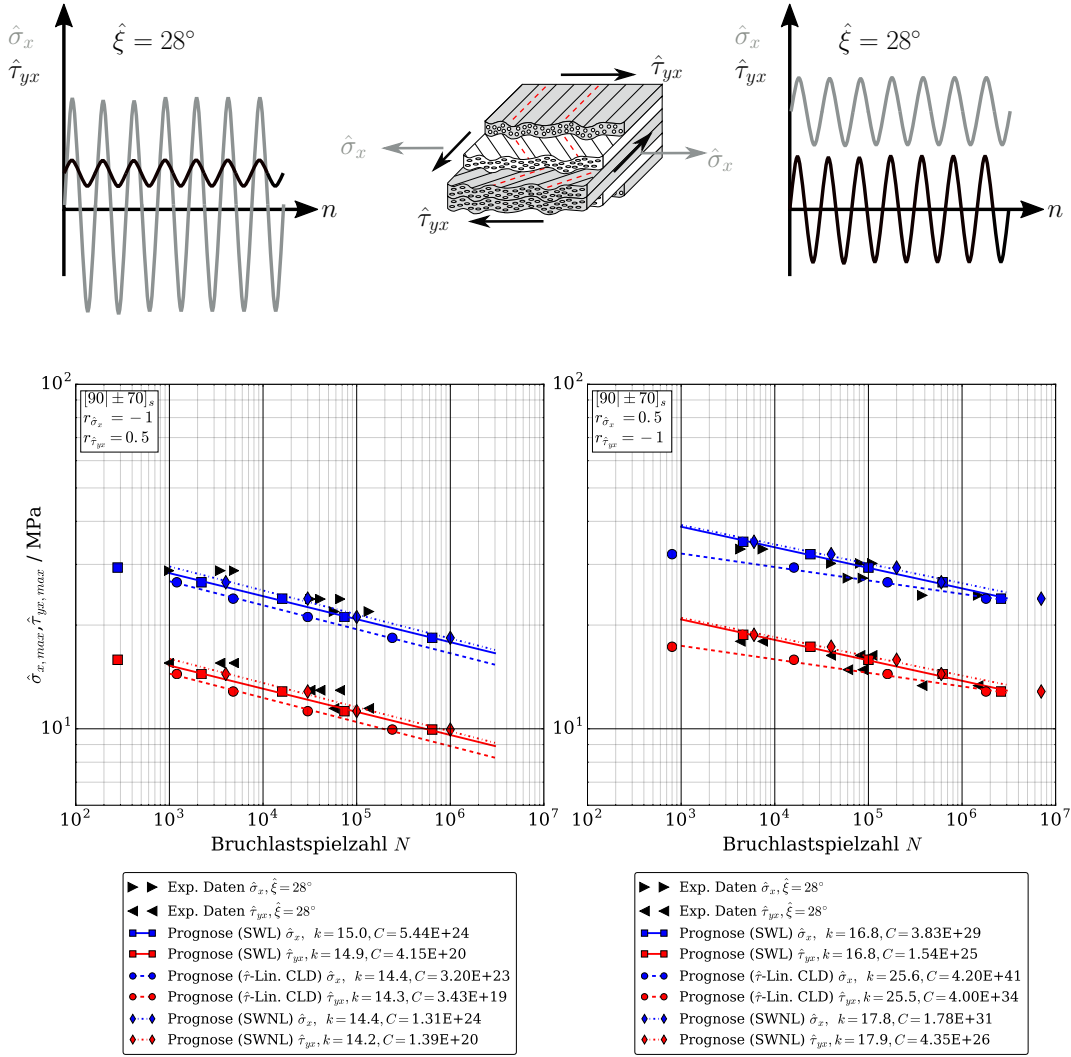


Abbildung 6.5: Experimentelle Bruchdaten für den Mehrschichtverbund $([90/\pm 70]_s)$ bei nichtproportionaler Belastung für sowohl $r_{\hat{\sigma}_x} = -1, r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0,5$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$ als auch $r_{\hat{\sigma}_x} = 0,5, r_{\hat{\tau}_{yx}} = -1$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$. Sowie Prognosen des Berechnungsmodells für die Anwendung verschiedener Lebensdauerdiagramme auf der Schichtebene.

Schubanteile in beiden Belastungen geringer als bei hohen Schubanteilen (vgl. Abbildung 6.4). Die Anwendung des linearen Schublebensdauerdiagramms tritt bei der schwerwiegenderen wechselnden Torsionsbelastung $r_{\hat{\tau}_{yx}} = -1$ deutlicher in der Vordergrund als bei der schwelenden Torsionsbelastung $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0.5$. Während die Prognosen bei Verwendung des SWL und des SWNL sowohl in Abbildung 6.4 als auch in Abbildung 6.5 zu sehr guten Ergebnissen führen, sind die Ergebnisse für das lineare CLD je nach Lastspielzahlbereich sehr konservativ. Für die wechselnde Torsionbelastung in Abbildung 6.5 ist zusätzlich zu erkennen, dass die prognostizierte Neigung der Wöhlerkurve durch das lineare CLD nur unzureichend abgebildet wird. Aufbauend auf den Vergleich der Prognosen mit den experimentellen Daten kann zusammengefasst werden, dass das Bruchkurvenmodell geeignet ist, das Materialverhalten des Mehrschichtverbunds bei mehrachsiger nichtproportionaler

Beanspruchung auf Basis des Verhaltens der undirektionalen Schicht bei einachsiger Beanspruchungen zu beschreiben. Besonders die Verwendung des stückweise nichtlinearen CLD und des stückweise linearen CLD führt zu sehr guten Prognosen. Ist für die Berechnung aufgrund limitierter experimenteller Daten allerdings nur eine Wöhlerkurve bei wechselndem oder bei dem kritischen Spannungsverhältnis bekannt, können trotzdem in Abhängigkeit der Beanspruchung konservative bis teilweise sehr konservative Prognosen erzielt werden. Wie im nächsten Kapitel dargestellt wird, können sich die Abweichungen allerdings im Rahmen der Berechnung unter stochastischen Beanspruchung kumulativ erhöhen. Im nächsten Kapitel werden daher die Prognosen bei mehrachsig variablen Beanspruchungen näher untersucht, um die Einflüsse aufeinanderfolgender und kumulativer Schädigungen genauer zu analysieren.

Mehrachsig variable Beanspruchungen in deterministischen Abfolgen

In diesem Kapitel wird die Anwendbarkeit des Modells auf mehrachsig variable Beanspruchungen mit sowohl zunächst proportionalen als auch nichtproportionalen Einzelsequenzen als deterministische Teilabfolge einer mehrachsig stochastischen Beanspruchung analysiert.

7.1 Mehrachsig proportional variable Beanspruchungen

Bei realen Betriebsbelastungen sind Beanspruchungen bei konstanten Amplituden der seltene Fall und es treten in der Regel ein- oder mehrachsig stochastische Belastungen auf. Wie in den letzten beiden Kapiteln dargestellt, führt das Bruchkurvenmodell bei proportionalen und nichtproportionalen Beanspruchungen an der unidirektionalen Schicht und am Mehrschichtverbund zu sehr guten Prognosen im Vergleich mit den experimentellen Bruchdaten für mehrachsige Beanspruchungen mit konstanter Amplitude. Im Zusammenhang mit mehrachsig stochastischen Beanspruchungen werden im nächsten Schritt die Vorhersagen für proportional variable Beanspruchungen untersucht. An dieser Stelle werden dafür zunächst jeweils zwei aufeinanderfolgende proportionale Belastungen mit konstanter Amplitude am Mehrschichtverbund untersucht. Hierbei folgt auf eine jeweils schwellige Zug- und Torsionsbelastung mit niedrigem Torsionsanteil ($r_{\hat{\sigma}_x} = 0.1$, $r_{\hat{\tau}_{yx}} = 0.1$ und $\hat{\xi} = 28^\circ$) nach 80.000 Lastzyklen eine Belastung mit erhöhtem Torsionsanteil $\hat{\xi} = 67^\circ$ bis zum Bruch. Es werden zwei Beispiele (Anhang A.1: MD-MVAL) mit zwei unterschiedlich hohen Amplituden im zweiten Lastblock

- $\hat{\sigma}_{x,block2}/\hat{\sigma}_{x,block1} = 0.85$ und $\hat{\tau}_{yx,block2}/\hat{\tau}_{yx,block1} = 3.55$ und
- $\hat{\sigma}_{x,block2}/\hat{\sigma}_{x,block1} = 0.92$ und $\hat{\tau}_{yx,block2}/\hat{\tau}_{yx,block1} = 4.0$

fokussiert. Bisher haben die Modelle zur Reduzierung der Restfestigkeit für die Prognose der Bruchlastspielzahlen bei Belastung mit konstanter Amplitude keine direkte Rolle gespielt, da bei allen Modellen die Restfestigkeit im letzten Lastspiel die Bruchbedingung erfüllen (vgl. Gleichung 21 in Kapitel 2.3.2.1). Für die variable Beanspruchung spielen die Restfestigkeitsmodelle als Eingangsgröße für das Bruchkurvenmodell eine übergeordnete Rolle, da die prognostizierten Bruchkurven nach einer bestimmten Anzahl an Lastspielen nun den Ausgangszustand für den nächsten Belastungsblock bilden. Abbildung 7.1 stellt

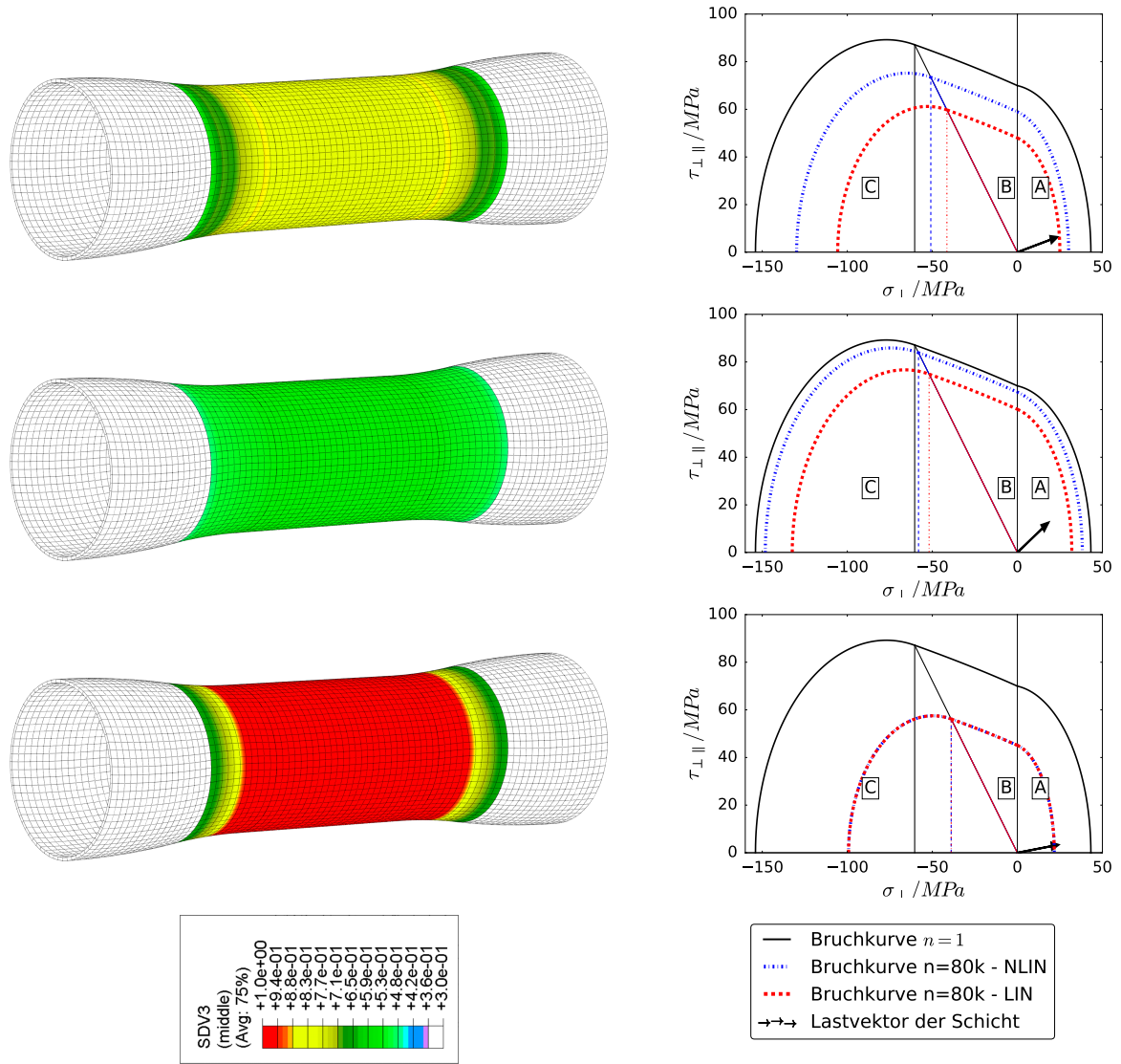


Abbildung 7.1: Links: Die Anstrengung in den äußeren Schichten einer Symmetriehälfte des Verbunds (v. o. n. u.: 90°-, 70°-, -70°-Schicht) nach einer Lastspielzahl von $n = 80.000$ mit steigender Anstrengung im Modus A (Legende: SDV3) von hell-/dunkelgrün ($f_e \approx 0.5 - 0.7$) über gelb/orange ($f_e \approx 0.7 - 0.9$) nach rot ($f_e \geq 0.9$). Rechts: Die zugehörigen Bruchkurven der Schichten bei einer Lastspielzahl von $n = 80.000$.

beispielsweise die Anstrengung in den jeweiligen Schichten des MSV nach 80.000 Lastspielen bei Verwendung der nichtlinearen Restfestigkeitsdegradation mit den in Kapitel 4.2.5 erläuterten Parametern dar. Ebenfalls dargestellt sind die zugehörigen Bruchkurven der jeweiligen Schicht bei Verwendung der linearen und nichtlinearen Restfestigkeitsformulierung. Der abgebildete Zustand ist somit der Ausgangszustand für die jeweiligen anschließenden Belastungen. Während die 90°- und 70°-Schicht für beide Restfestigkeitsverläufe unterschiedliche Bruchkurven bei einer Anstrengung $f_{e,A} \leq 1$ aufweisen, versagt die -70°-Schicht bereits bei $n = 80.000$ auf Zwischenfaserbruchmodus A, so dass die Bruchkurven der Schicht identisch sind. Die Bruchkurven auf Basis der nichtlinearen Restfestigkeitsmodelle sind weniger stark reduziert und prognostizieren daher im An-

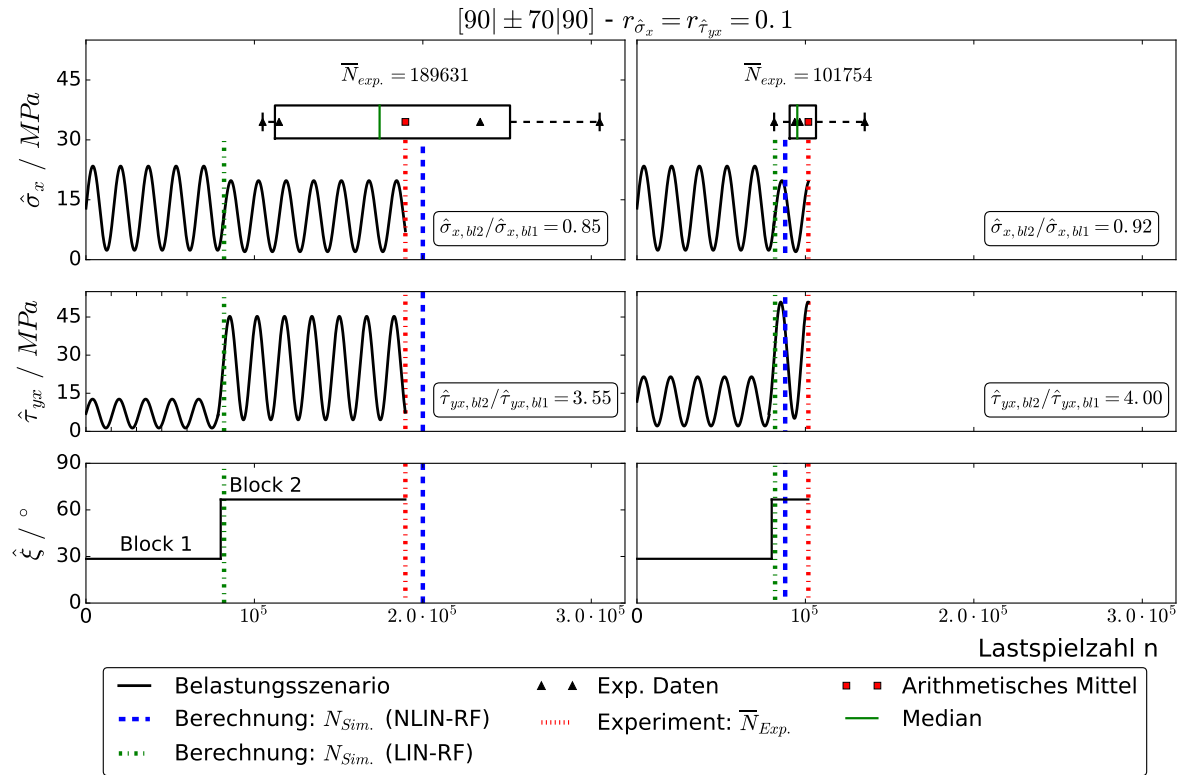


Abbildung 7.2: Mehrachsige variable Beanspruchung (proportional) mit einem Wechsel von einer mehrachsigen schwelenden Beanspruchung mit niedrigem Torsionsanteil auf eine Beanspruchung mit 3.55-facher (links) und 4-facher (rechts) Torsionsbeanspruchung in Anlehnung an Darstellungen in [Möl⁺20]. Die Vorhersagen für die verschiedenen Restfestigkeitsmodelle basieren auf Basis der FEM-Simulation.

schluss eine höhere Resttragfähigkeit des Verbunds. Abbildung 7.2 stellt die Prognosen der Bruchlastspielzahl für beide Restfestigkeitsmodelle für den jeweiligen Belastungsfall dar. Beide mehrachsigen variablen Beanspruchungen in Abbildung 7.2 weisen einerseits eine HL-Beanspruchung mit kleinem Amplitudenunterschied in der Querkzugbeanspruchung und andererseits eine LH-Beanspruchung mit sehr großem Amplitudenunterschied in der Schubbeanspruchung auf. Im ersten Beispiel (links) ist der Amplitudenunterschied in der Schubbeanspruchung etwas geringer als im zweiten Beispiel (rechts). Bemerkenswert ist, dass die Standardabweichung in der Verteilung der experimentellen Bruchlastspielzahlen für die kleinere Folgebelastrung im ersten Beispiel deutlich größer ist als für die hohe Folgebelastrung im zweiten Beispiel. Die Standardabweichung im linken Bild entspricht in etwa der Größenordnung der Standardabweichung der experimentellen Bruchdaten zur Ermittlung von Wöhlerkurven im mittleren Lastspielzahlbereich ($\approx 10^5$) unter konstanten Amplituden. Das bedeutet, dass vor allem die geringe Standardabweichung im rechten Beispiel besonders auffällig ist. Wie in Abbildung 7.1 gezeigt, ist eine Schicht des MSV bereits beim Amplitudenwechsel auf Bruchmodus A vorgeschädigt, so dass der Verbund die hohe Spannungsamplitude jeweils kurz nach dem Wechsel in den zweiten Block nicht

lange ertragen kann. Ein ähnliches Verhalten konnte z. B. auch für glasfaserverstärkte Verbunde unter einachsig variablen Beanspruchungen in [Möl⁺18a] gezeigt werden. Sowohl für schwellende als auch wechselnde einachsige Beanspruchungen tritt hier die Streuung der Bruchlastspielzahlverteilung für LH-Beanspruchungen durchweg mit kleineren Standardabweichungen auf. Für hohe Spannungsamplituden folgt auch hier der Bruch sehr kurzfristig und mit geringer Streuung auf den Wechsel der Spannungsamplitude im zweiten Block. Für einen besseren Vergleich der Prognosen einzelner Bruchlastspielzahlen unter variablen Beanspruchungen wird die Berechnung des Modellfehlers

$$M_e = \log \left(\frac{N_{model}}{N_{exp.}} \right) \quad (91)$$

nach Post et al. [PCL08] herangezogen. Negative Modellfehler stehen hierbei für konservative Vorhersagen und positive Werte für nicht konservative Prognosen der Bruchlastspielzahl. Das Berechnungsmodell zeigt in Abbildung 7.2 bei Verwendung der nichtlinearen Restfestigkeitsformulierung eine sehr gute Übereinstimmung mit dem arithmetischen Mittelwert der Bruchdaten.

- Blockbelastung 1: $M_{e,1,nlin.} = \log \left(\frac{N_{1,sim,nlin.}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = 0,023$
- Blockbelastung 2: $M_{e,2,nlin.} = \log \left(\frac{N_{2,sim,nlin.}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = -0,063$

Im ersten Fall liegt die Prognose leicht über und im zweiten Fall leicht unter dem Mittelwert. Bei Verwendung der linearen Restfestigkeitsformulierung liegen die Prognosen in beiden Fällen erwartungsgemäß auf der sicheren Seite, wobei die Prognose im ersten Fall sehr konservativ ausfällt.

- Blockbelastung 1: $M_{e,1,lin.} = \log \left(\frac{N_{2,sim,lin.}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = -0,364$
- Blockbelastung 2: $M_{e,2,lin.} = \log \left(\frac{N_{2,sim,lin.}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = -0,094$

Auch für einachsige HL- und LH-Beanspruchungen an GFK zeigt sich in der Güte der Modellprognose ein vergleichbares Bild [Möl⁺18a]. Entscheidend ist, dass die in den experimentellen Versuchen deutlich erkennbaren HL- und LH-Effekte durch das Bruchkurvenmodell mit nichtlinearem Restfestigkeitsmodell korrekt wiedergegeben werden und die Vorhersagen in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten liegen. Vor dem Hintergrund mehrachsig stochastischer Beanspruchungen werden im nächsten Unterkapitel die bisherigen Untersuchungen auf die Stufe mehrachsig variabler Beanspruchungen gehoben. Dazu werden die bereits vorgestellten Belastungsszenarien unter nichtproportionalen, aber konstanten Beanspruchungen (Kapitel 6) sequentiell in verschiedenen Abfolgen hintereinander geschaltet, um deterministische Beanspruchungs-Zeit-Funktionen (BZFn) abzubilden.

7.2 Mehrachsig nichtproportionale Beanspruchungs-Zeit-Funktionen

7.2.1 Erste Sequenzabfolge

An dieser Stelle wird eine Abfolge auf Basis der in Kapitel 6.1.2 untersuchten Sequenzen mit jeweils $n_{Seq.} = 2500$ in einer sich wiederholenden Schleife ($n_{Schleife} = 10.000$) bis zum Bruch geprüft. Die vier Sequenzen werden in einer festgelegten und unveränderten Reihenfolge innerhalb der Sequenzabfolge wiederholt. Abbildung 7.3 zeigt die so entstehende deterministische BZFn mit den zeitlichen Verläufen der globalen Längs- (schwarz) und Schubspannung (rot) und dem globalen Biaxialitätswinkel der Belastung an der Rohrprobe. Die Sequenzabfolge ist so aufgebaut, dass

- in der zweiten Sequenz ein Wechsel der Spannungsverhältnisse von wechselnder zu schwellender Längsbeanspruchung und von schwellender zu wechselnder Torsionsbeanspruchung bei gleichbleibendem Biaxialitätsverhältnis stattfindet.
- In der dritten Sequenz findet dann wiederum ein Wechsel beider Spannungsverhältnisse statt und gleichzeitig ein Übergang auf einen hohen Schubanteil ($\hat{\xi} = 67^\circ$).
- In der vierten Sequenz bleiben beide Spannungsverhältnisse identisch zur dritten Sequenz und es findet nur ein Wechsel auf ein kleineres Biaxialitätsverhältnis statt.
- Im Neustart der Schleife (von der vierten zur ersten Sequenz) findet jeweils nur ein Wechsel im Schubspannungsverhältnis statt.

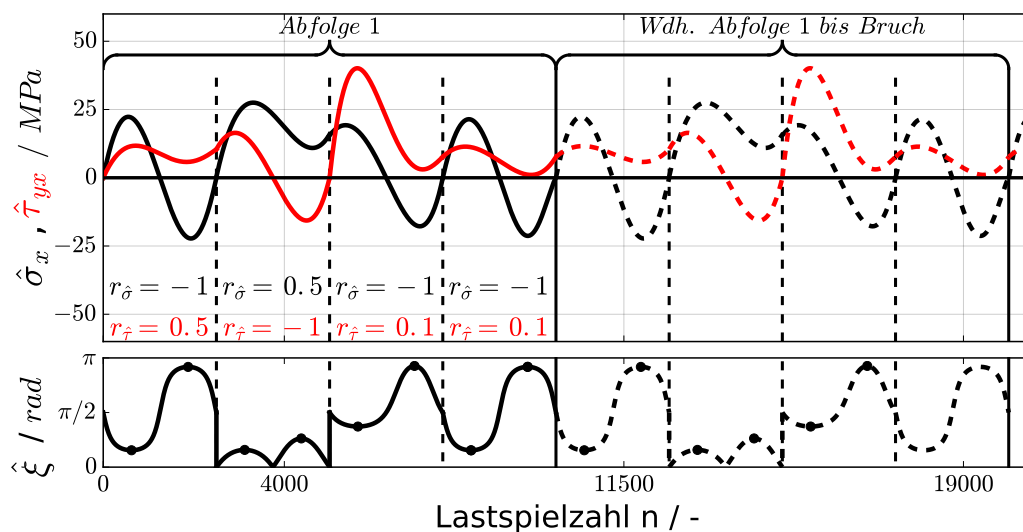


Abbildung 7.3: Erste Sequenzabfolge der nichtproportionalen Sequenzen. Reihenfolge: MD-M1P05X28, MD-P05M1X28, MD-M1P01X67 und MD-M1P01X28 (vgl. Anhang A.1) in einer Schleife bis zum Bruch.

Die Wiederholung der Sequenzabfolge bis zum Bruch ist nach der ersten Abfolge gestrichelt angedeutet. Tabelle 7.1 stellt die verwendeten globalen Spannungsniveaus in Form von (maximaler) Oberspannung $\hat{\sigma}_o$ und (minimaler) Unterspannung $\hat{\sigma}_u$ der einzelnen Sequenzen in der Abfolge zusammen. Diese sind im ersten Schritt so gewählt, dass die Spannungsniveaus der Einzelbeanspruchungen jeweils eine Beanspruchung im mittleren Lastspielbereich ($\approx 10^5$) abbilden. Die maximalen Spannungsamplituden und die daraus resultierenden Schichtspannungen innerhalb der jeweiligen Sequenz sind ebenfalls in Tabelle 6.1 und 6.2 dargestellt. Analog zu den Betrachtungen in Kapitel 6.1.1 können der Tabelle auch gleichzeitig bereits die Einflüsse der Lebensdauerdiagramme auf die Untersuchungen der BZFn entnommen werden. Abbildung 7.4 stellt die Prognose des Berechnungsmodells

Erste BZFn	Sequenzabfolge mit $n_{Seq} = 10.000$			
	n_1	n_2	n_3	n_4
$\hat{\sigma}_o$	22,02 MPa	27,76 MPa	16,99 MPa	22,02 MPa
$\hat{\sigma}_u$	-22,02 MPa	13,88 MPa	-16,99 MPa	-22,02 MPa
$\hat{\tau}_o$	11,54 MPa	15,10 MPa	40,00 MPa	11,54 MPa
$\hat{\tau}_u$	5,77 MPa	-15,10 MPa	4,00 MPa	1,15 MPa
$\hat{\xi}$	27,7°	28,4°	67,0°	27,8°
$R_{\hat{\sigma}}$	-1	0.5	-1.0	-1.0
$R_{\hat{\tau}}$	0.5	-1	0.1	0.1
n_i	2500	2500	2500	2500

Tabelle 7.1: Informationen zu den gewählten Spannungsniveaus der nichtproportionalen Beanspruchungen in der ersten Sequenzabfolge. Siehe Informationen zu den daraus folgenden Schichtbeanspruchungen auch in Tabelle 6.1 und 6.2.

für die erste Sequenzabfolge ($N_{sim.} = 52.600$) den fünf experimentellen Bruchlastspielzahlen ($N_{exp} = 82.664, 82.826, 85.038, 112.671$ und 117.192) auf den abgebildeten Spannungsniveaus gegenüber. Da die Verwendung des SWNL-Lebensdauerdiagramms für konstante Amplituden zu sehr guten Prognosen der Wöhlerkurven (vgl. Kapitel 6.1.2) und das nicht-lineare Restfestigkeitsmodell in der Bruchkurvenmodellierung zu hervorragenden Ergebnissen unter variablen Beanspruchungen führte (vgl. Kapitel 7.1), sind die Prognosen der Simulation an dieser Stelle auf Basis dieser beiden Vorgehensweisen dargestellt. Es zeigt sich, dass die Simulationsergebnisse an dieser Stelle konservativer sind als die experimentellen Ergebnisse. Während die Simulation ein Versagen innerhalb der sechsten Abfolge vorhersagt, brechen die Proben in den experimentellen Versuchen durchschnittlich erst in der zehnten Abfolge ($\bar{N}_{exp.} = 96.078$). Allgemeine Vorgehensweisen zur Berechnung unter einachsig stochastischen Beanspruchungen (siehe z.B. [VDI06]) können für die dargestellten mehrachsig nichtproportionalen Beanspruchungen nicht herangezogen werden, solange

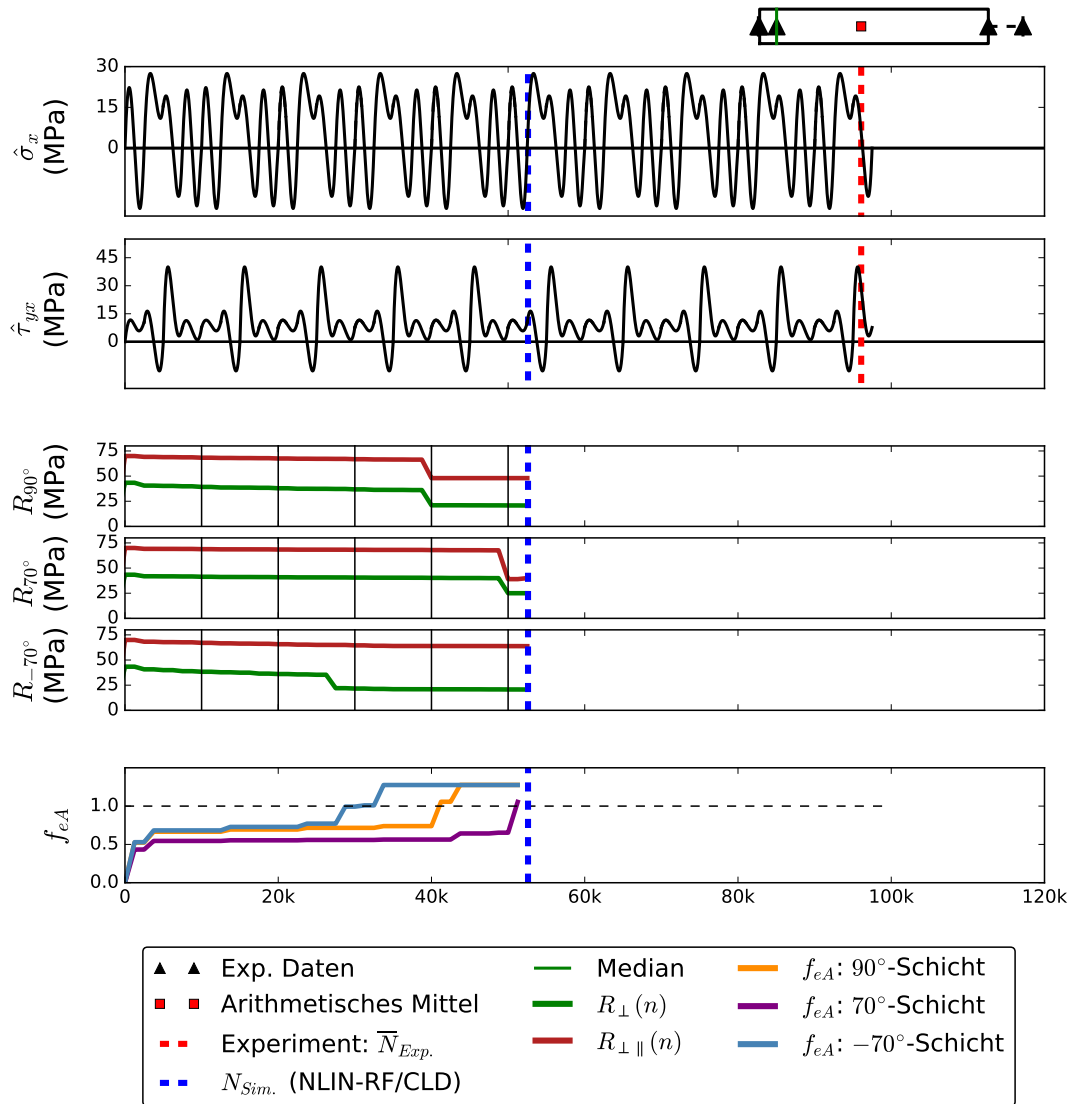


Abbildung 7.4: Prognosen des Berechnungsmodells für die erste Sequenzabfolge nichtproportionaler Beanspruchungen im Vergleich mit den experimentellen Versuchen. Dargestellt sind die globalen Beanspruchungen und die Schichtanstrengungen und -restfestigkeiten bis zur Prognose des Verbundversagens.

nur die üblichen experimentellen Verbund-Wöhlerkurven bei einachsiger Beanspruchung vorliegen. Die benötigten Verbund-Wöhlerkurven unter mehrachsiger Beanspruchung lassen sich mit bestehenden Ermüdungslebensdauermodellen (z.B. über CLD) nicht aus den einachsigen Verbund-Wöhlerkurven herleiten. Daher kann an dieser Stelle die Prognose nicht direkt mit Vorhersagen unter Verwendung der Schadensakkumulationshypothesen verglichen werden. Wie in der VDI-Richtlinie 2014 Blatt 3 [VDI06] erläutert, zeigt die Schadensakkumulationshypothese nach Miner je nach Verbundarchitektur und Belastung in vorhandenen Vergleichen typischerweise eine Überschätzung der Lebensdauer um den Faktor 1 bis 10. Daher empfiehlt die Richtlinie die originale Schadenssumme nach Miner für FKV von $D=1,0$ auf $D=0,1$ herabzusetzen, um allgemein auf der sicheren Seite zu sein. Wohlgermerkt beziehen sich die Aussagen noch auf einachsige stochastische Beanspruchun-

gen und das obwohl bereits Verbund-Wöhlerkurven als Eingangsgröße für die Berechnung verwendet werden müssen. Selbst für die in Kapitel 2.1.3 angesprochenen Berechnungen im Rahmen quasi-statischer Belastungen liegen bei den guten Prognosen nur etwa 50 % der Vorhersagen bei ± 10 % der experimentellen Untersuchungen im WWFE (vgl. Tabelle 2.2). Daher sind die Prognosen des Berechnungsmodells an dieser Stelle trotz der konservativen Ergebnisse dennoch als sehr positiv zu bewerten. Zumal die Ergebnisse gegenüber den Schadensakkumulationshypothesen auf den zugrundelegenden Schichtinformationen basieren.

7.2.2 Zweite Sequenzabfolge

Abbildung 7.5 zeigt die zweite BZFn mit den zeitlichen Verläufen der globalen Längs- (schwarz) und Schubspannung (rot) und dem globalen Biaxialitätswinkel der Belastung an der Rohrprobe. Die Abfolge ist so aufgebaut, dass zunächst eine Beanspruchung mit hohem Schubanteil ($\hat{\xi} = 67^\circ$) mit 4000 Lastspielen stattfindet und im Anschluss die Abfolge aus drei Sequenzen mit jeweils 2500 Lastspielen iterativ bis zum Bruch geprüft wird. In Tabelle 7.2 sind wiederum die dafür verwendeten globalen Spannungsniveaus in Form von (maximaler) Oberspannung $\hat{\sigma}_o$ und (minimaler) Unterspannung $\hat{\sigma}_u$ der einzelnen Sequenzen in der Abfolge zusammengefasst. Die Spannungsniveaus der Einzelbeanspruchungen ergeben jeweils eine Beanspruchung im mittleren Lastspielbereich ($\approx 10^5$) und die daraus resultierenden Schichtspannungen innerhalb der jeweiligen Sequenz sind wieder Tabelle 6.1 und 6.2 zu entnehmen. Nach der Vorbelastung mit hohem Schubanteil findet in dieser Sequenzabfolge von der ersten bis zur dritten Sequenz ein stetiger Wechsel

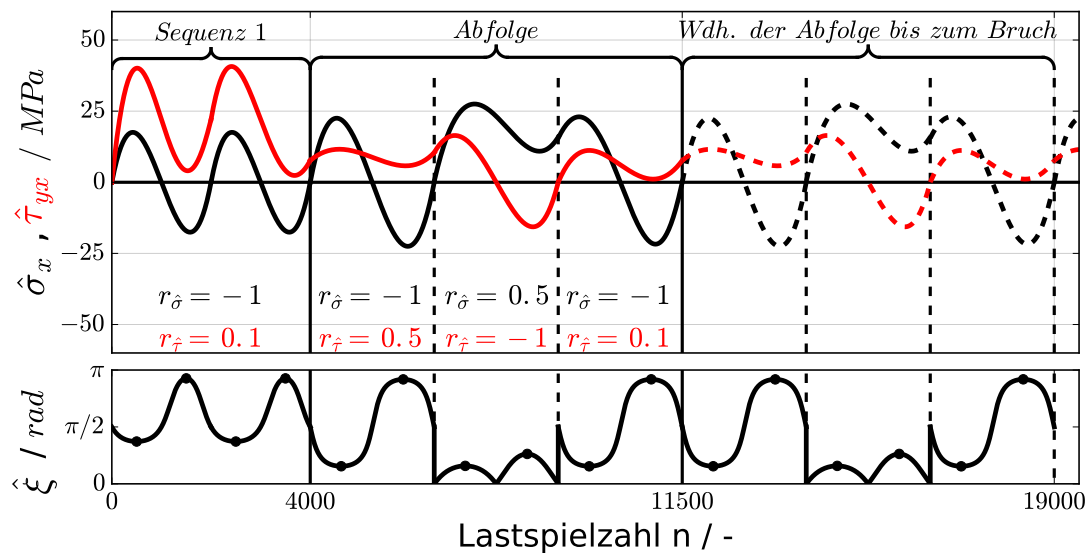


Abbildung 7.5: Zweite Sequenzabfolge der nichtproportionalen Sequenzen. Reihenfolge: MD-M1P01X67 mit 4000 Lastspielen und anschließend MD-M1P05X28, MD-P05M1X28 und MD-M1P01X28 (vgl. Anhang A.1) in einer Schleife bis zum Bruch.

Zweite BZFn	Sequenz 1	Sequenzabfolge mit $n_{Seq} = 7.500$		
	n	n_1	n_2	n_3
$\hat{\sigma}_o$	16,99 MPa	22,02 MPa	27,76 MPa	22,02 MPa
$\hat{\sigma}_u$	-16,99 MPa	-22,02 MPa	13,88 MPa	-22,02 MPa
$\hat{\tau}_o$	40,00 MPa	11,54 MPa	15,10 MPa	11,54 MPa
$\hat{\tau}_u$	4,00 MPa	5,77 MPa	-15,10 MPa	1,15 MPa
$\hat{\xi}$	67,0°	27,7°	28,4°	27,8°
$R_{\hat{\sigma}}$	-1.0	-1.0	0.5	-1.0
$R_{\hat{\tau}}$	0.1	0.5	-1.0	0.1
n_i	4000	2500	2500	2500

Tabelle 7.2: Informationen zu den gewählten Spannungsniveaus der nichtproportionalen Beanspruchungen in der zweiten Sequenzabfolge. Siehe Informationen zu den Spannungsniveaus in Tabelle 6.1 und 6.2.

zwischen schwellender und wechselnder Torsions- und Längsbeanspruchung statt. Wobei immer eine Spannungskomponente schwellend und die andere wechselnd stattfindet. Analog zur ersten Sequenzabfolge stellt Abbildung 7.6 die Prognose des Berechnungsmodells für die zweite Sequenzabfolge ($N_{sim.} = 49.100$) den experimentellen Bruchlastspielzahlen

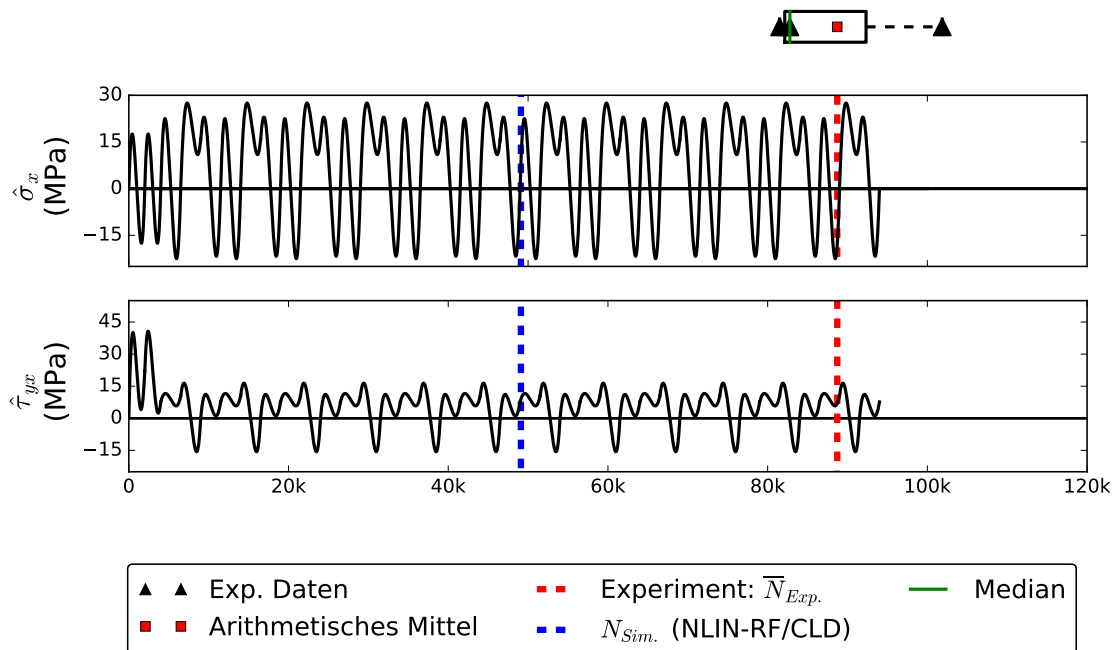


Abbildung 7.6: Prognosen des Berechnungsmodells für die zweite Sequenzabfolge nicht-proportionaler Beanspruchungen im Vergleich mit den experimentellen Versuchen. Dargestellt sind die globalen Beanspruchungen und die experimentellen Bruchlastspielzahlen

($N_{exp} = 81503,82784$ und 101863) gegenüber. Der Modellfehler lässt sich wiederum für beide Sequenzabfolgen mit

- $M_{e,Sequenz1} = \log \left(\frac{N_{1,sim.}}{\overline{N}_{exp.}} \right) = -0,261$ und
- $M_{e,Sequenz2} = \log \left(\frac{N_{2,sim.}}{\overline{N}_{exp.}} \right) = -0,257$

nach Post et al. [PCL08] berechnen. Wie bereits bei der ersten Sequenzabfolge liegt die Prognose des Modells bei Verwendung der nichtlinearen Restfestigkeitsformulierungen auf der konservativen Seite im Vergleich mit der mittleren experimentellen Bruchlastspielzahl.

Im Folgenden werden die Untersuchungen und Ergebnisse dieser Arbeit innerhalb einer kurzen Zusammenfassung dargestellt und es wird im Gesamtkonzept des progressiven Berechnungsmodells für stochastische Beanspruchungen ein Fazit gezogen. Im Ausblick werden anschließend kurz die Grenzen des Modells aufgezeigt und weiterführende Überlegungen auf Basis der Resultate erörtert.

Zusammenfassung

Beanspruchungs-Zeit-Funktionen sind bei Betriebsbelastung in der Regel sehr komplex und reichen von deterministischen und periodischen Schwingungsformen bis hin zu stochastischen Beanspruchungen. Die Berechnung der Lebensdauer beliebiger Verbundarchitekturen auf Basis des Materialverhaltens der unidirektionalen Schicht ist im Allgemeinen bei solchen Beanspruchungen noch nicht vollständig möglich oder nicht zu empfehlen. Für metallische Werkstoffe steht an dieser Stelle zum Beispiel mit der FKM-Richtlinie [Ren⁺12] eine Methode zur betriebssicheren Dimensionierung von Bauteilen zur Verfügung. Vergleichbare und werkstoffgerechte Leitlinien für eine betriebssichere Auslegung mehrschichtiger FKV auf Basis von Materialkennwerten der Einzelschicht existieren derzeit noch nicht. Aufgrund dieser fehlenden Standards beruhen die derzeit in der Praxis herangezogenen Vorgehensweisen größtenteils auf sehr konservativen und an metallische Werkstoffe angelehnte Herangehensweisen, welche für FKV oft nicht im Sinne einer effektiven Werkstoffnutzung stehen. Die Berechnungen finden im Allgemeinen entweder mit Ermüdungslebensdauermodellen auf Basis von Schadensakkumulationshypothesen oder mit phänomenologischen Modellen statt. Diese bauen dann jedoch meistens bereits auf Materialkennwerten des Verbundes auf. Die Auslegung unter stochastischen Beanspruchungen ist allerdings selbst auf Basis bekannter Verbund-Wöhlerkurven mit großen Unsicherheiten verbunden [Mat92] und erfordert zusätzlich noch einen hohen experimentellen Aufwand für die bereits festgelegte Architektur des Verbundes. Dem Konstrukteur würden aber vor allem Berechnungsmodelle auf Basis von zugrundeliegenden Materialkennwerten der Schicht helfen, um gegebenenfalls verschiedene Verbundarchitekturen im Konstruktionsprozess überprüfen zu können. Die VDI-Richtlinie 2014 [VDI06] rät indes von einer rechnerischen Lebensdaueranalyse von FKV-Strukturen unter Betriebslasten auf Basis der unidirektionalen Werkstoffdaten ab und hebt damit die Notwendigkeit der Verbesserung der rechnerischen Dimensionierung schwingbeanspruchter MSV hervor.

Untersuchungen des Bruchkurvenmodells

Um in diesem Rahmen einer möglichen Auslegung von Bauteilen unter verschiedensten mehrachsigen Belastungen näher zu kommen, wird in dieser Arbeit ein restfestigkeitsbasiertes Bruchkurvenmodell vorgestellt und innerhalb eines progressiven Berechnungsmodells zur Lebensdauervorhersage von Mehrschichtverbunden untersucht. Im ersten Schritt wird das Modell in Kapitel 5 an der undirektionalen Schicht validiert. Dazu werden aufbauend auf die einachsigen Wöhlerkurven der Schicht, die mehrachsigen Wöhlerkurven der Schicht für verschiedene Biaxialitätsverhältnisse und bei verschiedenen proportionalen und nichtproportionalen Spannungsverhältnissen hergeleitet. Im zweiten Schritt werden zusätzlich die prognostizierten Bruchkurven der Schicht unter mehrachsiger Beanspruchung mit experimentellen Restfestigkeitsdaten verglichen. In Kapitel 6 und 7 liegt der Fokus vor allem auf den Untersuchungen zentraler Phänomene stochastischer Belastungen am MSV:

1. Mehrachsig proportionale (Kapitel 6.1.1) und
2. mehrachsig nichtproportionale Beanspruchung (Kapitel 6.1.2), sowie
3. mehrachsig proportional variable (Kapitel 7.1) und
4. mehrachsig nichtproportional variable Beanspruchung (Kapitel 7.2).

Fazit

In den Prognosen der Bruchlastspielzahlen und Restfestigkeiten zeigt sich zum einen, dass durch Verwendung des vorgestellten Bruchkurvenmodells bereits mit wenigen experimentellen Materialkennwerten der undirektionalen Schicht (Eingangsgrößen) die Lebensdauer mehrschichtiger Verbunde unter variierenden und mehrachsig nichtproportionalen Beanspruchungen konservativ abgeschätzt werden kann. Gleichzeitig wird verdeutlicht, wie mit zunehmendem Verständnis des zugrundeliegenden Materialverhaltens und Kenntnis über zusätzliche Materialparameter (wie z.B. experimenteller Restfestigkeitsparameter der Schicht) die Vorhersagequalität des progressiven Lebensdauermodells für mehrschichtige Verbunde wesentlich verbessert werden kann. Aufbauend auf den Vergleich der Prognosen mit den experimentellen Daten kann zusammengefasst werden, dass das Bruchkurvenmodell innerhalb des progressiven Lebensdauermodells durchaus geeignet ist, das Materialverhalten des Mehrschichtverbunds bei mehrachsiger Beanspruchung auf Basis des Verhaltens der undirektionalen Schicht bei einachsiger Beanspruchungen zu beschreiben. Mit Blick auf die Auslegung von FKV-Bauteilen unter stochastischen Beanspruchungen zeigen die Ergebnisse daher, dass das progressive Berechnungsmodell bei Verständnis der grundlegenden Zusammenhänge großes Potential besitzt.

Zusammengefasst bietet das Berechnungsmodell also folgende Vorteile:

- Das Materialverhalten des MSV und das Verbundversagen wird auf Basis der Informationen der Einzelschicht prognostiziert.
- Das Modell basiert auf der Berechnung der tatsächlichen Schädigungen der Einzelschicht und bietet in den ersten Untersuchungen weniger Unsicherheiten in den Berechnungen als die Ermüdungslebensdauermodelle.
- Aufgrund des iterativen Charakters des Modells kann die Berechnung ohne Zählverfahren und den dadurch entstehenden Informationsverlust bezüglich der Amplitudenreihenfolge durchgeführt werden.
- Das Modell führt für die untersuchte Verbundarchitektur durchweg zu sehr guten und konservativen Prognosen.
- Es können mit nur wenigen experimentellen Daten Prognosen auf der sicheren Seite erzielt werden.

Zusammenfassend zeigt sich also, dass der Weg zur Berechnung von FKV unter (mehrachsig) stochastischen Beanspruchung mit dem vorgestellten Bruchkurvenmodell innerhalb des progressiven Lebensdauermodells verfolgt werden kann.

Ausblick

Im Vergleich mit den experimentellen Versuchen hat das hier vorgestellte Bruchkurvenmodell sein Potential für Lebensdauerprognosen von FKV aufgezeigt. Zur Weiterentwicklung des Berechnungsmodells sollten im Weiteren zusätzliche Schritte mit den folgenden zentralen Fragestellungen geklärt werden:

Fokus 1: Verbundarchitekturen

Aufgrund der sehr hohen experimentellen Anforderungen an die Entwicklung des Bruchkurvenmodells und deren schrittweise Untersuchung von konstanten Amplituden bis hin zu mehrachsig nichtproportionalen und variablen Amplituden, wird in der vorliegenden Arbeit zunächst nur ein spezieller Verbundaufbau untersucht. Im Mittelpunkt der Betrachtungen steht hierbei im ersten Schritt ein sogenannter „off-axis“-Verbund mit großen Faserwinkeln (hier: $[90/70/-70]_s$), um das Zwischenfaserbruchkurvenmodell ohne den Einfluss von erhöhten Längsspannungen zu validieren. So bleiben bei dem untersuchten Verbund selbst im Bereich der höchsten zyklischen Beanspruchungsniveaus im Bereich von $N \approx 10^3$ bei $\hat{\xi} = 67^\circ$ die Faserzugspannung bei maximal 14,4 % der Faserzugfestigkeit $R_{||}^+$ und die höchste Faserdruckspannung bei maximal 24,2 % der Faserdruckfestigkeit $R_{||}^-$. Um einen Eindruck über die Prognosen des Modells für weitere Verbundaufbauten zu geben, sind in Anhang A.5 zusätzlich Lebensdauervorhersagen für eine Vielzahl ausgeglichener Winkelverbunde aus GFK der SNL/DOE/MSU-Datenbank [Man10] auf

Basis einer minimalen Anzahl an Eingangsgrößen beigefügt. In weiterführenden Arbeiten sollten die Untersuchungen also zunächst auf weitere Verbundarchitekturen ausgeweitet werden. Dafür bieten sich zunächst vor allem weitere ausgeglichene Winkelverbunde mit kleineren Faserwinkeln und zum Beispiel typische quasi-isotrope Aufbauten aus der Luft- und Windenergiebranche an. Um das Bruchkurvenmodell auch im weiteren Kontext mit zunehmenden Längsspannungen zu betrachten, sollten ebenso Verbundaufbauten mit zusätzlichen unidirektionalen Lagen in Längsrichtung fokussiert werden.

Fokus 2: Mehrachsige Reihenfolgeeffekte

Da Reihenfolgeeffekte bei FKV weiterhin nicht vollständig verstanden und geklärt sind, sollten besonders vor dem Hintergrund stochastischer Beanspruchungen die Effekte bei mehrachsigen Reihenfolgen und Einflüsse durch häufige Übergänge zwischen kleinen und großen Spannungsamplituden (Cycle Mix) genauer betrachtet werden. Durch die Betrachtung des mehrachsigen HL- und LH-Verhaltens sollten tiefergreifende Erkenntnisse über das Materialverhalten und die Schadensentstehung und -entwicklung bei stochastischer Beanspruchung von FKV erlangt werden. Gleichzeitig müssen stets die Möglichkeiten und Grenzen bezüglich dieses Materialverhaltens innerhalb des progressiven Schadensmodells im Gesamtkontext analysiert werden.

Fokus 3: Mehrachsig stochastische Beanspruchungen

Es bietet sich an, das bestehende Berechnungsmodell für tatsächliche stochastische Belastungsmuster weiterzuentwickeln. Hierfür muss geklärt werden ob eine werkstoffmechanisch begründete Beschreibung von Beanspruchungs-Zeit-Funktionen für das progressive Schadensmodell von FKV möglich ist und wie die BZFn innerhalb des lastspielzahlweisen Berechnungsmodells umgesetzt werden kann. Eine Durchführung ohne Klassifizierverfahren aufgrund der iterativen und lastspielweisen Berechnungsstruktur birgt großes Potential, da auf diese Weise zum Beispiel unter anderem kein Informationsverlust der Reihenfolge stattfindet.

Fokus 4: Hybridmodelle

Zwar zeigten sich für die mehrachsig nichtproportionalen und variablen (aber immer noch deterministischen) Beanspruchungen angemessene Rechenzeiten und Datenmengen bei der Simulation der Rohrprobe, dennoch muss für tatsächliche stochastische Beanspruchungen und größere Bauteile die Struktur des Berechnungscodes verändert und gegebenenfalls das Modell selbst angepasst werden, um akzeptable Zeit- und Datenmengen zu erzeugen. Die Nachteile durch die großen Unsicherheiten bei der Verwendung von Ermüdungslebensdauermodellen und der Anwendung von Schadensakkumulationshypothesen für FKV werden innerhalb der vorliegenden Arbeit mehrmals aufgezeigt. Ein Vorteil dieser Lebensdauermodelle ist jedoch, dass die Anwendung der Schadensakkumulation generell einen deutlichen Zeitvorteil gegenüber den progressiven Modellen und eine geringere Komplexität in der Umsetzung mit sich bringt. Für zukünftige Untersuchungen

birgt das in Anhang A.2 dargestellte Hybridmodell aus progressiver Berechnung und Ermüdungslebensdauermodell daher vermutlich zusätzliches Potential für die Umsetzung stochastischer Beanspruchungen. Hierbei kommt im Wesentlichen ein Zählverfahren und die Schadensakkumulation nach Miner in Kombination mit dem progressiven Modell zu tragen. Die Schadensakkumulation findet dann aber nicht auf Basis der experimentellen einachsigen Verbund-Wöhlerkurven und Interpolation im Verbund-CLD, sondern direkt mit den simulierten mehrachsigen Verbund-Wöhlerkurven des in dieser Arbeit vorgestellten progressiven Lebensdauermodells für die jeweiligen im Zählverfahren charakterisierten Beanspruchungen statt. Diese können an dieser Stelle prinzipiell beliebig mehrachsig nichtproportional sein, solange das angewendete Zählverfahren dafür geeignet ist. Auf diese Weise kann die Berechnung der Lebensdauer des MSV trotz Anwendung einer Schadensakkumulationshypothese aufbauend auf die Materialkennwerte der unidirektionalen Schicht stattfinden.

9

Literatur

- [ABB93] M.P. Ansell, I.P. Bond und P.W. Bonfield. „Constant life diagrams for wood composites and polymer matrix composites“. In: *Proceedings of the 9th international conference on composite materials (ICCM 9)* (1993), S. 692–699.
- [AC93] M Ashby und D Cebon. „Materials selection in mechanical design“. In: *Journal de Physique IV Colloque 03 (C7)* (1993), pp.C7-1-C7-9. DOI: <https://doi.org/10.1051/jp4:1993701>.
- [Ada⁺86] T Adam, R F Dickson, C J Jones, H Reiter und B Harris. „A Power Law Fatigue Damage Model for Fibre-Reinforced Plastic Laminates“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 200.3 (1986), S. 155–166. DOI: https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1986_200_111_02.
- [Ada⁺92] T. Adam, N. Gathercole, H. Reiter und B. Harris. „Fatigue Life Prediction For Carbon Fibre Composites“. In: *Advanced Composites Letters* (Jan. 1992). DOI: <https://doi.org/10.1177/096369359200100106>.
- [Ada⁺94] T. Adam, N. Gathercole, H. Reiter und B. Harris. „Life prediction for fatigue of T800/5245 carbob-fibre composites: II. Variable-amplitude loading“. In: *International Journal of Fatigue* 16.8 (1994), S. 533–547. ISSN: 0142-1123. DOI: 0.1016/0142-1123(94)90479-0.
- [AH10] Stephan Adden und Peter Horst. „Stiffness degradation under fatigue in multiaxially loaded non-crimped-fabrics“. In: *International Journal of Fatigue* 32.1 (2010). Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4), S. 108–122. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2009.02.002>.
- [Ala⁺19] Parvez Alam, Dimitrios Mamalis, Colin Robert, Christophe Floreani und Conchur M. O Bradaigh. „The Fatigue of Carbon Fibre Reinforced Plastics – A Review“. In: *Composites Part B: Engineering* 166 (Juni 2019), S. 555–579. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.02.016>.
- [AST15] American Society for Testing and Materials. „ASTM D4255 / D4255M-15a, Standard Test Method for In-Plane Shear Properties of Polymer Matrix Composite Materials by the Rail Shear Method“. In: (2015). DOI: https://dx.doi.org/10.1520/D4255_D4255M-15A.

- [AST16] American Society for Testing and Materials. „ASTM D5448 / D5448M-16, Standard Test Method for Inplane Shear Properties of Hoop Wound Polymer Matrix Composite Cylinders“. In: (2016). DOI: https://dx.doi.org/10.1520/D5448_D5448M-16.
- [AST19a] American Society for Testing and Materials. „ASTM D5379 / D5379M-19, Standard Test Method for Shear Properties of Composite Materials by the V-Notched Beam Method“. In: (2019). DOI: https://dx.doi.org/10.1520/D5379_D5379M-19.
- [AST19b] American Society for Testing and Materials. „ASTM D7078 / D7078M-19, Standard Test Method for Shear Properties of Composite Materials by V-Notched Rail Shear Method“. In: (2019). DOI: https://dx.doi.org/10.1520/D7078_D7078M-19.
- [AT65] V.D. Azzi und Stephen W. Tsai. „Anisotropic strength of composites“. In: *Experimental Mechanics* 5 (1965), S. 283–288. DOI: <https://dx.doi.org/10.1007/BF02326292>.
- [BAL97] P. Brøndsted, S.I. Andersen und H. Lilholt. „Fatigue damage accumulation and lifetime prediction of GFRP materials under block loading and stochastic loading“. English. In: *Polymeric composites - expanding the limits*. Hrsg. von S.I. Andersen, P. Brøndsted, H. Lilholt, Aa. Lystrup, J.T. Rheinländer, B.F. Sørensen und H. Toftegaard. Risø National Laboratory, 1997, S. 269–278. ISBN: 87-550-2319-3.
- [Bar⁺98] Jonathan Bartley-Cho, Seung Gyu Lim, H.Thomas Hahn und Peter Shyprykevich. „Damage accumulation in quasi-isotropic graphite/epoxy laminates under constant-amplitude fatigue and block loading“. In: *Composites Science and Technology* 58.9 (1998), S. 1535–1547. ISSN: 0266-3538. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(97\)00214-5](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(97)00214-5).
- [Bas10] O.H. Basquin. „The exponential law of endurance test“. In: *American Society for Testing and Materials* 10 (1910), S. 625–630.
- [BBM01] V. Barron, M. Buggy und N.H. McKenna. „Frequency effects on the fatigue behaviour on carbon fibre reinforced polymer laminates“. In: *Journal of Materials Science* 36 (2001), S. 1755–1761. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1017576725885>.
- [BF00] I.P. Bond und I.R. Farrow. „Fatigue life prediction under complex loading for XAS/914 CFRP incorporating a mechanical fastener“. In: *International*

- Journal of Fatigue* 22.8 (2000), S. 633–644. ISSN: 0142-1123. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(00\)00050-5](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(00)00050-5).
- [BLA97] P. Brøndsted, H. Lilholt und S.I. Andersen. „Fatigue damage prediction by measurements of the stiffness degradation in polymer matrix composites“. English. In: *International conference on fatigue of composites*. Hrsg. von S. Degallaix, C. Bathias und R. Fougères. ICFC, 1997, S. 370–377.
- [Ble12] Andreas Bleier. „Prüfverfahren zur Ermittlung exakter Werkstoffkennwerte einer unidirektionalen Schicht unter besonderer Berücksichtigung physikalischer Nichtlinearitäten“. Diss. 2012, S. 1–232. ISBN: 978-3-8440-0656-8.
- [Bog⁺04] Travis A. Bogetti, Christopher P.R. Hoppel, Vasyl M. Harik, James F. Newill und Bruce P. Burns. „Predicting the nonlinear response and progressive failure of composite laminates“. In: *Composites Science and Technology* 64.3 (2004). Failure criteria in fibre reinforced polymer composites Part C: Additional theories conclusions and recommendations, S. 329–342. ISSN: 0266-3538. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00217-3](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00217-3).
- [Bon99] I.P. Bond. „Fatigue life prediction for GRP subjected to variable amplitude loading“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 30, Issue 8 (Aug. 1999), S. 961–970. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1359-835X\(99\)00011-1](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(99)00011-1).
- [Bro⁺19] M. Brod, G. Just, A. Dean, E. Jansen, I. Koch, R. Rolfes und M. Gude. „Numerical modelling and simulation of fatigue damage in carbon fibre reinforced plastics at different stress ratios“. In: *Thin-Walled Structures* 139 (2019), S. 219–231. ISSN: 0263-8231. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.03.005>.
- [BS72] L. Broutman und S. Sahu. „A New Theory to Predict Cumulative Fatigue Damage in Fiberglass Reinforced Plastics“. In: *Composite Materials: Testing and Design (Second Conference)*, ed. H. Corten (West Conshohocken, PA: ASTM International) (1972), S. 170–188. DOI: <https://dx.doi.org/10.1520/STP27746S>.
- [CF04] R.G. Cuntze und A. Freund. „The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multidirectional laminates“. In: *Composites Science and Technology* 64.3 (2004). Failure criteria in fibre reinforced polymer composites Part C: Additional theories conclusions and recommendations, S. 343–377. ISSN: 0266-3538. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00218-5](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00218-5).

- [Cou76] C. A. Coulomb. „Essai sur une application des règles de maximis & minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l’architecture“. In: *Paris, De l’Imprimerie Royale* (1776).
- [Cun19] R. Cuntze. *Fachbegriffe für Kompositbauteile – Technical terms for composite parts: Glossar für Bauwesen und Maschinenbau – Glossary for civil- and mechanical engineering*. 1. Aufl. Springer Vieweg, 2019. ISBN: 978-3658256340.
- [DCR05] Carlos G. Davila, Pedro P. Camanho und Cheryl A. Rose. „Failure Criteria for FRP Laminates“. In: *Journal of Composite Materials* 39.4 (2005), S. 323–345. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/0021998305046452>.
- [DIN15] Deutsches Institut für Normung. „DIN 50100:2016-12: Schwingfestigkeitsversuch – Durchführung und Auswertung von zyklischen Versuchen mit konstanter Lastamplitude für metallische Werkstoffproben und Bauteile / Load controlled fatigue testing – Execution and evaluation of cyclic tests at constant load amplitudes on metallic specimens and components“. In: (Dez. 2016). DOI: <https://dx.doi.org/10.31030/2580844>.
- [DIN97] Deutsches Institut für Normung. „Faserverstärkte Kunststoffe - Zugversuch an 45-Laminaten zur Bestimmung der Schubspannungs/Schubverformungskurve des Schubmoduls in der Lagenebene (ISO 14129:1997)); Deutsche Fassung EN ISO 14129:1997“. In: (Feb. 1998). DOI: <https://dx.doi.org/10.31030/7433963>.
- [DIN99] Deutsches Institut für Normung. „DIN 65583:1999-04. Luft- und Raumfahrt - Faserverstärkte Kunststoffe - Bestimmung des Glasübergangs von Faserverbundwerkstoffen unter dynamischer Belastung“. In: (Apr. 1999). DOI: <https://dx.doi.org/10.31030/8016582>.
- [DJ75] G.M. Van Dijk und J.B. de Jonge. „Introduction to a fighter aircraft loading standard for fatigue evaluation FALSTAFF“. In: *Proceedings of the 8th ICAF Symposium, International Committee on Aeronautical Fatigue, Lausanne, Switzerland* (1975).
- [DV01] Joris Degrieck und Wim Van Paepegem. „Fatigue Damage Modeling of Fibre-Reinforced Composite Materials“. In: *Applied Mechanics Reviews* 54 (4) (Juli 2001), S. 279–300. DOI: 10.1115/1.1381395.
- [Ehr06] G. W. Ehrenstein. *Faserverbund-Kunststoffe: Werkstoffe - Verarbeitung - Eigenschaften*. 2. Aufl. Carl Hanser Verlag, 2006. ISBN: 978-3446227163.

- [Ein18] S. Einbock. *Statistik der Betriebsfestigkeit (2. erweiterte Auflage): Schnell verstehen und anwenden*. BoD - Books on Demand, 2018. ISBN: 9783752849981.
- [Erh08] Gunter Erhard. *Konstruieren mit Kunststoffen*. 4. Aufl. Carl-Hanser Verlag, München, 2008. ISBN: 978-3-446-41646-8.
- [Erp⁺04] S Erpolat, I.A Ashcroft, A.D Crocombe und M.M Abdel-Wahab. „A study of adhesively bonded joints subjected to constant and variable amplitude fatigue“. In: *International Journal of Fatigue* 26.11 (2004), S. 1189–1196. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.03.011>.
- [EU14] Das europäische Parlament und der Rat der europäischen Union. *Verordnung (EU) Nr. 333/2014 des europäischen Parlaments und des Rates zur Änderung der Verordnung (EG) Nr. 443/2009 hinsichtlich der Festlegung der Modalitäten für das Erreichen des Ziels für 2020 zur Verringerung der CO₂-Emissionen neuer Personenkraftwagen*. Amtsblatt der Europäischen Union, 11. März 2014.
- [Far89] I. R. Farrow. „Damage accumulation and degradation of composite laminates under aircraft service loading : assessment and prediction“. Dissertation. Cranfield Institute of Technology, Cranfield University, 1989.
- [FE94] Z. Fawaz und F. Ellyin. „Fatigue failure model for fibre-reinforced materials under general loading conditions“. In: *Journal of Composite Materials* 28, Issue 15 (Sep. 1994), S. 1432–1451. DOI: <https://doi.org/10.1177/002199839402801503>.
- [FK71] R. Förster und W. Knappe. „Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Reißbildungsgrenze an zweischichtigen Wickelrohren aus Glasfaser/-Kunststoff unter Innendruck“. In: 8 (1971), S. 583–588.
- [FKS02] O. Fischer, M. Knops und Ernst Schmachtenberg. „COMPOSITOR - Auslegung von FVK-Bauteilen leicht gemacht“. In: *Tagungshandbuch / 5. Internationale AVK-TV Tagung für Verstärkte Kunststoffe und Duroplastische Formmassen : 17 - 18 September 2002, Kongresshaus Baden-Baden = Manual / 5th International AVK-TV Conference on Reinforced Plastics and Thermoset Moulding Compounds / [Hrsg.: Arbeitsgemeinschaft Verstärkte Kunststoffe - Technische Vereinigung e.V., (AVK-TV). Tagungsleitung: Rudolf Kleinholz]*. Frankfurt am Main, 2002, S. C5-1-C5-6. URL: <https://publications.rwth-aachen.de/record/115308>.

- [Foy72] R. L. Foye. „The Transverse Poisson’s Ratio of Composites“. In: *U.S. Army Air Mobility R&D Laboratory NASA - Langley Research Center, Hampton, VA23365* 8 (1972).
- [FPG19] R. De Finis, D. Palumbo und U. Galietti. „Fatigue damage analysis of composite materials using thermography-based techniques“. In: *Procedia Structural Integrity* 18 (2019). 25th International Conference on Fracture and Structural Integrity, S. 781–791. ISSN: 2452-3216. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2019.08.227>.
- [FQ03] M. S. Found und M. Quaresimin. „Two-stage fatigue loading of woven carbon fibre reinforced laminates“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 26.1 (2003), S. 17–26. DOI: <https://dx.doi.org/10.1046/j.1460-2695.2003.00583.x>.
- [FY98] A. Fatemi und L. Yang. „Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials“. In: *International Journal of Fatigue* 20.1 (1998), S. 9–34. ISSN: 0142-1123. DOI: 10.1016/S0142-1123(97)00081-9.
- [FZR95] M. Flemming, G. Ziegmann und S. Roth. *Faserverbundbauweisen - Fasern und Matrices*. 1. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 1995. ISBN: 978-3-642-63352-2.
- [FZR96] M. Flemming, G. Ziegmann und S. Roth. *Faserverbundbauweisen - Halbzeuge und Bauweisen*. 1. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 1996. ISBN: 978-3-642-61432-3.
- [Gat⁺93] N. Gathercole, H. Reiter, T. Adam und B. Harris. „Life prediction for fatigue of T800/5245 carbon-fibre composites: I. Constant-amplitude loading“. In: *International Journal of Fatigue* 16, Issue 8 (Juni 1993), S. 523–532. DOI: [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(94\)90478-2](https://doi.org/10.1016/0142-1123(94)90478-2).
- [GL10] Germanischer Lloyd. *Guideline for the Certification of Wind Turbines*. Germanischer Lloyd Industrial Services GmbH - Renewables Certification, Hamburg, Juli 2010. URL: <http://www.gl-group.com/GLRenewables>.
- [Goo17] J. Goodman. „Mechanics applied to engineering - with 741 illustrations and numerous examples. Eighth edition“. In: *Longmans, Green and co., London* (1917), S. 634.
- [Gor⁺13] Laurent Gornet, Ophélie Wesphal, Christian Burtin, Jean-Luc Bailleul, Patrick Rozycki und Laurent Stainier. „Rapid Determination of the High Cycle

- Fatigue Limit Curve of Carbon Fiber Epoxy Matrix Composite Laminates by Thermography Methodology: Tests and Finite Element Simulations“. In: *Procedia Engineering* 66 (2013). Fatigue Design 2013, International Conference Proceedings, S. 697–704. ISSN: 1877-7058. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.12.123>.
- [GS02] E.K Gamstedt und B.A Sjögren. „An experimental investigation of the sequence effect in block amplitude loading of cross-ply composite laminates“. In: *International Journal of Fatigue* 24.2 (2002), S. 437–446. ISSN: 0142-1123. DOI: 10.1016/S0142-1123(01)00099-8.
- [Gud⁺06] M. Gude, W. Hufenbach, I. Koch und R. Protz. „Fatigue Failure Criteria And Degradation Rules For Composites Under Multiaxial Loadings“. In: *Mechanics of Composite Materials* 42.5 (2006). DOI: <https://dx.doi.org/10.1007/s11029-006-0054-z>.
- [Hah⁺97] H.T. Hahn, E.A. Armanios, P.A. Lagace, ASTM Committee D-30 on High Modulus Fibers, Their Composites, T.K. O’Brien und ASTM Committee E-24 on Fracture Testing. *Composite Materials: Fatigue and Fracture. Sixth volume*. ASTM special technical publication. ASTM, 1997. ISBN: 9780803124110.
- [Hah14] C. Hahne. *Zur Festigkeitsbewertung von Strukturbauteilen aus Kohlenstofffaser-Kunststoff-Verbunden unter PKW-Betriebslasten*. Dissertation am Fachbereich Maschinenbau der Technischen Universität Darmstadt, Shaker Verlag, 2014. ISBN: 978-3844032260.
- [Hai06] E. Haibach. *Betriebsfestigkeit: Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung*. VDI-Buch. Springer Berlin Heidelberg, 2006. ISBN: 9783540293637.
- [Hai17] B. P. Haigh. „Experiments on the fatigue of brasses“. In: *Journal of the Institute of Metals* 18 (1917), S. 55–86.
- [Has80] Z. Hashin. „Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites“. In: *Journal of Applied Mechanics* 47.2 (Juni 1980), S. 329–334. ISSN: 0021-8936. DOI: <https://dx.doi.org/10.1115/1.3153664>.
- [Has85] Z. Hashin. „Cumulative damage theory for composite materials: Residual life and residual strength methods“. In: *Composites Science and Technology* 23.1 (1985), S. 1–19. ISSN: 0266-3538. DOI: [https://doi.org/10.1016/0266-3538\(85\)90008-9](https://doi.org/10.1016/0266-3538(85)90008-9).

- [Hav88] A. A. ten Have. „WISPER : a standardized fatigue load sequence for HAWT-blades“. In: *European Community Wind Energy Conference (ECWEC 88) Proceedings, 6-10. Juni, Herning, Dänemark* (1988), S. 448–452.
- [HH86a] W. Hwang und K.S. Han. „Cumulative Damage Models and Multi-Stress Fatigue Life Prediction“. In: *Journal of Composite Materials* 20.2 (1986), S. 125–153. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199838602000202>.
- [HH86b] W. Hwang und K.S. Han. „Fatigue of Composites—Fatigue Modulus Concept and Life Prediction“. In: *Journal of Composite Materials* 20.2 (1986), S. 154–165. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199838602000203>.
- [Hil48] R. Hill. „A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals - Communicated by E. Orowan, F.RS“. In: *Proceedings of the Royal Society, Series A* 193 (1948), S. 281–297.
- [HK12] M.J. Hinton und A.S. Kaddour. „The background to the Second World-Wide Failure Exercise“. In: *Journal of Composite Materials* 46, issue 19-20 (2012), S. 2283–2294. DOI: <https://doi.org/10.1177/0021998312449885>.
- [HK13] M.J. Hinton und A.S. Kaddour. „The background to the third world-wide failure exercise“. In: *Journal of Composite Materials* 47, issue 20-21 (2013), S. 2417–2426. DOI: <https://doi.org/10.1177/0021998313499475>.
- [HKS04] M.J. Hinton, A.S. Kaddour und P. Soden. „Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites: The World-Wide Failure Exercise – A Composites Science and Technology Compendium“. In: *Elsevier* (2004). DOI: 10.1016/B978-0-080-44475-8.X5000-8.
- [HKS14] Clemens Hahne, Ulrich Knaust und Helmut Schürmann. „Zur Festigkeitsbewertung von CFK-Strukturen unter Pkw-Betriebslasten“. In: *Materials Testing* 56, 7-8 (2014), pp. 542–549.
- [Hof67] Oscar Hoffman. „The Brittle Strength of Orthotropic Materials“. In: *Journal of Composite Materials* 1 (Apr. 1967), S. 200–206. DOI: <https://doi.org/10.1177/002199836700100210>.
- [HR73] Z. Hashin und A. Rotem. „A Fatigue Failure Criterion for Fiber Reinforced Materials“. In: *Journal of Composite Materials* 7 (Oktober 1973), S. 448–464. DOI: <https://doi.org/10.1177/002199837300700404>.
- [Hua⁺19] J. Huang, M.L. Pastor, C. Garnier und X.J. Gong. „A new model for fatigue life prediction based on infrared thermography and degradation process for

- CFRP composite laminates“. In: *International Journal of Fatigue* 120 (2019), S. 87–95. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.11.002>.
- [Huy96] D. Huybrechts. „Ein erster Beitrag zur Verifikation des wirkebenenbezogenen Zwischenfaserbruchkriteriums nach Puck / A first contribution in verifying the action plane related inter fiber failure criterion after Puck / vorgelegt von Dirk Gabriel Huybrechts“. Diss. 1996, S. 1–152. ISBN: 978-3-86073-448-3.
- [IRH95] Lothar Issler, Hans Ruoff und Peter Häfele. „Grundlagen der Schwingfestigkeit“. In: *Festigkeitslehre — Grundlagen*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1995, S. 329–443. ISBN: 978-3-662-11739-2. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-662-11739-2_11.
- [ISO03] International Organization for Standardization - ISO/TC 61/SC 13 Composites und reinforcement fibres. „ISO 13003:2003: Fibre-reinforced plastics — Determination of fatigue properties under cyclic loading conditions“. In: (Dez. 2003), S. 1–17. DOI: <https://dx.doi.org/10.31030/2580844>.
- [Kas10] Christos Kassapoglou. „Fatigue of composite materials under spectrum loading“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 41.5 (2010), S. 663–669. ISSN: 1359-835X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2010.01.016>.
- [KBL13] Ciaran R. Kennedy, Conchúr M. Ó Brádaigh und Sean B. Leen. „A multiaxial fatigue damage model for fibre reinforced polymer composites“. In: *Composite Structures* 106 (2013), S. 201–210. ISSN: 0263-8223. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.05.024>.
- [KK07] M. Kawai und M. Koizumi. „Nonlinear constant fatigue life diagrams for carbon/epoxy laminates at room temperature“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38.11 (2007). CompTest 2006, S. 2342–2353. ISSN: 1359-835X. DOI: <https://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2007.01.016>.
- [KK15] Thomas Kraus und Michael Kühnel. *Composites-Marktbericht 2015 - Marktentwicklungen, Trends, Ausblicke und Herausforderungen*. Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe (AVK) und Carbon Composites e.V. (CCev), September 2015.
- [KM10] M. Kawai und T. Murata. „A three-segment anisomorphic constant life diagram for the fatigue of symmetric angle-ply carbon/epoxy laminates at room

- temperature“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 41.10 (2010), S. 1498–1510. ISSN: 1359-835X. DOI: <https://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2010.06.012>.
- [Kno03] Martin Knops. „Sukzessives Bruchgeschehen in Faserverbundlaminaten“. Aachen, Techn. Hochsch. Diss. Aachen, 2003, II, 143 S. : Ill., graph. Darst. ISBN: 3-86130-480-5.
- [Ko94] F. K Ko. „Braiding“. In: *TEXCOMP-2, Katholieke Universiteit Leuven (B)* (Mai 1994).
- [KW93] W. B. Krätzig und U. Wittek. *Tragwerke - Band 1: Theorie und Berechnungsmethoden statisch bestimmter Stabtragwerke*. 2. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1993. ISBN: 978-3-540-56718-9.
- [LJ00] C. H. Lee und M. H. R. Jen. „Fatigue Response and Modelling of Variable Stress Amplitude and Frequency in AS-4/PEEK Composite Laminates, Part 2: Analysis and Formulation“. In: *Journal of Composite Materials* 34.11 (2000), S. 930–953. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199830003401102>.
- [Man⁺10] John F Mandell, Thomas D Ashwill, Timothy J Wilson, Aaron T Sears, Pancasatya Agastra, Daniel L Laird und Daniel D Samborsky. „Analysis of SNL/MSU/DOE fatigue database trends for wind turbine blade materials.“ In: *SANDIA REPORT: SAND2010-7052. Sandia National Laboratories* (Dez. 2010). DOI: <https://dx.doi.org/10.2172/1034894>.
- [Man10] J. F. Mandell. „DOE / MSU Composite Material Fatigue Database - Version 19.0“. In: *Technical report, Sandia National Laboratories (SNL), Albuquerque* (März 2010), S. 448–452.
- [Mat92] P. Mattheij. „Anwendung der linearen Schadensakkumulationshypothese nach Miner bei Faserverbundwerkstoffen.“ In: *SKZ-Fachtagung „Ermüdungsverhalten von Faserverbundwerkstoffen und Lebensdauervorhersage für Faserverbundbauteile* (Nov. 1992).
- [MBZ19a] Marc Möller, Jochen Blaurock und Gerhard Ziegmann. „A comparative study of linear and nonlinear approaches to residual strength based fatigue-failure envelopes for multiaxial fatigue of CFRP“. In: *Proceedings of the institute of vehicles. XXXth German-Polish Scientific Seminar: Development Trends in Design of Machines and Vehicles. Warsaw University of Technology* (Sep. 2019).

- [MBZ19b] Marc Möller, Jochen Blaurock und Gerhard Ziegmann. „Investigation on homothetic failure envelopes in the layer-based fatigue analysis of cfrp“. In: *Proceedings of the 22nd International Conference on Composite Materials (ICCM22), Melbourne, Australia* (Aug. 2019).
- [Men81] G. Menges. *Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben: Untersuchung der Festigkeit von mehrachsig beanspruchten GFK - Bauteilen*. Fraunhofer IRB Verlag (Informationsverbundzentrum RAUM und BAU der Fraunhofer-Gesellschaft). Inventar-Nr. F1786, 1981.
- [MHE11] Andreas Martin, karsten Hinkelmann und Alfons Esderts. „Zur Auswertung von Schwingfestigkeitsversuchen im Zeitfestigkeitsbereich - Teil 1: Wie zuverlässig können 50%-Wöhlerlinien aus experimentellen Daten geschätzt werden?“ In: *Materials Testing* 53.9 (Sep. 2011), S. 502–512. DOI: <https://dx.doi.org/10.3139/120.110255>.
- [MHW95] W. Michaeli, D. Huybrechts und M. Wegener. *Dimensionieren mit Faserverbundkunststoffen: Einführung und praktische Hilfen*. Hanser Fachbuch, 1995. ISBN: 978-3446176591.
- [Mil⁺85] K.J. Miller, M.W. Brown, M.W. Brown, American Society for Testing, Materials. Committee E-9 on Fatigue, ASTM Committee E-9 on Fatigue und ASTM Committee E-24 on Fracture Testing. *Multiaxial Fatigue: A Symposium*. ASTM STP 853. American Society for Testing und Materials, 1985. ISBN: 9780803104440.
- [Min45] M. A. Miner. „Cumulative Damage in Fatigue“. In: *Journal of Applied Mechanics* 12 (1945), A159–A164.
- [MK27] H.F. Moore und J.B. Kommers. *The fatigue of models - with chapters on the fatigue of wood and concrete*. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York: 370 Seventh Avenue, 1927.
- [Moh00] O. Mohr. „Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials“. In: *Zeitschrift des VDI* 24.45 & 46 (1900), S. 1524–1541.
- [Möl⁺18a] Marc Möller, Jochen Blaurock, Gerhard Ziegmann und Alfons Esderts. „Investigation on multiaxial strength reduction for multi-directional laminates under variable amplitude loading“. In: *IOP Conf. Series: Material Science and Engineering* 388 (2018). DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/388/1/012015>.

- [Möl⁺18b] Marc Möller, Jochen Blaurock, Gerhard Ziegmann und Alfons Esderts. „Residual strength prediction for multi-directional composites subjected to arbitrary loads“. In: *Proceedings of the 6th European Conference on Computational Mechanics and the 7th European Conference on Computational Fluid Dynamics* (Scotland, Glasgow). Hrsg. von Yolande Berbers und Willy Zwaenepoel. International Center for Numerical Methods in Engineering (CIM-NE), Juni 2018, S. 3825–3836. ISBN: 978-84-947311-6-7.
- [Möl⁺20] M. Möller, J. Blaurock, G. Ziegmann und A. Esderts. „Beitrag zur Bruchkurvenmodellierung in restfestigkeitsbasierten Lebensdaueranalysen von CFK im Hinblick auf Lastrichtungswechsel / On modeling failure envelopes in residual strength-based fatigue life analyses of cfrp with regard to load direction changes“. In: *Zeitschrift Kunststofftechnik/ Journal of Plastics Technology* 16.2 (2020), S. 33–62. DOI: <https://dx.doi.org/10.3139/0999.01022020>.
- [MOV17] Vahid Ghaffari Mejlaj, Daniel Osorio und Thomas Vietor. „An Improved Fatigue Failure Model for Multidirectional Fiber-reinforced Composite Laminates under any Stress Ratios of Cyclic Loading“. In: *Procedia CIRP* 66 (2017). 1st CIRP Conference on Composite Materials Parts Manufacturing (CIRP CCMPM 2017), S. 27–32. ISSN: 2212-8271. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procir.2017.03.303>.
- [MS54] S. M. Marco und W. L. Starkey. „A Concept of Fatigue Damage“. In: *Trans. Am. Soc. mech. Engrs* 76.4 (1954), S. 627–632.
- [Mül15] Christian Müller. „Zur statistischen Auswertung experimenteller Wöhlerlinien“. Diss. Mai 2015. ISBN: 978-3-945086-68-1. DOI: 10.21268/20150522-095904.
- [MW89] W. Michaeli und M. Wegener. *Einführung in die Technologie der Faserverbundwerkstoffe*. Carl Hanser Verlag München Wien, 1989. ISBN: 978-3446157866.
- [Nah86] Mahmoud Nahas. „Survey of Failure and Post-Failure Theories of Laminated Fiber-Reinforced Composites“. In: *Journal of Composites Technology & Research* 8, issue 4 (Dez. 1986), S. 138–153. DOI: <https://dx.doi.org/10.1520/CTR10335J>.
- [NMH10] T. Noll, M. Magin und N. Himmel. „Fatigue life simulation of multi-axial CFRP laminates considering material non-linearity“. In: *International Journal of Fatigue* 32.1 (2010). Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4), S. 146–157. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2009.02.019>.

- [Nol08] Tim Joachim Noll. „Beitrag zur Entwicklung punktueller Lasteinleitungen und Verbesserung der Versagensanalyse für Faser-Kunststoff-Verbundstrukturen unter zyklischer Belastung“. Dissertation. Technische Universität Kaiserslautern - Institut für Verbundwerkstoffe GmbH, 2008. ISBN: 978-3-934930-77-3.
- [Nvv06a] R.P.L. Nijssen, A.M. van Wingerde und D.R.V. van Delft. „The OptiDAT materials fatigue database“. In: *Polymer composite materials for wind power turbines*. Riso national Laboratory, 2006, S. 257–263. ISBN: 87-550-3528-0.
- [Nvv06b] RPL Nijssen, AM van Wingerde und DRV van Delft. „The OptiDAT materials fatigue database“. In: *Polymer composite materials for wind power turbines*. Riso national Laboratory, 2006, S. 257–263. ISBN: 87-550-3528-0.
- [OH72] M J Owen und R J Howe. „The accumulation of damage in a glass-reinforced plastic under tensile and fatigue loading“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 5.9 (1972), S. 1637–1649. DOI: <https://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/5/9/319>.
- [PC99] A. Plumtree und G.X. Cheng. „Fatigue damage parameter for off-axis unidirectional fibre-reinforced composites“. In: *International Journal of Fatigue* 21 (Sep. 1999), S. 849–856. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(99\)00026-2](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(99)00026-2).
- [PCL08] N.L. Post, S.W. Case und J.J. Lesko. „Modeling the variable amplitude fatigue of composite materials: A review and evaluation of the state of the art for spectrum loading“. In: *International Journal of Fatigue* 30.12 (2008), S. 2064–2086. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2008.07.002>.
- [Pin⁺05] Silvestre Pinho, Carlos Dávila, Pedro Camanho, Lorenzo Iannucci und P. Robinson. „Failure Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stress States Including Shear Non-Linearity“. In: (2005), NASA STI Report, NASA/TM-2005–213530.
- [PIR06] S.T. Pinho, L. Iannucci und P. Robinson. „Physically-based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking: Part I: Development“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37.1 (2006), S. 63–73. ISSN: 1359-835X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2005.04.016>.

- [PKK02] A. Puck, J. Kopp und M. Knops. „Guidelines for the determination of the parameters in Puck’s action plane strength criterion“. In: *Composites Science and Technology* 62.3 (2002), S. 371–378. ISSN: 0266-3538. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(01\)00202-0](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(01)00202-0).
- [Pos⁺08] N.L. Post, J. Cain, K.J. McDonald, S.W. Case und J.J. Lesko. „Residual strength prediction of composite materials: Random spectrum loading“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 75.9 (2008). Fracture of Composite Materials, S. 2707–2724. ISSN: 0013-7944. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2007.03.002>.
- [PPB11] V.A. Passipoularidis, T.P. Philippidis und P. Brondsted. „Fatigue life prediction in composites using progressive damage modelling under block and spectrum loading“. In: *International Journal of Fatigue* 33.2 (2011), S. 132–144. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2010.07.011>.
- [PS69] A. Puck und W. Schneider. „On failure mechanisms and failure criteria of filament-wound glass-fiber/resin composites“. In: *Plastic & Polymers* (1969), S. 33–43.
- [PS98] A. Puck und H. Schürmann. „Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models“. In: *Composites Science and Technology* 58.7 (1998), S. 1045–1067. ISSN: 0266-3538. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(96\)00140-6](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(96)00140-6).
- [Puc67] A. Puck. *Zur Beanspruchung und Verformung von GFK-Mehrschichtenverbund-Bauelementen: T. 1. Grundlagen d. Spannungs- u. Verformungsanalyse. T. 2. Spannungs- u. Verformungsanalyse an GFK-Wickelrohren unter Überdruck. T. 3. Versuche an Mehrschichtenverbunden*. Hanser, 1967.
- [Puc69] A. Puck. „Festigkeitsberechnung an Glasfaser/Kunststoff-Laminaten bei zusammengesetzter Beanspruchung“. In: *Kunststoffe* 59.11 (1969), S. 780–787.
- [Puc96] A. Puck. *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten - Modelle für die Praxis*. 1. Aufl. Hanser Fachbuch, 1996. ISBN: 978-3446181946.
- [PV04] Theodore P. Philippidis und Anastasios P. Vassilopoulos. „Life prediction methodology for GFRP laminates under spectrum loading“. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 35.6 (2004), S. 657–666. ISSN: 1359-835X. DOI: <https://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2004.02.009>.

- [QC13] M. Quaresimin und P.A. Carraro. „On the investigation of the biaxial fatigue behaviour of unidirectional composites“. In: *Composites Part B: Engineering* 54 (2013), S. 200–208. ISSN: 1359-8368. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.05.014>.
- [QC14] M. Quaresimin und P.A. Carraro. „Damage initiation and evolution in glass/epoxy tubes subjected to combined tension–torsion fatigue loading“. In: *International Journal of Fatigue* 63 (2014), S. 25–35. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2014.01.002>.
- [QST10] Marino Quaresimin, Luca Susmel und Ramesh Talreja. „Fatigue behaviour and life assessment of composite laminates under multiaxial loadings“. In: *International Journal of Fatigue* 32.1 (2010). Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4), S. 2–16. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2009.02.012>.
- [Ren⁺12] Roland Rennert, Eckehard Kullig, Michael Vormwald, Alfons Esderts und Dieter Siegele. *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile*. 6. überarbeitete Ausgabe. VDMA-Verlag, 2012. ISBN: 978-3-8163-0605-4.
- [Rie13] Johannes Rieke. *Bewertung von CFK-Strukturen in einem multidisziplinären Entwurfsansatz für Verkehrsflugzeuge - Forschungsbericht, Campus Forschungsflyhafen*. Cuvillier Verlag, 2013. ISBN: 978-3-9540-4368-2.
- [RS86] K. Reifsnider und W. Stinchcomb. „A Critical-Element Model of the Residual Strength and Life of Fatigue-Loaded Composite Coupons“. In: *Composite Materials: Fatigue and Fracture*, ed. H. H. Thomas (West Conshohocken, PA: ASTM International) (1986), S. 298–313. DOI: <https://dx.doi.org/10.1520/STP19992S>.
- [RW77] S. V. Ramani und D. P. Williams. „Notched and unnotched fatigue behavior of angle-ply graphite/epoxy composites“. In: *Fatigue of filamentary composite materials, ASTM STP 636* (1977), S. 27–46.
- [Sch07] Helmut Schuermann. *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. ISBN: 978-3-540-72189-5.
- [SD97a] Jeffery R. Schaff und Barry D. Davidson. „Life Prediction Methodology for Composite Structures. Part I—Constant Amplitude and Two-Stress Level Fatigue“. In: *Journal of Composite Materials* 31.2 (1997), S. 128–157. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199839703100202>.

- [SD97b] Jeffery R. Schaff und Barry D. Davidson. „Life Prediction Methodology for Composite Structures. Part II—Spectrum Fatigue“. In: *Journal of Composite Materials* 31.2 (1997), S. 158–181. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199839703100203>.
- [Sen01] G.P. Sendeckyj. „Constant life diagrams - a historical review“. In: *International Journal of Fatigue* 23, Issue 4 (2001), S. 347–353. DOI: 10.1016/S0142-1123(00)00077-3.
- [SER16] O. Schwarz, F. W. Ebeling und F. Richter. *Kunststoffkunde. Aufbau, Eigenschaften, Verarbeitung, Anwendungen der Thermoplaste, Duroplaste und Elastomere*. 10. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 2016. ISBN: 978-3-8343-3366-7.
- [SF19] Nenad Stojković und Radomir Folic. „Normalized strength reserve principle for variable amplitude fatigue life prediction of adhesively bonded aluminium joints“. In: *Bauingenieur* 94 (Mai 2019), S. 184–192.
- [SFP17] Nenad Stojković, Radomir Folić und Hartmut Pasternak. „Mathematical model for the prediction of strength degradation of composites subjected to constant amplitude fatigue“. In: *International Journal of Fatigue* 103 (2017), S. 478–487. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.06.032>.
- [SK18] Michael Sauer und Michael Kühnel. *Composites-Marktbericht 2018 - Marktentwicklungen, Trends, Ausblicke und Herausforderungen*. Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe (AVK) und Carbon Composites e.V. (CCev), November 2018.
- [SKH04] P.D Soden, A.S Kaddour und M.J Hinton. „Recommendations for designers and researchers resulting from the world-wide failure exercise“. In: *Composites Science and Technology* 64.3 (2004). Failure criteria in fibre reinforced polymer composites Part C: Additional theories conclusions and recommendations, S. 589–604. ISSN: 0266-3538. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00228-8](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00228-8).
- [SL00a] Mahmood M. Shokrieh und Larry B. Lessard. „Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part I: Modeling“. In: *Journal of Composite Materials* 34.13 (2000), S. 1056–1080. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199830003401301>.

- [SL00b] Mahmood M. Shokrieh und Larry B. Lessard. „Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part II: Material Characterization and Model Verification“. In: *Journal of Composite Materials* 34.13 (2000), S. 1081–1116. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199830003401302>.
- [SL97] Mahmood M Shokrieh und Larry B Lessard. „Multiaxial fatigue behaviour of unidirectional plies based on uniaxial fatigue experiments — I. Modelling“. In: *International Journal of Fatigue* 19.3 (1997), S. 201–207. ISSN: 0142-1123. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(96\)00074-6](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(96)00074-6).
- [Smi10] R. H. Smith. „Some experiments on the fatigue of metals“. In: *Journal of Iron Steel Institute* 82 (1910), S. 246–318.
- [Son83] Som R. Soni. „A Comparative Study of Failure Envelopes in Composite Laminates“. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 2.1 (1983), S. 34–42. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/073168448300200104>.
- [SP89] E. W. Smith und K.J. Pascoe. „Biaxial Fatigue of a Glass-Fibre Reinforced Composite. Part 1: Fatigue and Fracture Behaviour“. In: (1989), S. 367–396.
- [Tal14] Ramesh Talreja. „Assessment of the fundamentals of failure theories for composite materials“. In: *Composites Science and Technology* 105 (2014), S. 190–201. ISSN: 0266-3538. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2014.10.014>.
- [TW71] Stephen W. Tsai und Edward M. Wu. „A General Theory of Strength for Anisotropic Materials“. In: *Journal of Composite Materials* 5.1 (1971), S. 58–80. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199837100500106>.
- [Vas⁺10] Anastasios P. Vassilopoulos, Roohollah Sarfaraz, Behzad D. Manshadi und Thomas Keller. „A computational tool for the life prediction of GFRP laminates under irregular complex stress states: Influence of the fatigue failure criterion“. In: *Computational Materials Science* 49.3 (2010), S. 483–491. ISSN: 0927-0256. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2010.05.039>.
- [Vas10] Anastasios P. Vassilopoulos. *Fatigue Life Prediction of Composites and Composite Structures - A volume in Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering*. Woodhead Publishing, 2010. ISBN: 978-1-84569-525-5.
- [VD02] Wim Van Paepegem und Joris Degrieck. „Effects of Load Sequence and Block Loading on the Fatigue Response of Fiber-Reinforced Composites“.

- In: *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 9.1 (2002), S. 19–35. DOI: <https://dx.doi.org/10.1080/153764902317224851>.
- [VDI06] VDI-Fachbereich Kunststofftechnik. *VDI 2014 Blatt 3: Entwicklung von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbund - Berechnungen / Development of Fibre-Reinforced Plastics components - Analysis*. VDI-Gesellschaft Materials Engineering, 2006.
- [VMK10a] Anastasios P. Vassilopoulos, Behzad D. Manshadi und Thomas Keller. „Piecewise non-linear constant life diagram formulation for FRP composite materials“. In: *International Journal of Fatigue* 32.10 (2010), S. 1731–1738. ISSN: 0142-1123. DOI: <https://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2010.03.013>.
- [VMK10b] Anastasios P. Vassilopoulos, Behzad D. Manshadi und Thomas Keller. „Influence of the constant life diagram formulation on the fatigue life prediction of composite materials“. In: *International Journal of Fatigue* 32 (2010), S. 659–669. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2009.09.008>.
- [Whi00] H.A. Whitworth. „Evaluation of the residual strength degradation in composite laminates under fatigue loading“. In: *Composite Structures* 48.4 (2000), S. 261–264. ISSN: 0263-8223. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(99\)00113-0](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(99)00113-0).
- [Whi83] H. A. Whitworth. „Static and Dynamic Stiffness Reduction of Graphite/Epoxy Composite Laminates Under Fatigue Loading“. Dissertation. The George Washington University, 1983.
- [Whi87] H.A. Whitworth. „Modeling Stiffness Reduction of Graphite/Epoxy Composite Laminates“. In: *Journal of Composite Materials* 21.4 (1987), S. 362–372. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199838702100405>.
- [Whi90] H. A. Whitworth. „Cumulative Damage in Composites“. In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 112.3 (Juli 1990), S. 358–361. ISSN: 0094-4289. DOI: <https://dx.doi.org/10.1115/1.2903338>.
- [Wöh70] August Wöhler. „Über die Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl. Auf Anforderung Sr. Excellenz des Herrn Ministers für Handel, Gewerbe und öffentliche Arbeiten, Grafen von Itzenplitz“. In: *Verlag von Ernst & Korn* (1870).
- [Yan⁺90] J.N. Yang, D.L. Jones, S.H. Yang und A. Meskini. „A Stiffness Degradation Model for Graphite/Epoxy Laminates“. In: *Journal of Composite Ma-*

- terials* 24.7 (1990), S. 753–769. DOI: <https://dx.doi.org/10.1177/002199839002400705>.
- [YH00] W.X. Yao und N. Himmel. „A new cumulative fatigue damage model for fibre-reinforced plastics“. In: *Composites Science and Technology* 60.1 (2000), S. 59–64. ISSN: 0266-3538. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(99\)00100-1](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(99)00100-1).
- [YJ81] J. Yang und D. Jones. „Load Sequence Effects on the Fatigue of Unnotched Composite Materials.“ In: *STP723-EB Fatigue of Fibrous Composite Materials*, ed. K. Lauritis, West Conshohocken (1981), pp. 213–232. DOI: <https://dx.doi.org/10.1520/STP27622S>.
- [ZH19] Harald Zenner und Karsten Hinkelmann. „August Wöhler – founder of fatigue strength research“. In: *Steel Construction* 12.2 (2019), S. 156–162. DOI: <https://dx.doi.org/10.1002/stco.201900011>.
- [Zin⁺98] Peter A. Zinoviev, Sergei V. Grigoriev, Olga V. Lebedeva und Ludmilla P. Tairova. „The strength of multilayered composites under a plane-stress state“. In: *Composites Science and Technology* 58.7 (1998), S. 1209–1223. ISSN: 0266-3538. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(97\)00191-7](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(97)00191-7).

A

Anhang

A.1 Deklaration der Materialkonfigurationen

Die Tabellen A.1-A.4 geben eine Übersicht über die zur Prüfung untersuchten Materialkonfigurationen bezüglich der in Abbildung 4.2 dargestellten Phänomene der Betriebsbeanspruchung. Aufgeführt sind alle als Eingangsgrößen und zur Validierung der Berechnungsmodelle verwendeten experimentellen Untersuchungen. Zur besseren Nachvollziehbarkeit findet die Deklaration der Materialkonfigurationen entsprechend folgender Nomenklatur statt:

\underbrace{XXX}	–	\underbrace{XX}	und	\underbrace{XXX}	–	\underbrace{XXX}	\underbrace{XXX}	\underbrace{XXXX}
↓		↓		↓		↓	↓	↓
<i>UD</i>		<i>ST</i>		<i>UD</i>		r_{\perp}	$r_{\perp\parallel}$	ξ
<i>MD</i>		<i>RS</i>		<i>MD</i>		<i>z.B.</i>	<i>z.B.</i>	<i>z.B.</i>
<i>AWV</i>		<i>MVAL</i>		<i>AWV</i>		<i>P01</i>	<i>P01</i>	$X0^{\circ}$
		<i>DETSTO</i>				<i>P05</i>	<i>P05</i>	$X58^{\circ}$
						<i>M1</i>	<i>M1</i>	$X90^{\circ}$
					

Hierin werden die statischen Tests (ST), Restfestigkeitsprüfung (RS), Mehrachsige variable (MVAL) und deterministisch stochastische Prüfungen (DETSTO) unterschieden. Für die Deklaration der mehrachsigen Prüfungen unter konstanten Amplituden folgt in der Kennzeichnung auf die Verbundarchitektur das Querspannungsverhältnis r_{\perp} , das Schubspannungsverhältnis $r_{\perp\parallel}$ und der Biaxialitätswinkel ξ als der Arkustangens des Biaxialitätsverhältnisses λ (vgl. Gleichung (26)). Da eine ganzheitliche Darstellung der Untersuchungen aufgrund des Umfangs an Prüfungen innerhalb des Anhangs nicht abgebildet werden kann, wird im Folgenden nur ein Überblick über die zur Validierung (in Kapitel 5 - 7) verwendeten statischen und zyklischen Versuche gegeben. Tabelle A.1 stellt die

Konfiguration	Architektur	$\bar{\xi}$	$\bar{\varphi}$	n
UD-ST	$[90]_s$	$0^{\circ} / 58^{\circ} / 90^{\circ} / 111^{\circ}$	0,52	21
AWV-ST	$[\pm 70]_s$	$19^{\circ} / 49^{\circ}$	0,54	4
MD-ST	$[90 / \pm 70]_s$	$28^{\circ} / 67^{\circ}$	0,53	8

Tabelle A.1: Zusammenfassung und Deklaration der untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Verbundarchitekturen: Statische Prüfungen bei verschiedenen Biaxialitätsverhältnissen. n : Anzahl der Prüfungen pro Konfiguration.

Konfiguration	Architektur	r_{\perp}	$r_{\perp\parallel}$	$\bar{\xi}$	$\bar{\varphi}$	n
UD-XXXP01X90	$[90]_s$	-	0.1	90°	0,55	27
UD-XXXP05X90	$[90]_s$	-	0.5	90°	0,51	9
UD-XXXM1X90	$[90]_s$	-	-1	90°	0,53	8
UD-P01XXXX0	$[90]_s$	0.1	-	0°	0,51	20
UD-M1XXXX0	$[90]_s$	-1	-	0°	0,52	8

Tabelle A.2: Zusammenfassung und Deklaration der untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Verbundarchitekturen: Einachsige zyklische Prüfungen auf verschiedenen Spannungsverhältnissen.

statischen Versuche an den verschiedenen Materialkonfigurationen unter verschiedenen Biaxialitätsverhältnissen dar. In allen Tabellen A.1 - A.4 sind die Anzahl an durchgeführten Prüfungen und die zugehörigen mittleren Faservolumengehalte der jeweiligen Prüfkörper aufgeführt. Die Tabelle A.2 listet die einachsigen Ermüdungsprüfungen auf, welche als Eingangsgrößen für das in Kapitel 3.1.3 erläuterte Bruchkurvenmodell benötigt werden. Als Eingangsgrößen werden jeweils nur die experimentellen Daten aus einachsigen Versuchen verwendet. Innerhalb von Tabelle A.3 werden die experimentellen Untersuchungen zu mehrachsigen proportionalen und nichtproportionalen Beanspruchungen bei verschiedenen Biaxialitätsverhältnissen aufgelistet. Die mehrachsigen Prüfungen dienen dabei ausschließlich der Validierung der Materialmodelle in Kapitel 5 und 6 und werden nicht als

Konfiguration	Architektur	r_{\perp}	$r_{\perp\parallel}$	$\bar{\xi}$	$\bar{\varphi}$	n
UD-P01P01X28	$[90]_s$	0.1	0.1	$28,0^\circ$	0,52	13
UD-P01P01X58	$[90]_s$	0.1	0.1	$58,0^\circ$	0,51	14
UD-P10P01X111	$[90]_s$	10	0.1	$111,0^\circ$	0,55	5
UD-M1P05X28	$[90]_s$	-1	0.5	$28,0^\circ$	0,50	12
UD-M1P05X58	$[90]_s$	-1	0.5	$58,0^\circ$	0,52	10
AWV-P01P01X19	$[\pm 70]_s$	0.1	0.1	$19,0^\circ$	0,55	8
AWV-P01P01X49	$[\pm 70]_s$	0.1	0.1	$49,0^\circ$	0,55	6
MD-P01P01X28	$[90/\pm 70]_s$	0.1	0.1	$28,0^\circ$	0,52	11
MD-P01P01X67	$[90/\pm 70]_s$	0.1	0.1	$67,0^\circ$	0,53	6
MD-M1P01X28	$[90/\pm 70]_s$	-1	0.1	$28,0^\circ$	0,54	8
MD-P05M1X28	$[90/\pm 70]_s$	0.5	-1	$28,0^\circ$	0,53	9
MD-M1P01X28	$[90/\pm 70]_s$	-1	0.1	$28,0^\circ$	0,53	8
MD-M1P01X67	$[90/\pm 70]_s$	-1	0.1	$67,0^\circ$	0,53	7

Tabelle A.3: Zusammenfassung und Deklaration der untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Verbundarchitekturen: Mehrachsigen proportionalen und nichtproportionalen Versuche diverser Kombinationen von Spannungs- und Biaxialitätsverhältnissen.

Konfiguration	Architektur	r_{\perp}	$r_{\perp\parallel}$	$\bar{\xi}$	$\bar{\varphi}$	n
UD-RS	$[90]_s$	-	0.1	90°	0,51	42
	\hookrightarrow	Restfestigkeit		0°	0,51	
	\hookrightarrow	Restfestigkeit		58°	0,51	
	\hookrightarrow	Restfestigkeit		90°	0,51	
	\hookrightarrow	Restfestigkeit		110°	0,51	
MD-RS	$[\pm 89 / \pm 70]_s$	0.1	0.1	28°	0,52	10
	\hookrightarrow	Restfestigkeit		28°	0,52	
	\hookrightarrow	Restfestigkeit		67°	0,52	
MD-MVAL	$[90 / \pm 70]_s$	0.1	0.1	28°	0,52	17
	\hookrightarrow	0.1	0.1	67°	0,52	
MD-DETSTO	$[90 / \pm 70]_s$		variabel			10

Tabelle A.4: Zusammenfassung und Deklaration der untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Verbundarchitekturen: Restfestigkeitsversuche, mehrachsig variable Amplituden und Folge deterministischer Einzelsequenzen.

Eingangsgrößen verwendet. Die hier dargestellten Untersuchungen finden allesamt auf einem konstant bleibenden Spannungsniveau statt. Tabelle A.4 fasst schließlich alle zur Validierung der Bruchkurve verwendeten Restfestigkeitsuntersuchungen, die mehrachsig variablen (MVAL) und deterministisch variablen Beanspruchungssequenzen (DETSTO) zusammen. Bezüglich der Restfestigkeitsuntersuchungen beziehen sich die Untersuchungen jeweils auf die oberste Zeile, in welcher die zyklische Vorbeanspruchung dargestellt ist. Alle zusätzlichen Informationen über Prüfungsfrequenzen, etc. finden sich in Kapitel 4.

A.2 Kopplung des progressiven Lebensdauermodells mit Ermüdungslebensdauermodellen

In Kapitel 7 ist anhand der sequentiellen, mehrachsig nichtproportionalen Beanspruchungen für das progressive Modell dargestellt, wie die Berechnung für FKV unter stochastischen Beanspruchungen ohne Anwendung von klassischen Klassifizierverfahren und Schadensakkumulationshypothesen durchgeführt werden kann. Da für große Bauteile mit vielen Schichten und komplexen stochastischen Beanspruchungen die Berechnungsdauer und erzeugten Datenmengen in dem lastspiel- und schichtenweisen Berechnungsmodell teilweise sehr groß werden können, ist im Folgenden noch eine alternative Vorgehensweise für die Weiterentwicklung des Modells hinsichtlich stochastischer Beanspruchungen aufgezeigt. An dieser Stelle werden die Vorteile des progressiven Modells zur Berechnung der Verbund-Wöhlerkurve bei mehrachsig nichtproportionalen Beanspruchungen mit der Simplität der Ermüdungslebensdauermodelle in Form der linearen Schadensakkumulation nach Miner in einem Hybridmodell verknüpft. Abbildung A.1 verdeutlicht die Vorgehensweise bei der Schadensakkumulation nach Miner.

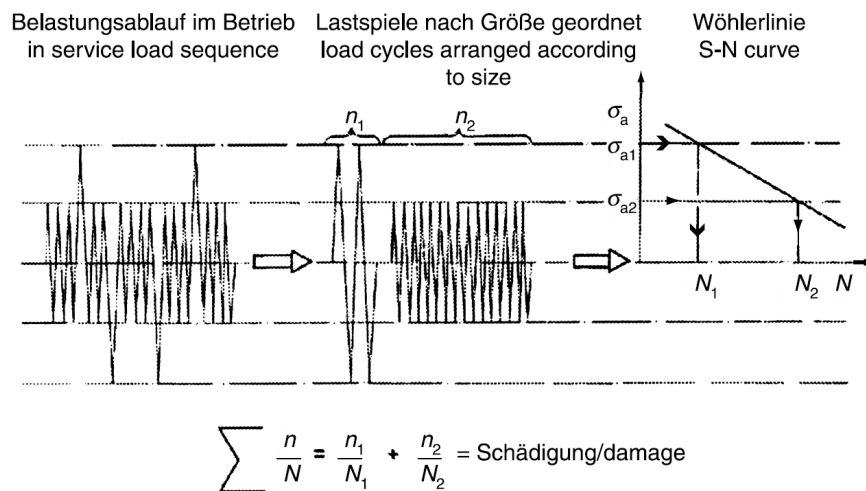


Abbildung A.1: Anschauung zur Berechnung Schadensakkumulation nach der Miner-Regel [VDI06]. Reihenfolgeeffekte bleiben bei der linearen Schadensakkumulation unberücksichtigt.

Für die Schadensakkumulation nach Miner wird der Belastungsablauf in Lastspiele gleicher Größe aufgeteilt und anschließend die Schädigungssumme aus den Einzelschädigungen der jeweils auf die entsprechende Bruchlastspielzahl normierten Lastspiele zusammengesetzt. Abbildung A.2 zeigt den Programmablauf bei Kopplung des Berechnungsmodell mit der Schadensakkumulationshypothese. Hier wird die stochastische Beanspruchungs-Zeit-Funktion mit Hilfe eines Klassifizierverfahrens, z.B. der Rainflow-Zählung, in Klassen eingeteilt. Für das vorgestellte progressive Berechnungsmodell sollte das Klassifizierverfahren in der Lage sein mehrachsige Nichtproportionalität zu berücksichtigen. Für jede

Klasse wird dann die Verbund-Wöhlerkurve entsprechend der Beanspruchungssituation berechnet. Ein Berechnungsmodell, welches die Schadensakkumulation nach der Miner-Regel auf ähnliche Weise anwendet und dabei jedoch ausschließlich vorangehende Ermüdungslebensdauermodelle und keine progressiven Modelle einsetzt, findet sich z.B. bei

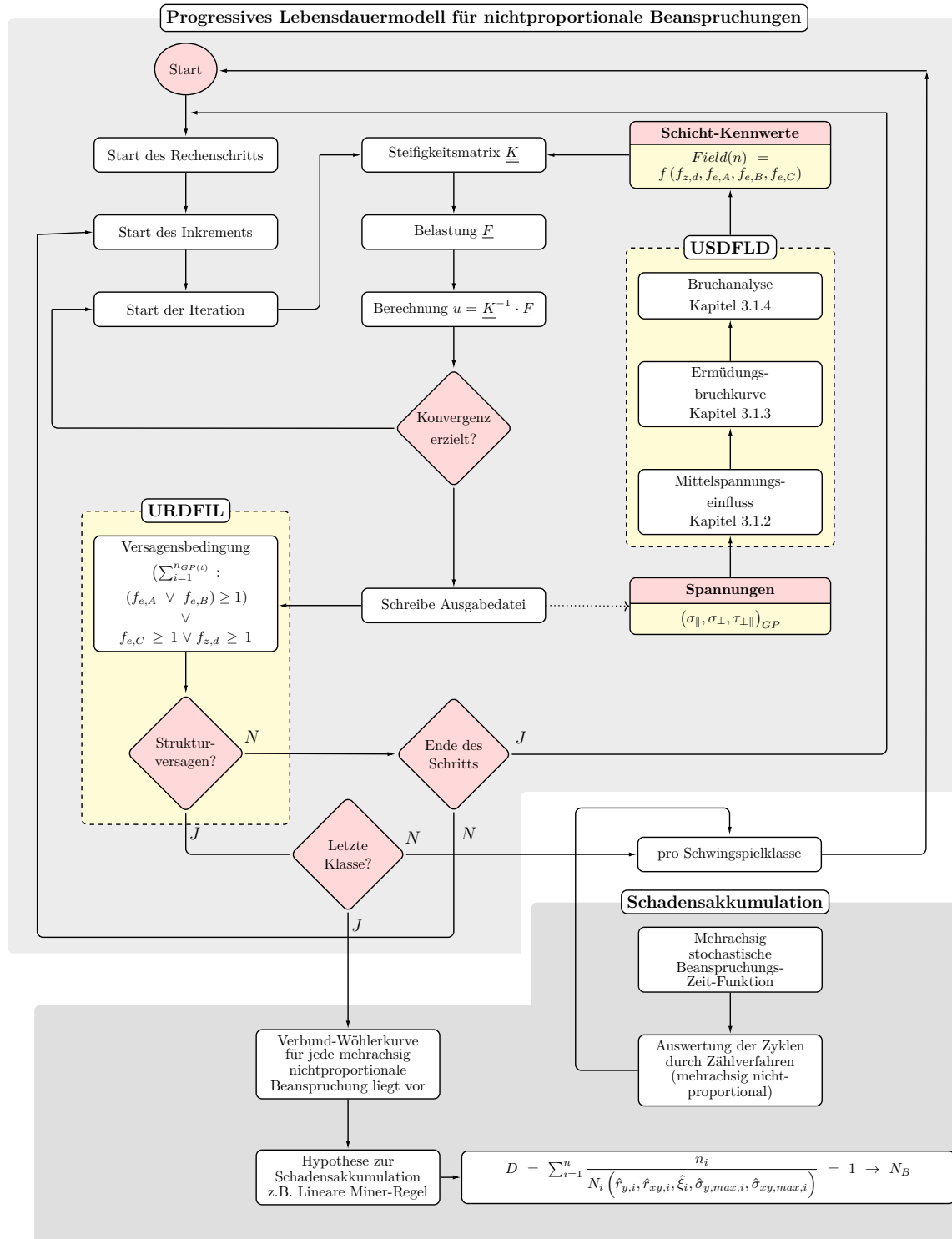


Abbildung A.2: Programmablauf des Hybridmodells: Kopplung des progressiven Modells für mehrachsige stochastische Beanspruchungen mit entsprechenden Klassifizierungsverfahren und der linearen Schadensakkumulation nach Miner zur Anwendung bei stochastischen Beanspruchungen.

Vassilopoulos et al. [Vas⁺10]. Tabellen A.6 zeigt die Bruchlastspielzahlberechnung jeder Klasse für konstante Amplituden auf Basis der prognostizierten mehrachsig nichtproportionalen Verbund-Wöhlerkurven des progressiven Schadensmodells und die anschließende Berechnung der Bruchlastspielzahl für die zweite BZFn mit Hilfe der Schadensakkumulation. Ein großer Nachteil bei der Anwendung von Zählverfahren ist der Informationsverlust. Phänomene der stochastischen Beanspruchungen (Kapitel 2.4), wie z.B. Reihenfolgeeffekte oder Lastwechselwirkungen bleiben an dieser Stelle unberücksichtigt. Zusätzlich unterliegt die Anwendung der Miner-Regel bei den bekannten Anwendungen für einachsig stochastische Belastungen an FKV einer extremen Unsicherheit. Der Original-Miner sieht für die Berechnung der Bruchlastspielzahl eine Schädigungssumme von $D=1,0$ vor.

BZFn1 i	Wdh. der Reihenfolge bis Bruch			
	1	2	3	4
$r_{\hat{\sigma}_{x,i}}$	-1.0	0.5	-1.0	-1.0
$r_{\hat{\tau}_{xy,i}}$	0.5	-1	0.1	0.1
$\hat{\xi}_i$	28°	28°	67°	28°
$ \hat{\sigma}_{x,i} $	22,02 MPa	27,76 MPa	16,99 MPa	22,02 MPa
$ \hat{\tau}_{xy,i} $	11,54 MPa	15,10 MPa	40,00 MPa	11,54 MPa
n_i	2500	2500	2500	2500
$N_{B,i,sim.}^9$	107877	102696	102214	73588
Prog. Schadensmodell:	$N_B = 52600$			
Experiment:	$\bar{N}_B = 96078$			
Hybridmodell: ¹⁰				
($D = 1, 0$)	$N_B = 94384$			
Hybridmodell				
($D = 0, 1$)	$N_B = 9438$			

Tabelle A.5: Bruchlastspielzahlberechnung jeder Klasse für konstante Amplituden aus den prognostizierten Verbund-Wöhlerkurven des progressiven Schadensmodells und anschließende Berechnung der Bruchlastspielzahl für die erste BZFn mit Hilfe des Hybridmodells.

⁹Für eine Beanspruchung mit konstanten Amplituden auf den angegebenen Spannungsniveaus

¹⁰Auf Basis der simulierten Verbund-Wöhlerkurven (progressives Modell) für die nichtproportionale Beanspruchung (siehe Hybridmodell in Abbildung A.2). Die Berechnung nach Miner auf Basis der Verbund-Wöhlerkurven unter einachsiger Beanspruchung (siehe Vorgehen in der VDI-Richtlinie 2014 [VDI06]) ist für die mehrachsig stochastische Beanspruchung nicht ohne Weiteres möglich.

Im Allgemeinen werden die Bruchlastspielzahlen unter einachsig stochastischen Beanspruchungen auf Basis der experimentellen Verbund-Wöhlerkurven mit der linearen Schadensakkumulation nach Miner bei FKV jedoch um einen Faktor von 1 bis 10 überschätzt und können damit deutlich auf der unsicheren Seite liegen [Mat92]. Die VDI-Richtlinie 2014 Blatt 3 schlägt daher in der Regel die Verwendung einer Schadenssumme von $D=0,1$ vor, um in der Regel auf der sicheren Seite zu liegen [VDI06]. Daher wird in den Tabellen A.6 und A.5 ebenfalls die Bruchlastspielzahl für eine Schädigungssumme von $D=0,1$ angegeben, welche den aktuellen Vorgehensweisen zugrunde liegt. Die Akkumulation findet allerdings an dieser Stelle im Hybridmodell nicht auf Basis der experimentellen einachsigen Verbund-Wöhlerkurven und entsprechender Interpolation im Verbund-CLD, sondern direkt mit den simulierten mehrachsigen Verbund-Wöhlerkurven des in dieser Arbeit vorgestellten progressiven Modells für die jeweiligen im Zählverfahren charakterisierten Beanspruchungen statt.

BZFn2	Einmalig	Wdh. der Reihenfolge bis Bruch		
i	1	2	3	4
$r_{\hat{\sigma}_{x,i}}$	-1.0	-1.0	0.5	-1.0
$r_{\hat{\tau}_{xy,i}}$	0.1	0.5	-1.0	0.1
$\hat{\xi}_i$	67°	28°	28°	28°
$ \hat{\sigma}_{x,i} $	16,99 MPa	22,02 MPa	27,76 MPa	22,02 MPa
$ \hat{\tau}_{xy,i} $	40 MPa	11,54 MPa	15,10 MPa	11,54 MPa
n_i	4000	2500	2500	2500
$N_{B,i,sim.}^{11}$	18314	107877	102696	73588
Prog. Schadensmodell:		$N_B = 49100$		
Experiment:		$\overline{N}_B = 88716$		
Original-Miner im Hybridmodell: ¹²				
$(D = 1, 0)$		$N_B = 75932$		
FKV-Miner ([VDI06]) im Hybridmodell:				
$(D = 0, 1)$		$N_B = 1831$		

Tabelle A.6: Bruchlastspielzahlberechnung jeder Klasse für konstante Amplituden aus den prognostizierten Verbund-Wöhlerkurven des progressiven Schadensmodells und anschließende Berechnung der Bruchlastspielzahl für die zweite BZFn mit Hilfe des Hybridmodells.

¹¹für eine Beanspruchung mit konstanten Amplituden auf den angegebenen Spannungsniveaus

¹²Auf Basis der durch das progressive Modell simulierten Verbund-Wöhlerkurven für die nichtproportionale Beanspruchung (siehe Hybridmodell in Abbildung A.2).

Damit entstammen die mehrachsigen Verbund-Wöhlerkurven einer Berechnung auf Basis der tatsächlichen physikalischen Schädigungen und die Schadensakkumulation findet dann aufbauend auf die Materialkennwerte der unidirektionalen Schicht statt. Es wird darauf abgezielt die oben beschriebenen Unsicherheiten bei der Anwendung der Schadensakkumulation durch das Hybridmodell zu verringern. In den Tabellen A.6 und A.5 zeigt sich entsprechend, dass die Schadensakkumulation nach Original Miner ($D=1,0$) bei vorheriger Ermittlung der Verbund-Wöhlerkurven für mehrachsige Nichtproportionalität durch das progressive Modell zu sehr guten Ergebnissen führt. Zur Übersicht sind im Folgenden die Modellfehler nach Post et al. [PCL08] für die erste BZFn mit

- $M_{e,BZFn1,sim.} = \log \left(\frac{N_{BZFn1,sim.}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = -0,261,$
- $M_{e,BZFn1,Hybrid,D=1,0} = \log \left(\frac{N_{BZFn1,Hybrid,D=1,0}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = -0,008$ und
- $M_{e,BZFn1,Hybrid,D=0,1} = \log \left(\frac{N_{BZFn1,Hybrid,D=0,1}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = -1,008$

sowie für die zweite BZFn mit

- $M_{e,BZFn2,sim.} = \log \left(\frac{N_{BZFn2,sim.}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = -0,257,$
- $M_{e,BZFn2,Hybrid,D=1,0} = \log \left(\frac{N_{BZFn2,Hybrid,D=1,0}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = -0,068$ und
- $M_{e,BZFn2,Hybrid,D=0,1} = \log \left(\frac{N_{BZFn2,Hybrid,D=0,1}}{\bar{N}_{exp.}} \right) = -1,685$

dargestellt. Die Zusammenführung der Modelle führt also einerseits zu einer Verbesserung in der Vorhersage im Vergleich zur einfachen Schadensakkumulation für FKV und gleichzeitig kann diese dann auch auf Basis der unidirektionalen Schicht stattfinden. Das tatsächliche Potential des Hybridmodells für mehrachsige stochastische Beanspruchungen muss jedoch erst in weiteren Arbeiten untersucht werden, sodass die hier aufgezeigte Vorgehensweise nur als Ausblick für mögliche weitere Untersuchungen aufgezeigt ist.

A.3 Programmablaufplan des Berechnungsmodells

Das progressive Modell und der entsprechende Ablaufplan sind in Abbildung 3.1 in kompakter Form dargestellt. Der in Anhang A.4 dargestellte Code für die numerische Berechnung mit der FEM innerhalb der Software ABAQUS (Kapitel 3.2) basiert auf dem vollständigen und in Abbildung A.3 dargestellten Programmablaufplan.

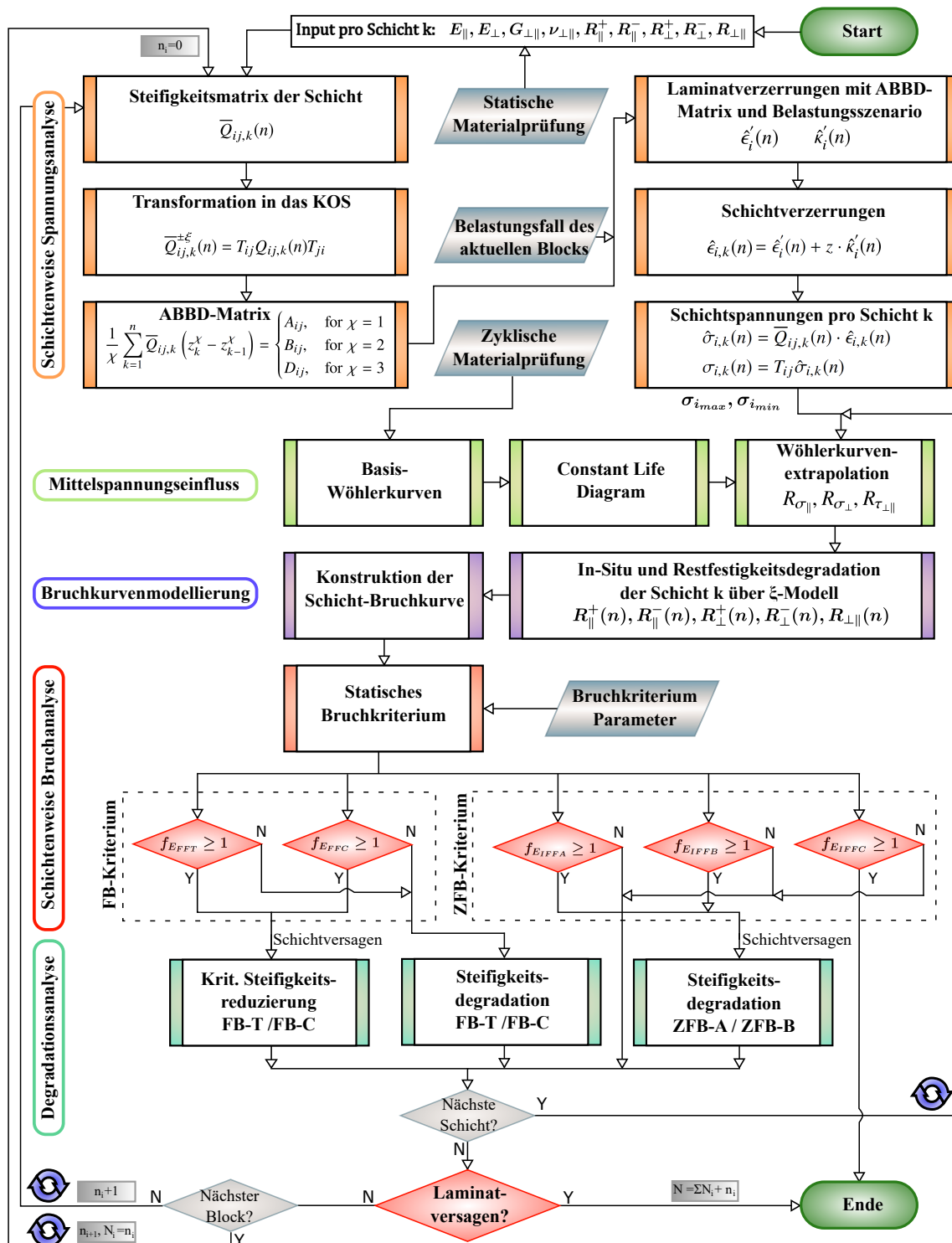


Abbildung A.3: Programmablaufplan des progressiven Schadensmodells.

A.4 Kernprogramm der USDFLD und URDFIL Subroutinen

```

1 C *****
2 C ***** USER-SUBROUTINE V03-01-20 *****
3 C *****
4 C ABAQUS USER-SUBROUTINE USDFLD:
5 C Zur Lebensdauer und Steifigkeits-/Restfestigkeitsberechnung von
6 C off-axis Faser-Kunststoff-Verbunden unter mehrachsigen und
7 C nichtproportionalen zyklischen Beanspruchungen.
8 C Die hier abgebildete Version ist fuer die Berechnung
9 C deterministischer Bloecke ganzer Lastspiele unter Verwendung
10 C einer logarithmischen Schrittweite anzuwenden.
11 C Fuer stochastische Beanspruchungen (die nicht aus
12 C deterministischen Einzelbloecken zusammengesetzt sind) muss
13 C das Block- und Zaehlsystem angepasst werden.
14 C -----
15 C User-Subroutine in Fortran 77 zur Verwendung als User-Material
16 C fuer Schalenelemente (S4, S4R,..) in ABAQUS Implizit.
17 C
18 C Der Code besteht im wesentlichen aus den folgenden Bausteinen:
19 C 1: Materialparameter und Eingangsgroessen
20 C 2: Schichtenweise Spannung und Schrittweite
21 C 3: Extrapolation WL fuer Spannungsverhaeltnisse
22 C 4: Lokale Lastspielzahlen und Xi-Modell
23 C 5: Restfestigkeitsdegradation
24 C 6: Anstrengungsberechnung
25 C 7 : URDFIL Subroutine Verbundversagen
26 C Version V03-01-20
27 C *****
28 C *****
29 SUBROUTINE USDFLD(FIELD,STATEV,PNEWDT,DIRECT,T,CELENT,TIME,
30 1 DTIME,CMNAME,ORNAME,NFIELD,NSTATV,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,
31 2 KINC,NDI,nshr,coord,jmac,jmtyp,matlayo,laccflg)
32 C
33 INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
34 C =====
35 C Material- und Modellparameter
36 C =====
37 real*8 R_p_ts,R_p_cs,R_o_ts,R_o_cs,R_ops
38 real*8 Cpt0,kpt0,Cpc10,kpc10,Cot0,kot0,Coc10,koc10,Cop0,kop0
39 real*8 rpt0,rot0,rop0,rpc10,roc10, rop10
40 real*8 kpm1,Cpm1,rpm1,kom1,Com1,rom1,kopm1,Copm1,ropm1
41 real*8 alpha, xi, eta_r_Gop,eta_r_Eo
42 real*8 p_op_t,p_op_c, Deltan,n,nm1
43 real*8 alpha_p_t,alpha_p_c,alpha_o_t,alpha_o_c, alpha_op

```

```

44      real*8 beta_p_t,beta_p_c,beta_o_t,beta_o_c, beta_op
45      real*8 N_secIt, Re_o, Re_op
46      real*8 S_11 , S_22, S_12, xi_ra
47      real*8 r_i, r_ip1, r_neu
48      real*8 kopneu, Copneu, kpneu, Cpneu, koneu, Coneu
49      real*8 S11max_3, S11max_6, S22max_3, S22max_6
50      real*8 S12max_3, S12max_6, Z1
51      real*8 R_op_N1, R_op_N2, R_p_t_N1, R_p_t_N2, a1, b1, a2, b2
52      real*8 tanxi, S12_max1, S12_max2, xi_FE, PI
53      real*8 f_E_IFFA, f_E_IFFA_old, f_E_IFFB, f_E_IFFB_old
54      real*8 f_E_IFFC, f_E_IFFC_old
55      real*8 f_E_FFT, f_E_FFT_old, f_E_FFC_ ,f_E_FFC_old
56      real*8 Delta_ot_n, Delta_oc_n,Delta_op_n
57      real*8 Delta_ot_nm1, Delta_oc_nm1,Delta_op_nm1
58      real*8 R_o_t_niv, R_o_t_ls, R_o_t_ts, R_o_t
59      real*8 R_o_c_niv, R_o_c_ls, R_o_c_ts, R_o_c
60      real*8 R_op_niv, R_op_ls, R_op_ts, R_op
61      real*8 N_xi, N_xi_m1,N_par,X,XQ, Sp22, Sp12, SRShear
62      REAL*8 QRZ1,WRZ1,QRZ2,WRZ2,infinity
63 c -----
64 c Statische Festigkeiten
65 c -----
66      PARAMETER(R_p_ts=2125.d0,R_p_cs=1570.d0,R_o_ts=43.38d0,
67      & R_o_cs=200.d0,R_ops=69.96d0)
68 c -----
69 c Bruchkurvenparameter
70 c -----
71      PARAMETER(p_op_t=0.163d0, p_op_c=0.319d0)
72 c -----
73 c Restfestigkeitsdegradation: z.B. Linear
74 c -----
75      PARAMETER(alpha_p_t=1.d0,beta_p_t=1.d0)
76 c      PARAMETER(alpha_p_c=1.d0,beta_p_c=1.d0)
77 c      PARAMETER(alpha_o_t=1.d0,beta_o_t=1.d0)
78 c      PARAMETER(alpha_o_c=1.d0,beta_o_c=1.d0)
79 c      PARAMETER(alpha_op=1.d0,beta_op=1.d0)
80 c -----
81 c Restfestigkeitsdegradation: z.B. 2-Parameter Non-linear
82 c -----
83 c      PARAMETER(alpha_p_t=0.29d0,beta_p_t=0.22d0)
84      PARAMETER(alpha_p_c=1.0d0,beta_p_c=1.00d0)
85      PARAMETER(alpha_o_t=0.19d0,beta_o_t=0.32d0)
86      PARAMETER(alpha_o_c=76.91d0,beta_o_c=1.0d0)
87      PARAMETER(alpha_op=0.32d0,beta_op=0.17d0)
88 c -----
89 c Woehlerkurvenparameter R=0.1 bzw. R=10
90 c -----
91      PARAMETER(Cpt0=2.75d39,kpt0=11.2d0,rpt0=0.1d0,

```

```

92      & Cpc10=7.9d97, kpc10=30.9d0, rpc10=10.0d0,
93      & Cot0=3.44d22, kot0=12.93d0, rot0=0.1d0,
94      & Coc10=2.0d60, koc10=25.3d0, roc10=10.0d0,
95      & Cop0=2.41d38, kop0=20.14d0, rop0=0.1d0, rop10=10.0d0)
96 c -----
97 c Woehlerkurvenparameter R=-1
98 c -----
99      PARAMETER(Cpm1=1.0d61, kpm1=19.0d0, rpm1=-1.d0,
100      & Com1=1.0d26, kom1=16.1d0, rom1=-1.d0,
101      & Copm1=4.59d18, kopm1=9.9d0, ropm1=-1.d0)
102 c -----
103 c Zusaeztzliche Parameter
104 c -----
105 c Fuer erste Iteration z.B. N_first_It=10E9 setzen
106      PARAMETER(N_secIt=1.0d9)
107      CHARACTER*80 CMNAME, ORNAME
108      CHARACTER*3 FLGRAY(15)
109      DIMENSION FIELD(NFIELD), STATEV(NSTATV), DIRECT(3,3), T(3,3),
110      * TIME(2), coord(*), jmac(*), jmtyp(*)
111      DIMENSION ARRAY(15), JARRAY(15)
112      PI=2.* ASIN(1.d0)
113 c =====
114 c Spannungen/Verzerrungen im F-KOS des letzten Inkrements auslesen
115 c =====
116      CALL GETVRM('S', ARRAY, JARRAY, FLGRAY, JRCD, JMAC, JMTYP, MATLAYO,
117      & LACCFLG)
118      S_11=ARRAY(1)
119      S_22=ARRAY(2)
120      S_12=ARRAY(4)
121      CALL GETVRM('E', ARRAY, JARRAY, FLGRAY, JRCD, JMAC, JMTYP, MATLAYO,
122      & LACCFLG)
123      e_11=ARRAY(1)
124      e_22=ARRAY(2)
125      e_12=ARRAY(4)
126 c Sub-Programm zur Ueberpruefung der Spannungskomponenten
127      CALL CHECK_STRESS_NAN(S_11, S_22, S_12)
128      IF (TIME(2).lt.0.01) THEN
129          STATEV(13) = R_p_ts; STATEV(14) = R_p_cs
130          STATEV(15) = R_o_ts; STATEV(16) = R_o_cs
131          STATEV(17) = R_ops
132          Integer C=1
133          DO WHILE (C.LT.9)
134              STATEV(C)=0.d0
135              C=C+1
136          END DO
137          STATEV(7) = 1.d0
138      END IF
139      infinity=1.d0/0.d0

```

```

140      FIELD(1)=STATEV(1); FIELD(2)=STATEV(2)
141      FIELD(3)=STATEV(3)/10.d0; FIELD(4)=STATEV(4)/10.d0
142      FIELD(5)=STATEV(5)/10.d0
143 c -----
144 c Zur Berechnung der lokalen Spannungsverhaeltnisse, wird die
145 c Beanspruchungszeitfunktion der Bloecke in Unter- und
146 c Oberspannung je Lastspiel angegeben. Die Zeitschrittweite fasst
147 c daher nur ein halbes Lastspiel. Die Berechnung des Zustands
148 c findet jeweils im zweiten Schritt des Lastspiels statt.
149 c -----
150      R_p_t = STATEV(13); R_p_c = STATEV(14)
151      R_o_t = STATEV(15); R_o_c = STATEV(16)
152      R_op = STATEV(17)
153      tanxi = abs(S_12/S_22)
154      IF (S_22.ge.0) THEN
155          xi_FE = atan(tanxi)
156      ELSE
157          xi_FE = 180.d0 - atan(abs(tanxi))*180.d0/PI
158      END IF
159      IF (isnan(tanxi)) tanxi=0.d0
160      STEPi=aint(TIME(2)/0.02)
161      IF (STEPi.eq.STATEV(8)) GO TO 1000
162      STATEV(8)=STEPi
163      n_nml = STATEV(6); n = STATEV(7)
164 c Sub-Programm zur Berechnung der Spannungsverhaeltnisse
165 c jeder Spannungskomponente
166      CALL CALC_STR_RATIO(STATEV(21),STATEV(22),STATEV(23),
167      & STATEV(9),S_11, STATEV(10), S_22, STATEV(11), S_12)
168 c -----
169 c Beispiel zur Zusammenfassung von Lastspielen in z.B.
170 c log. Schrittweiten fuer konstante Amplituden
171 c In Bruchnaehe (N_secIt) dann bspw. rekursiv log, z.B.:
172 c -----
173      Deltan=10**((aint(LOG10(n)))
174      IF (n .LT. N_secIt) THEN
175          STATEV(6)=n
176          STATEV(7)=n+Deltan
177      ELSE
178          STATEV(6)=n
179          STATEV(7)=n+(2*Deltan/10)
180      END IF
181 c =====
182 c Constant-Life-Diagramme
183 c =====
184 c
185 c Extrapolation der Woehlerkurven jeder Spannungskomponente ueber
186 c entsprechende Interpolation der Lebensdauerdiagramme
187 c =====

```

```

188 c
189 c
190 c Extrapolation fuer das Laengsspannungsverhaeltnis
191 c
192     IF (STATEV(21).ge.0.1d0 .AND. STATEV(21).lt.1.d0) THEN
193         CALL CALC_LIN_PW_CLD_I(kpneu , Cpneu ,STATEV(21) ,R_p_ts,
194 & rpt0 ,Cpt0 ,kpt0)
195     ELSE IF (STATEV(21).lt.0.1d0 .AND. STATEV(21).ge.-1.d0) THEN
196         CALL CALC_LIN_PW_CLD_II(kpneu , Cpneu ,STATEV(21) ,
197 & rpt0 ,Cpt0 ,kpt0 ,rpm1 ,Cpm1 ,kpm1)
198     ELSE IF (STATEV(21).lt.-1.d0) THEN
199         CALL CALC_LIN_PW_CLD_III(kpneu , Cpneu , STATEV(21) ,
200 & rpm1 ,Cpm1 ,kpm1 ,rpc10 ,Cpc10 ,kpc10)
201     ELSE IF (STATEV(21).gt.1.0d0) THEN
202         CALL CALC_LIN_PW_CLD_IV(kpneu , Cpneu ,STATEV(21) ,R_p_cs,
203 & rpt10 ,Cpt10 ,kpt10)
204     ELSE IF (STATEV(21).eq.1.0d0) THEN
205         CALL CALC_MIN_SN(kpneu , Cpneu ,R_p_ts)
206     END IF
207 c
208 c Extrapolation fuer das Querspannungsverhaeltnis
209 c
210     IF (STATEV(22).ge.0.1d0 .AND. STATEV(22).lt.1.d0) THEN
211         CALL CALC_LIN_PW_CLD_I(koneu , Coneu ,STATEV(22) ,R_o_ts,
212 & rot0 ,Cot0 ,kot0)
213     ELSE IF (STATEV(22).lt.0.1d0 .AND. STATEV(22).ge.-1.d0) THEN
214         CALL CALC_LIN_PW_CLD_II(koneu , Coneu ,STATEV(22) ,
215 & rot0 ,Cot0 ,kot0 ,rom1 ,Com1 ,kom1)
216     ELSE IF (STATEV(22).lt.-1.d0) THEN
217         CALL CALC_LIN_PW_CLD_III(koneu , Coneu , STATEV(22) ,
218 & rom1 ,Com1 ,kom1 ,roc10 ,Coc10 ,koc10)
219     ELSE IF (STATEV(22).gt.1.0d0) THEN
220         CALL CALC_LIN_PW_CLD_IV(koneu , Coneu ,STATEV(22) ,R_o_cs,
221 & rot10 ,Cot10 ,kot10)
222     ELSE IF (STATEV(22).eq.1.0d0) THEN
223         CALL CALC_MIN_SN(koneu , Coneu ,R_o_ts)
224     END IF
225 c
226 c Extrapolation fuer das Schubspannungsverhaeltnis
227 c
228     IF (STATEV(23).ge.0.1d0 .AND. STATEV(23).lt.1.d0) THEN
229         CALL CALC_LIN_PW_CLD_I(kopneu , Copneu ,STATEV(23) ,R_ops,
230 & rop0 ,Cop0 ,kop0)
231     ELSE IF (STATEV(23).lt.0.1d0 .AND. STATEV(23).ge.-1.d0) THEN
232         CALL CALC_LIN_PW_CLD_II(kopneu , Copneu ,STATEV(23) ,
233 & rop0 ,Cop0 ,kop0 ,ropm1 ,Copm1 ,kopm1)
234     ELSE IF (STATEV(23).lt.-1.d0) THEN
235         SRShear = 1/STATEV(23)

```



```

236      CALL CALC_LIN_PW_CLD_II(kopneu , Copneu , SRShear ,
237      & rop0 , Cop0 , kop0 , ropm1 , Copm1 , kopm1)
238      ELSE IF (STATEV(23) .gt. 1.0 d0) THEN
239          SRShear = 1/STATEV(23)
240          CALL CALC_LIN_PW_CLD_I(kopneu , Copneu , SRShear , R_ops ,
241          & rop0 , Cop0 , kop0)
242      ELSE IF (STATEV(23) .eq. 1.0 d0) THEN
243          CALL CALC_MIN_SN(kopneu , Copneu , R_ops)
244      END IF
245
246      CALL CALC_R1_Domain(Cpneu , kpneu , R_p_ts , Coneu ,
247      & koneu , R_o_ts , Copneu , kopneu , R_ops)
248 c
249      STATEV(27)=kopneu ; STATEV(28)=Copneu
250      STATEV(29)=koneu ; STATEV(30)=Coneu
251      STATEV(31)=kpneu ; STATEV(32)=Cpneu
252 c =====
253 c Lokale Lastspielzahlberechnung (XI-MODELL)
254 c =====
255 c
256 c Berechnung der maximalen Lastspielzahl fuer multiaxiale
257 c Beanspruchungen auf der Schichtebene
258 c
259 c -----
260 c Maximale Lastspielzahl fuer faserparallele Laengsspannung
261 c -----
262      CALL MAX_NPAR(N_par , S_11 , STATEV(32) , STATEV(31))
263 c -----
264 c N_xi Modell
265 c -----
266      STATEV(18)= STATEV(17)/(2*p_op_c)*
267      & ((sqrt(1+(2*p_op_c*STATEV(16)/STATEV(17)))-1))
268      STATEV(19)= STATEV(17)*(sqrt(1+(2*p_op_c)))
269      STATEV(20)= p_op_c*STATEV(18)/STATEV(17)
270      DO I=1,2
271          SELECT CASE(I)
272              CASE(:1)
273                  Sp22 = STATEV(10); Sp12 = STATEV(11)
274                  xi_ra = STATEV(12)
275              CASE(2:)
276                  Sp22 = S_22; Sp12 = S_12
277                  xi_ra = tanxi
278              CASE DEFAULT
279                  Sp22 = S_22; Sp12 = S_12
280                  xi_ra = tanxi
281          END SELECT
282 c -----
283 c N_xi MODUS A

```

```

284 c
285     IF (Sp22.GE.0) THEN
286         CALL NXIMODA(S12_max1,xi_ra ,kopneu ,Copneu ,koneu ,Coneu ,
287 & p_op_t,3.d0)
288         CALL NXIMODA(S12_max2,xi_ra ,kopneu ,Copneu ,koneu ,Coneu ,
289 & p_op_t,6.d0)
290 c
291 c N_xi MODUS B
292 c
293     ELSE IF (Sp22.LT.0) THEN
294         IF (abs(Sp22/Sp12).gt.0.d0 .AND. abs(Sp22/Sp12).lt.
295 & abs(STATEV(18)/STATEV(19))) THEN
296             CALL NXIMODB(S12_max1,xi_ra ,kopneu ,Copneu ,p_op_c,3.d0)
297             CALL NXIMODB(S12_max2,xi_ra ,kopneu ,Copneu ,p_op_c,6.d0)
298 c
299 c N_xi MODUS C
300 c Modus C Zwischenfaserbruch fuehrt zu Abbruch, daher in der
301 c aktuellen Version nur ueber infty ratio realisiert
302 c
303     ELSE
304         CALL NXIMODC(S12_max1,QRZ1,WRZ1,xi_ra ,kopneu ,Copneu ,
305 & koc10 ,Coc10 ,STATEV(20) ,3.d0)
306         CALL NXIMODC(S12_max2,QRZ2,WRZ2,xi_ra ,kopneu ,Copneu ,
307 & koc10 ,Coc10 ,STATEV(20) ,6.d0)
308     END IF
309 END IF
310 CALL CALC_NXI(N_xi,S12_max1,S12_max2,Sp12 ,
311 & Copneu ,kopneu ,Coneu ,koneu ,tanxi ,infinity )
312 SELECT CASE(I)
313     CASE(:1)
314         STATEV(25)=N_xi
315     CASE(2:)
316         STATEV(24)=N_xi
317     CASE DEFAULT
318         STATEV(24)=N_xi
319 END SELECT
320 END DO
321 N_xi=DMIN1(STATEV(24) ,STATEV(25))
322 c
323 c Restfestigkeitsdegradation
324 c
325 c
326 c
327 c Laengszug- und Laengsdruckfestigkeit
328 c
329     CALL RES_STRE_PAR(R_p_t,R_p_c,R_p_ts,R_p_tc,STATEV(6) ,
330 & STATEV(7) ,N_par , S_11,alpha_p_t,beta_p_t ,
331 & alpha_p_c,beta_p_c , STATEV(13) , STATEV(14))

```

```

332      STATEV(13)= R_p_t; STATEV(14)= R_p_c
333 c -----
334 c Querzugfestigkeit
335 c -----
336      CALL RES_STRE PERT(R_o_t,N_xi,Copneu,kopneu,Coneu,
337      & koneu,R_o_ts,STATEV(6),STATEV(7),alpha_o_t,beta_o_t,
338      & STATEV(15))
339      STATEV(15)=R_o_t
340 c -----
341 c Querdruckfestigkeit
342 c -----
343      CALL RES_STRE PERC(R_o_c,R_o_cs,R_o_t,R_o_ts)
344      STATEV(16)=R_o_c
345 c -----
346 c Schubfestigkeit
347 c -----
348      CALL RES_STRE OP(R_op,N_xi,Copneu,kopneu,Coneu,
349      & koneu,R_ops,STATEV(6),STATEV(7),alpha_op,beta_op,
350      & STATEV(17))
351      STATEV(17)=R_op
352      CALL RES_FRA COND(Re_o,Re_op,N_xi,Copneu,
353      & kopneu,Coneu,koneu)
354      IF (STATEV(7).gt.N_xi) STATEV(15)=Re_o
355      IF (STATEV(7).gt.N_xi) STATEV(17)=Re_op
356 c =====
357 c Anstrengungsberechnung
358 c =====
359 c
360 c -----
361 c Laengszug/-druck
362 c -----
363 1000 CONTINUE
364      f_E_FFT_old = STATEV(1); f_E_FFC_old = STATEV(2)
365      f_E_IFFA_old = STATEV(3); f_E_IFFB_old = STATEV(4)
366      f_E_IFFC_old = STATEV(5)
367      f_E_IFFA = STATEV(3); f_E_IFFB = STATEV(4)
368      f_E_IFFC = STATEV(5)
369      CALL CALC_FF(f_E_FFT,f_E_FFC,S_11,STATEV(13),STATEV(14),
370      & f_E_FFT_old,f_E_FFC_old)
371      STATEV(1) = f_E_FFT; FIELD(1) = f_E_FFT
372      STATEV(2) = f_E_FFC; FIELD(2) = f_E_FFC
373 c -----
374 c MODUS A
375 c -----
376      IF (S_22.ge.0) THEN
377          CALL CALC_IFF_MODA(f_E_IFFA,f_E_IFFA_old,S_22,S_12,p_op_t,
378      & R_o_t,R_op)
379      END IF

```

```

380      FIELD(3) = f_E_IFFA/10
381      STATEV(3) = f_E_IFFA
382 c -----
383 c MODUS B und MODUS C
384 c -----
385      STATEV(18)= STATEV(17)/(2*p_op_c)*
386      & ((sqrt(1+(2*p_op_c*STATEV(16)/STATEV(17)))-1))
387      STATEV(19)= STATEV(17)*(sqrt(1+(2*p_op_c)))
388      STATEV(20)= p_op_c*STATEV(18)/STATEV(17)
389      IF (S_22.lt.0) THEN
390          IF (abs(S_22/S_12).gt.0.d0 .AND. abs(S_22/S_12).lt.
391      & abs(STATEV(18)/STATEV(19))) THEN
392              CALL CALC_IFF_MODB(f_E_IFFB,f_E_IFFB_old,S_22,S_12,
393      & p_op_c,R_op)
394          ELSE
395              CALL CALC_IFF_MODC(f_E_IFFC,f_E_IFFC_old,S_22,S_12,
396      & R_op,STATEV(16),STATEV(20))
397          END IF
398      END IF
399
400      FIELD(4) = f_E_IFFB/10
401      STATEV(4) = f_E_IFFB
402      FIELD(5) = f_E_IFFC/10
403      STATEV(5) = f_E_IFFC
404      IF (f_E_IFFA.ge.10.d0) FIELD(3) = 1.d0
405      IF (f_E_IFFB.ge.10.d0) FIELD(4) = 1.d0
406      IF (f_E_IFFC.ge.10.d0) FIELD(5) = 1.d0
407 c
408      STATEV(9) = S_11
409      STATEV(10) = S_22
410      STATEV(11) = S_12
411      STATEV(12)= tanxi
412      RETURN
413      END SUBROUTINE USDFLD
414 c *****
415 c *****
416 c ABAQUS URDFIL-SUBROUTINE (Version 19-11-14):
417 c Dargestellt: Bruchdetektion in einem Verbund mit z.B.
418 c sechs Schichten und 3 GP pro Schicht.
419 c Fuer eine abweichende Anzahl an Schichten
420 c muss die URDFIL entsprechend angepasst werden.
421 c *****
422 c *****
423 c
424      SUBROUTINE URDFIL(LSTOP,LOVRWRT,KSTEP,KINC,DTIME,TIME)
425      INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
426      DIMENSION ARRAY(513),JRRAY(NPRECD,513),TIME(2)
427      EQUIVALENCE (ARRAY(1),JRRAY(1,1))

```

```

428      CALL POSFIL(KSTEP,KINC,ARRAY,JRCD)
429      LOVRWRT=1
430      IELM=1
431      DO K1=1,999999
432          CALL DBFILE(0,ARRAY,JRCD)
433          IF (JRCD.NE.0) GO TO 110
434          KEY=JRRAY(1,2)
435 c =====
436 c Output Variable Identifiers:
437 c Record Key: 9(S): Field Var.
438 c Record Key: 5(S): Sol.-Dep. State Var.
439 c Record Key: 1(S): Element definitions
440 c =====
441      IF (KEY.EQ.1) THEN
442          JEL=JRRAY(1,3)
443          JPNT=JRRAY(1,4)
444          JSPNT=JRRAY(1,5)
445      END IF
446      IF (JEL.NE.IELM) THEN
447          IF1=0.d0; IF2=0.d0; IF3=0.d0; IF4=0.d0; IF5=0.d0; IF6=0.d0
448          IELM=JEL
449      END IF
450 c =====
451 c Bruchbedingung fuer Versagen des gesamten Laminats ueberpruefen
452 c und gegebenenfalls die Berechnung stoppen
453 c =====
454      IF (KEY.EQ.5) THEN
455          SELECT CASE(JSPNT)
456              CASE(2)
457                  IF (ARRAY(5).GE.1.d0) IF1=1.d0
458                  IF (ARRAY(6).GE.1.d0) IF1=2.d0
459                  IF (ARRAY(7).GE.1.d0) IF1=3.d0
460              CASE(5)
461                  IF (ARRAY(5).GE.1.d0) IF2=1.d0
462                  IF (ARRAY(6).GE.1.d0) IF2=2.d0
463                  IF (ARRAY(7).GE.1.d0) IF2=3.d0
464              CASE(8)
465                  IF (ARRAY(5).GE.1.d0) IF3=1.d0
466                  IF (ARRAY(6).GE.1.d0) IF3=2.d0
467                  IF (ARRAY(7).GE.1.d0) IF3=3.d0
468              CASE(11)
469                  IF (ARRAY(5).GE.1.d0) IF4=1.d0
470                  IF (ARRAY(6).GE.1.d0) IF4=2.d0
471                  IF (ARRAY(7).GE.1.d0) IF4=3.d0
472              CASE(14)
473                  IF (ARRAY(5).GE.1.d0) IF5=1.d0
474                  IF (ARRAY(6).GE.1.d0) IF5=2.d0
475                  IF (ARRAY(7).GE.1.d0) IF5=3.d0

```

```

476         CASE(17)
477             IF (ARRAY(5).ge.1.d0) IF6=1.d0
478             IF (ARRAY(6).ge.1.d0) IF6=2.d0
479             IF (ARRAY(7).ge.1.d0) IF6=3.d0
480         CASE DEFAULT
481             WRITE (6,*) "JSPNT NOT FOUND! LAYERS?"
482         END SELECT
483     END IF
484     IF (IF1.ge.1.d0 .AND. IF2.ge.1.d0 .AND. IF3.ge.1.d0
485 & .AND. IF4.ge.1.d0 .AND. IF5.ge.1.d0
486 & .AND. IF6.ge.1.d0) THEN
487         CALL OVERALL_FAILURE(ARRAY(9),JEL,JPNT,JSPNT,
488 & IF1,IF2,IF3,IF4,IF5,IF6)
489         LSTOP=1
490         GO TO 110
491     END IF
492     IF (IF1.ge.3.d0 .OR. IF2.ge.3.d0 .OR. IF3.ge.3.d0
493 & .OR. IF4.ge.3.d0 .OR. IF5.ge.3.d0
494 & .OR. IF6.ge.3.d0) THEN
495         CALL ABORT_MODC(ARRAY(9),JEL,JPNT,JSPNT,
496 & IF1,IF2,IF3,IF4,IF5,IF6)
497         LSTOP=1
498         GO TO 110
499     END IF
500 c =====
501 c *.dat-file Debugging und Ausgabekontrollen
502 c =====
503     IF (JEL.eq.2522 .AND. KEY.eq.5) THEN
504         IF (JSPNT.eq.2 .OR. JSPNT.eq.5 .OR. JSPNT.eq.8 .OR.
505 & JSPNT.eq.11 .OR. JSPNT.eq.14 .OR. JSPNT.eq.17) THEN
506             CALL DEBUG_PRINT(JSPNT,ARRAY(9),ARRAY(3),ARRAY(4),
507 & ARRAY(5),ARRAY(6),ARRAY(7),ARRAY(11),ARRAY(12),ARRAY(13),
508 & ARRAY(14),ARRAY(15),ARRAY(16),ARRAY(17),ARRAY(18),ARRAY(19),
509 & ARRAY(23),ARRAY(24),ARRAY(25),ARRAY(26),ARRAY(27),ARRAY(28),
510 & ARRAY(29),ARRAY(30),ARRAY(31),ARRAY(32),ARRAY(33),ARRAY(34))
511         END IF
512     END IF
513     IF (JEL.eq.2522 .AND. KEY.eq.9) THEN
514         IF (JSPNT.eq.2 .OR. JSPNT.eq.5 .OR. JSPNT.eq.8 .OR.
515 & JSPNT.eq.11 .OR. JSPNT.eq.14 .OR. JSPNT.eq.17) THEN
516             WRITE (6,*) "*****"
517             WRITE (6,*) "FFZ FV", ARRAY(3), "FFD FV", ARRAY(4)
518             WRITE (6,*) "FEA FV", ARRAY(5), "FFB FV", ARRAY(6)
519             WRITE (6,*) "FEC FV", ARRAY(7)
520             WRITE (6,*) "*****"
521         END IF
522     END IF
523     END DO

```

```

524 110 CONTINUE
525
526 RETURN
527 END SUBROUTINE URDFIL
528
529 + SUBROUTINE CHECK_STRESS_NAN(S11,S22,S12)
530
531 + SUBROUTINE NXIMODA(SSmax,txi,kopex,Copex,koex,Coex,popt,X)
532
533 + SUBROUTINE NXIMODB(SSmax,txi,kopex,Copex,popc,X)
534
535 + SUBROUTINE NXIMODC(SSmax,R_op_N1,R_p_t_N1,txi,kopex,Copex,
536 & koex,Coex,pooc,X)
537
538 + SUBROUTINE CALC_NXI(N_xi,S12_max1,S12_max2,Sp12,
539 & Copneu,kopneu,Coneu,koneu,tanxi,infinity)
540
541 + SUBROUTINE CALC_STR_RATIO (SR11,SR22,SR21,SS111,SS112,
542 & SS221,SS222,SS211,SS212)
543
544 c Teilbereich I des Haigh-Diagramms  $0 \leq R < 1$ 
545 + SUBROUTINE CALC_LIN_PW_CLD_I(incline,intercept,StRatio,
546 & StatStr,SR0,ITC0,INC0)
547
548 c Teilbereich II des Haigh-Diagramms  $-1 \leq R < 0$ 
549 + SUBROUTINE CALC_LIN_PW_CLD_II(incline,intercept,StRatio,
550 & SR0,ITC0,INC0,SR1,ITC1,INC1)
551
552 c Teilbereich III des Haigh-Diagramms  $-\infty \leq R < -1$ 
553 + SUBROUTINE CALC_LIN_PW_CLD_III(incline,intercept,StRatio,
554 & SR1,ITC1,INC1,SR10,ITC10,INC10)
555
556 c Teilbereich IV des Haigh-Diagramms  $1 < R \leq \infty$ 
557 + SUBROUTINE CALC_LIN_PW_CLD_IV(incline,intercept,StRatio,
558 & StatStr,SR10,ITC10,INC10)
559
560 + SUBROUTINE CALC_MIN_SN(INCneu,INTneu,RStat)
561
562 + SUBROUTINE MAX_NPAR(Npara,S11,ITCpar,INCpar)
563
564 + SUBROUTINE RES_STRE_PAR(Rpt,Rpc,Rpts,Rpcs,npre,
565 & npost,Npar,S11,al_pt,be_pt,
566 & al_pc,be_pc,Rpt_prev,Rpc_prev)
567
568 + SUBROUTINE RES_STRE PERT(Rot,Nxi,ITCp,INCp,ITCp,
569 & INCp,Rots,n_prev,n_post,al_ot,be_ot,Rper_prev)
570
571 + SUBROUTINE RES_STRE_OP(Rop,Nxi,ITCp,INCp,ITCp,

```

```

572      & INCp , Rops , n_prev , n_post , al_op , be_op , Rper_prev )
573
574 +      SUBROUTINE RES_STRE_PERC( Roc , Rocs , Rot , Rots )
575
576 +      SUBROUTINE RES_FRA_COND( Reo , Reop , Nxi , ICTop ,
577      & INCop , ICTo , INCo )
578
579 +      SUBROUTINE CALC_FF( FEFFT , FEFFC , S11 , Nplus , Nminus ,
580      & FEFFT_old , FEFFC_old )
581
582 +      SUBROUTINE CALC_IFF_MODA( FEIFFA , FEIFFA_old , S22 , S12 , popt ,
583      & Rot , Rop )
584
585 +      SUBROUTINE CALC_IFF_MODB( FEIFFB , FEIFFB_old , S22 , S12 ,
586      & popc , Rop )
587
588 +      SUBROUTINE CALC_IFF_MODC( FEIFFC , FEIFFC_old , S22 , S12 ,
589      & Rop , Roc , pppc )
590
591 +      SUBROUTINE DEBUG_PRINT( No , AR9 , AR3 , AR4 ,
592      & AR5 , AR6 , AR7 , AR11 , AR12 , AR13 ,
593      & AR14 , AR15 , AR16 , AR17 , AR18 , AR19 ,
594      & AR23 , AR24 , AR25 , AR26 , AR27 , AR28 , AR29
595      & AR30 , AR31 , AR32 , AR33 , AR34 )
596
597 +      SUBROUTINE OVERALL_FAILURE( AR9 , NoEL , NoJPNT , NoJSPNT ,
598      & IF_1 , IF_2 , IF_3 , IF_4 , IF_5 , IF_6 )
599
600 +      SUBROUTINE ABORT_MODC( AR9 , NoEL , NoJPNT , NoJSPNT ,
601      & IF_1 , IF_2 , IF_3 , IF_4 , IF_5 , IF_6 )

```


A.5 Validierung anhand weiterer Materialsysteme

Das in Kapitel 3.1.3 vorgestellte Bruchkurvenmodell wurde für die mehrachsige Beanspruchung ein- und mehrlagiger gewickelter Verbunde formuliert. Nichtsdestotrotz ist die Anwendung des Modells auf generelle Verbundarchitekturen, vor allem auch auf Basis anderer Halbzeuge von großem Interesse. Im Folgenden wird daher das Berechnungsmodell zusätzlich für Verbunde aus glasfaserverstärktem Kunststoff mit experimentellen Daten der SNL/DOE/MSU - Datenbank [Man10] validiert. Hierbei handelt sich, im Vergleich zu dem fokussierten Materialsystem der vorliegenden Arbeit, um einen Wechsel des Harzsystems, des Fasersystems, der Halbzeugart und des Fertigungsverfahrens. Zusätzlich kann der Datenbank keine Information über die reine Schubwöhlerkurve entnommen werden.

A.5.1 Ausgeglicheene Winkelverbunde

Im Folgenden werden Lebensdauerprognosen für ausgeglichene Winkelverbunde des beschriebenen Materialsystems vorgestellt. Die grundlegenden statischen Kennwerte können aus den experimentellen Versuchen der Datenbank entnommen werden und sind in Tabelle A.7 dargestellt. Die Verbunde bestehen aus „Knytex“ E-Glasfasergewebe verschiedener Grammaturen und dem Polyesterharz CoRezyn 63-AX-051 [Man⁺10]. Die Materialien sind für 24 Stunden bei 20°C für 2 Stunden bei 60°C gehärtet. Die Neigungsparameter wurden an dieser Stelle entsprechend der ungefähren Größenordnung für GFK nach [Puc96] im konservativeren Bereich gewählt. Die Wöhlerkurvenparameter sind in Tabelle A.8 dargestellt. Die Querkzug- und Querkdruckwöhlerkurve wird über zyklische Zugversuche an 90°-Flachprüfkörpern ermittelt. Da für die Schubwöhlerkurve keine Daten verfügbar sind, wird sie über die experimentellen Daten zu zug- und druckbelasteten $\pm 45^\circ$ -Flachprüfkörpern angenähert. Dazu werden die Bruchwerte beider Wöhlerkurven für bestimmte Lastspielzahlen in der $\sigma_\perp, \tau_{\perp\parallel}$ -Ebene aufgetragen und auf die Ordinate $\tau_{\perp\parallel}$ übertragen. An die so gemittelten Bruchwerte für die Schubspannung auf verschiedenen

	E_\parallel	E_\perp	$G_{\perp\parallel}$	$\nu_{\perp\parallel}$			
	GPa	GPa	GPa	GPa			
\bar{X}	33,60	8,21	4,48	0,29			
	R_\parallel^+	R_\parallel^-	R_\perp^-	R_\perp^+	$R_{\perp\parallel}$	$p_{\perp\parallel}^+$	$p_{\perp\parallel}^-$
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	-	-
\bar{X}	1012,0	653,0	122,8	27,0	73,2	0,2	0,1

Tabelle A.7: Zusammenstellung der mechanischen Kennwerte und Bruchkurvenparameter der unidirektionalen Einzelschicht. Die experimentelle Daten entstammen der SNL/DOE/MSU-Datenbank [Man10].

Lastspielzahlen wird die Wöhlerkurve wie gewohnt angeglichen. Die auf diese Weise formulierte Schubwöhlerkurve stellt, im Vergleich mit der Bruchkurve und den experimentellen Daten der AWW, einen konservativen Ansatz dar. Für die Restfestigkeitsdegradation wird

	C_{\perp}^{+}	k_{\perp}^{+}	C_{\perp}^{-}	k_{\perp}^{-}	$C_{\perp\parallel}$	$k_{\perp\parallel}$
	$r_{\perp} = 0.1$		$r_{\perp} = 10.0$		$r_{\perp\parallel} = 0.1$	
q_{50}	$2.24 \cdot 10^{31}$	22.0	$9.95 \cdot 10^{26}$	11.5	$2.47 \cdot 10^{21}$	11.1

Tabelle A.8: Zusammenstellung der Wöhlerkurvenparameter für grundlegende zyklische Beanspruchungen der Einzelschicht. Die experimentellen Daten zur Berechnung der Parameter entstammen der SNL/DOE/MSU-Datenbank [Man10].

an dieser Stelle nur das lineare Modell mit $\alpha = \beta = 1$ für alle fünf Schicht-Festigkeiten verwendet. Die Steifigkeitsdegradation findet entsprechend der Richtwerte für GFK nach Knops [Kno03] mit $n_{r,\perp}=0,03$, $\xi_{\perp} = 1,31$ und $c_{\perp} = 5,34$, sowie $n_{r,\perp\parallel}=0,25$, $\xi_{\perp\parallel} = 1,5$ und $c_{\perp\parallel} = 0,7$ statt. Die AWW besitzen je nach Lagenaufbau einen mittleren Faservolumengehalt zwischen 37,1 % und 40,4 %. In Abbildung A.4 sind die Simulationsergebnisse der AWW mit den experimentellen Wöhlerkurven der Datenbank verglichen. Fokussiert sind die hauptsächlich außerachsig beanspruchten Verbundarchitekturen $[\pm 80]_s$ bis $[\pm 45]_s$, bei welchen die Faserlängsspannung noch keinen zu großen Einfluss auf die Zwischenfaser-

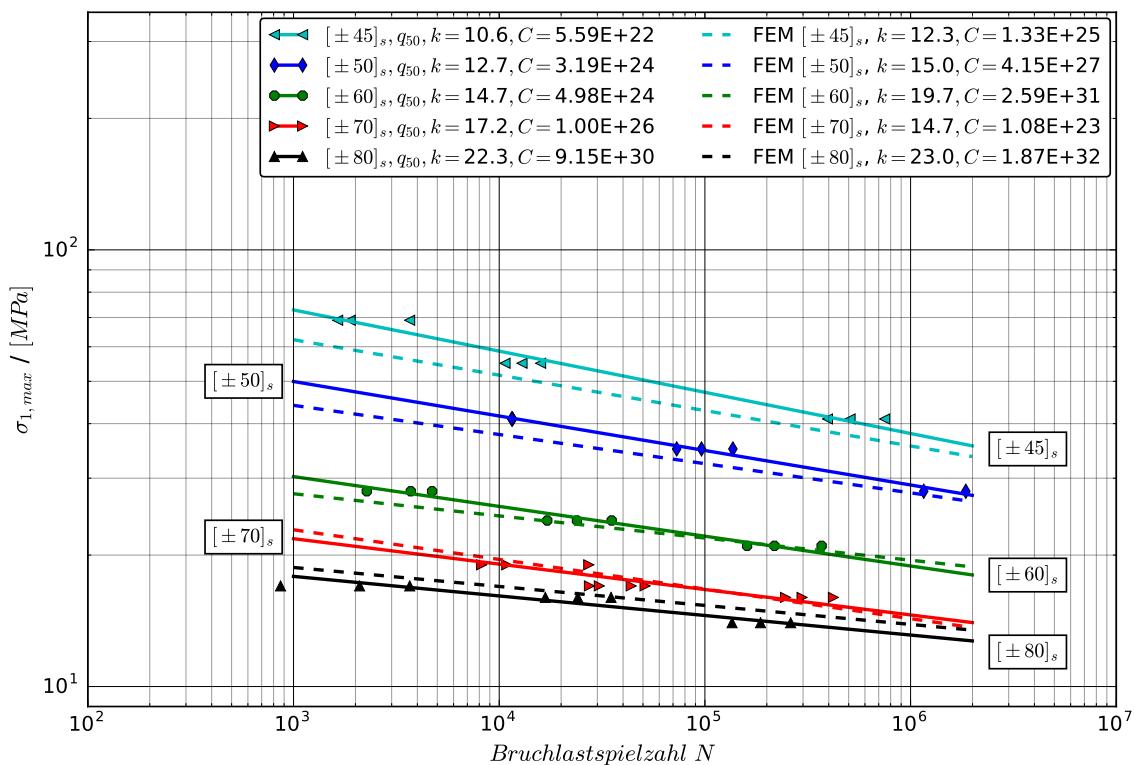


Abbildung A.4: Anwendung des Berechenmodells auf das glassfaserverstärktes Epoxidharzsystem der SNL/DOE/MSU-Datenbank [Man10].

bruchkurve nimmt (vgl. Kapitel 3.1.3.1). Mit steilerem Winkel der Verbunde werden die Lebensdauerprognosen hier stetig konservativer. Da sich mit steiler werdendem Schichtwinkel bis zum Lagenaufbau $[\pm 45]_s$ die Schubbeanspruchung und damit auch das Biaxialitätsverhältnis erhöht, nimmt natürlich auch der Einfluss der Schubwöhlerkurve auf die Simulationsergebnisse zu. Die erhöhten Abweichungen für höhere Faserwinkel sind daher darauf zurückzuführen, dass die Schubwöhlerkurve in Tabelle A.8 über den konservativen Ansatz aus $\pm 45^\circ$ -Versuchen hergeleitet ist und nicht als Eingangsgröße zur Verfügung steht.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Marc Dominik Möller
Geburtstag	06.01.1986
Geburtsort	Köln
Familienstand	verheiratet

Schul Ausbildung

1992 - 1993	Anne-Frank Grundschule, Köln
1993 - 1996	Freiherr-vom-Stein Grundschule, Köln
1996 - 2006	Friedrich-Wilhelm Gymnasium, Köln

Berufstätigkeit

2006 - 2007	Zivildienst, Feriendorf Tieringen, Meßstetten
2007 - 2008	Endmontage, Interstuhl GmbH & Co. Kg, Meßstetten
2008 - 2010	Fahrzeugservice, Europcar, Gummersbach
2010 - 2011	Studentische Hilfskraft, TH Köln, Gummersbach Fakultät 10 - Institut für Allgemeinen Maschinenbau
2011 - 2012	Werkstudent, ABUS Kransysteme GmbH, Gummersbach
2012 - 2017	Wissenschaftlicher Mitarbeiter, TH Köln, Gummersbach Fakultät 10 - Institut für Allgemeinen Maschinenbau
2017 - 2020	Wissenschaftlicher Mitarbeiter, TH Köln, Köln Fakultät 8 - Institut für Fahrzeugtechnik
2020 - heute	FEM-Berechnungsingenieur, WRD Wobben Research and Development GmbH, Enercon, Aurich Rotorblatt - Strukturelles Design

Hochschulausbildung

2008 - 2012	Bachelor: Maschinenbau - Konstruktion (210 CP) Fachhochschule Köln, Abschluss: B. Eng.
2012	Thesis: Schwingungsanalyse nach Hublastausfällen im Bereich der Brückenkranen mittels der Finite-Elemente-Methode
2012 - 2014	Master: Maschinenbau - Computational Engineering (120 CP) Universität Siegen, Abschluss: M. Sc.
2014	Thesis: Finite-Elemente-Analyse von dünnwandigen Mikrogittern für den Einsatz im Leichtbau
2016 - 2020	Promotionsstudium: Materialwissenschaften und Werkstofftechnik Technische Universität Clausthal

Wissenschaftliche Veröffentlichungen

Möller, M.; Blaurock, J.; Ziegmann, G. und Esderts, A.: Beitrag zur Bruchkurvenmodellierung in restfestigkeitsbasierten Lebensdaueranalysen von CFK im Hinblick auf Lastrichtungswechsel. Zeitschrift Kunststofftechnik/ Journal of Plastics Technology, Vol. 16, No. 2, pp. 33-62, 2020.

Möller, M.; Blaurock, J. und Ziegmann, G.: Investigation on homothetic failure envelopes in the layer-based fatigue analysis of cfrp. Proceedings of the 22nd International Conference on Composite Materials (ICCM22), Melbourne, Australia, 2019.

Möller, M.; Blaurock, J. und Ziegmann, G.: A comparative study of linear and nonlinear approaches to residual strength based fatigue failure envelopes for multiaxial fatigue of CFRP. Proceedings of the institute of vehicles. 15th German-Polish Scientific Seminar: Development Trends in Design of Machines and Vehicles. Warsaw University of Technology, 2019.

Möller, M.; Blaurock, J.; Ziegmann, G. und Esderts, A.: Investigation on multiaxial strength reduction for multi-directional laminates under variable amplitude loading. IOP Conf. Series: Material Science and Engineering, Vol. 388, 2018

Möller, M.; Blaurock, J.; Ziegmann, G. und Esderts, A.: Residual strength prediction for multi-directional composites subjected to arbitrary loads. In: Proceedings of the 6th European Conference on Computational Mechanics and the 7th European Conference on Computational Fluid Dynamics. International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Scotland, Glasgow, Juni 2018, S. 3825–3836. ISBN: 978-84-947311-6-7.

Möller, M.; Blaurock, J., Ziegmann, G. und Esderts, A.: A computational tool for investigations on the lifetime estimation of multi-directional laminates under multiaxial stress states based on layerwise structural analysis. Cologne Open Science, Mobility and Engineering Research (MER), Volume 1/2018.

Bartz-Beielstein, T.; Blaurock, J.; Krey, S.; Fu, Y.; Kallenbach, N. und Möller, M.: Structural Health Monitoring von Faserverbundstrukturen mittels Piezosensoren – Untersuchungen zum experimentellen Design. Cologne Open Science, CIplus, Vol.2, 2017).